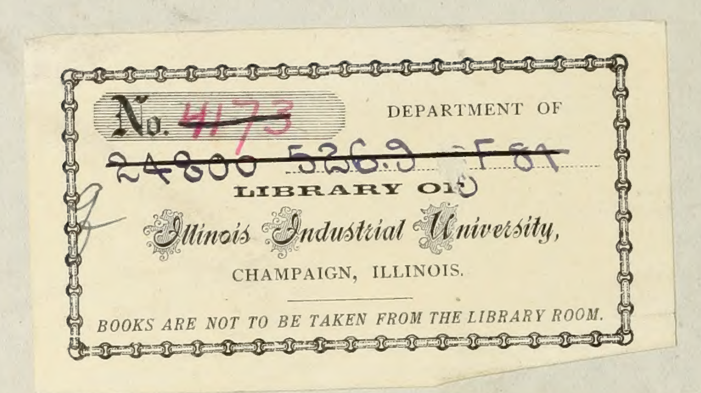
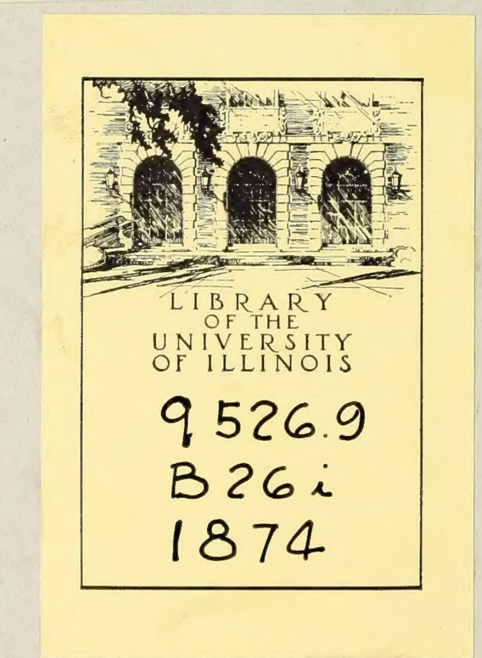



No. 4173
DEPARTMENT OF
24800 526.9 F81
LIBRARY OF
Illinois Industrial University,
CHAMPAIGN, ILLINOIS.
BOOKS ARE NOT TO BE TAKEN FROM THE LIBRARY ROOM.


LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY
OF ILLINOIS
q526.9
B26i
1874

$m = 39.370432''$

École des Ponts et Chaussées.

Introduction

aux

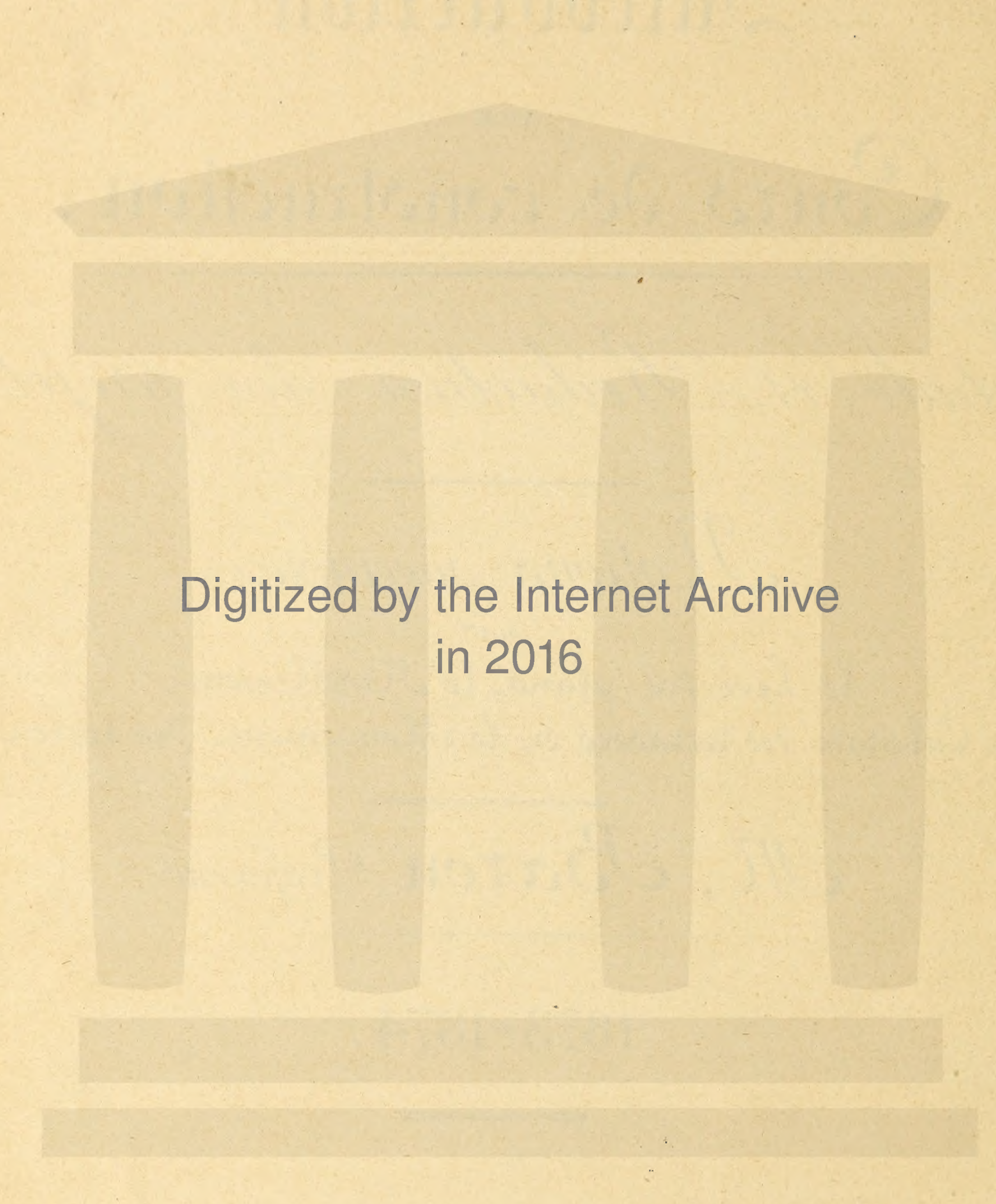
Cours de construction.

Étude et Rédaction des projets.

Notions succinctes
sur
le Levé des plans, le Nivellement,
la Cubature des terrasses et le Mouvement des terres.

M. Baron, Professeur.

1873-1874.



École des Ponts et Chaussées.

Introduction

aux

Cours de construction.

Étude et Rédaction des projets.

Notes prises par les Élèves.

Les Ingénieurs des ponts et chaussées sont chargés de tous les travaux relatifs aux études, à la construction et à l'entretien des voies de communication par terre et par eau: le but principal, si ce n'est unique, de leur mission est donc **la diminution des frais de transport**, frais qui font partie intégrante du prix de revient de tous les objets de consommation. Pour atteindre ce but, il faut faciliter le déplacement des objets matériels à la surface de la terre, aplanir ou atténuer les obstacles que ce déplacement peut rencontrer, et par suite modifier plus ou moins profondément la forme des portions du sol que doivent fréquenter les moteurs et les véhicules pour que le parcours puisse s'en effectuer rapidement et à peu de frais. Ces modifications ne pouvant être opérées qu'à l'aide de travaux coûteux, il est nécessaire de se rendre compte avec précision des formes actuelles du terrain et de celles qu'on veut leur substituer afin d'apprécier l'importance des travaux à exécuter pour faire sortir ces dernières formes des premières.

Ces recherches, ces travaux préparatoires constituent ce qu'on appelle **l'étude et la rédaction du projet** de la voie nouvelle à ouvrir. La création d'ouvrages de cette nature présente deux phases distinctes: 1°. Étude du projet, qui est suivie de l'adoption des dispositions définitives, c'est-à-dire de **l'approbation** de ce projet après examen et avis du Conseil général des ponts et chaussées, 2°. exécution des travaux.

Cette première phase est importante: il faut apporter beaucoup de soin dans l'étude des projets, ne présenter que des faits positifs, les exposer clairement et justifier parfaitement les dispositions proposées. C'est en effet sur le vû des pièces du projet dressé par les Ingénieurs que

les discussions s'engagent sur son but, son utilité et son mérite propre ; que les parties intéressées peuvent s'éclairer sur sa portée et ses conséquences ; que les différentes classes d'autorités compétentes sont appelées à se prononcer, chacune à son point de vue spécial, politique, artistique, économique ou financier.

Le point de départ de la rédaction des projets est une connaissance exacte, précise et détaillée du terrain sur lequel il s'agit d'établir les ouvrages ; il faut ensuite représenter graphiquement le relief et les irrégularités du sol en réduisant cette représentation à des proportions qui permettent d'apprécier les formes dans leur ensemble et d'opérer dans le cabinet les études convenables.

Ce premier point obtenu, il faut arrêter les dispositions à proposer pour le tracé et la configuration de la voie projetée : on y arrivera en se conformant aux principes qui seront exposés dans chaque cours spécial de construction, - routes - canaux - chemins de fer - ; en étudiant attentivement les travaux analogues déjà exécutés, les moyens disponibles, les résultats à obtenir ; enfin à l'aide d'un tact particulier que l'expérience développe ou fait acquérir. C'est ainsi qu'un Ingénieur parvient à présenter des projets dignes de l'approbation des Conseils.

En sus des plans et dessins qui représentent l'état actuel du sol et celui qu'on veut y substituer, chaque projet doit être complété par les pièces suivantes :

1° **Mémoire à l'appui du projet**, dans lequel on doit justifier clairement les dispositions projetées, discuter les diverses solutions possibles et démontrer la supériorité de celle qu'on propose.

2° **Devis et Cahier des charges** - donnant une description détaillée des divers ouvrages, du mode et des conditions de leur exécution.

3° **Avant-métré** - faisant connaître les quantités de chaque nature d'ouvrage.

4° **Analyse des prix** - fixant les prix applicables à l'unité de chacun de ces ouvrages.

5° **Détail estimatif** - Combinaison des deux pièces précédentes, faisant connaître le total de la dépense prévue pour l'exécution du projet.

6° **État sommaire des indemnités à payer** - pour acquisition de terrains ou dommages.

7° **Bordereau des pièces du projet.**

On trouvera d'ailleurs dans une circulaire du 14 Janvier 1850 un programme détaillé, arrêté par le Ministre des Travaux publics, pour la rédaction des projets concernant le service des ponts et chaussées.

On conçoit qu'on ne saurait donner ici de règles générales et absolues en ce qui concerne l'adoption des tracés des diverses voies de communication : mais ce sur quoi il ne peut et ne doit y avoir aucun doute, ce sont les données du problème, c'est-à-dire les formes exactes du terrain. Il faut que ces documents, servant de base à toute la discussion, soient présentés clairement et surtout qu'on puisse avoir une confiance absolue dans leur exactitude.

Une connaissance précise des divers instruments et l'observation de quelques règles fort simples suffisent à atteindre ce premier but : il faut ensuite évaluer les volumes de terre à déplacer, à répartir et à transporter à diverses distances.

Les opérations, les méthodes et les procédés au moyen desquels on se rend compte de la configuration du sol et des masses de terre à mouvoir étant les mêmes, qu'il s'agisse d'une route, d'un canal, d'un chemin de fer, &a et les conventions admises quant au mode de représentation

du sol devant être préalablement connus pour la parfaite intelligence des questions qui seront traités, dans chaque cours spécial de construction, il convient d'exposer ces opérations, ces méthodes et ces procédés.

Cet exposé sert naturellement d'introduction à tous les cours de construction ; il se réduit du reste à la solution des deux problèmes suivants :

1°. Trouver un mode clair et suffisamment exact de représentation d'un terrain donné.

2°. Un terrain géométriquement défini étant donné ainsi que les surfaces qu'on veut substituer à celles de ce terrain, évaluer les volumes à déplacer et, par suite, l'importance des travaux à exécuter.

Un mode, quel qu'il soit, de représentation du sol, exige qu'on puisse définir nettement la position respective d'un certain nombre de points ; il faut, pour cela, déterminer les positions relatives de ces points : 1°. En plan ; 2°. En hauteur ou élévation.

La première de ces opérations constitue le levé des plans.

La seconde, le nivellement.

Nous allons nous occuper successivement de ces deux genres d'opérations.

Levé des Plans.

Quand on veut représenter un terrain d'une médiocre étendue, on suppose que, sur un plan horizontal passant par sa partie centrale, on mène des perpendiculaires passant par les divers points de ce terrain ; les tracés de ces verticales représenteront les projections horizontales des objets et figureront leurs contours : leur ensemble, reproduit sur le papier par un dessin sous de moindres dimensions, constitue le plan du terrain.

Lever un plan, c'est recueillir sur le terrain, les documents nécessaires à l'établissement de ce dessin.

En concevant les divers points du sol réunis entre eux par des lignes droites, on formera un réseau de nombreux triangles couvrant toute la surface à lever ; en se procurant par des mesures directes ou par le calcul, les éléments de ces triangles, on pourra les construire graphiquement sur le papier et dresser ainsi le plan de cette surface.

Si l'étendue du terrain devient considérable ; il faut tenir compte de la sphéricité de la terre et projeter les points du sol, non plus sur un plan horizontal, mais sur le sphéroïde des mers à l'aide de verticales qui viennent concourir au centre du globe : les triangles cessent d'être rectilignes et deviennent sphériques.

Dans l'un et l'autre cas, les triangles devraient être très nombreux pour arriver à représenter tous les objets ; si l'on procédait, en partant d'un point, du détail à la masse, les erreurs de calcul, d'observation ou de construction iraient en s'accumulant successivement à mesure qu'on s'éloignerait du point de départ, et l'on n'aurait aucun moyen de contrôle ni de vérification. On évite cet inconvénient en commençant par déterminer rigoureusement, ou du moins avec toute la précision possible, les positions relatives d'un petit nombre de points auxquels on peut ensuite rattacher les détails sans crainte de voir les erreurs s'accumuler indéfiniment.

Les points à déterminer ainsi doivent être choisis avec soin : il faut que, de chacun d'eux, on puisse voir les points voisins du même ordre et découvrir une assez grande étendue de terrain. Ce sont les **Stations** d'où l'on fait les observations ; on y construit des abris pouvant servir d'observatoires et on les surmonte de **Signaux** qu'on doit viser des stations voisines : ces signaux, dont la projection sur le sol détermine le centre de la station, consistent en une poutre verticale, ou en un cône renversé, ou en un simple disque percé d'un trou central et pouvant tourner de manière à être successivement présenté de face aux stations environnantes. Ces signaux doivent avoir des dimensions telles qu'ils soient vus sous un angle de 31" au moins : on les peint en blanc ou en noir suivant qu'ils se projettent sur le terrain ou sur le ciel, et cette dernière circonstance étant plus favorable à la sûreté des observations, on doit chercher à la réaliser.

En concevant chacun de ces signaux réunis à ses voisins par des lignes droites, on constitue un réseau de grands triangles couvrant tout le terrain à lever, et dont on mesure ou calcule tous les côtés. Ils sont la base d'autant de pyramides triangulaires ayant leur sommet au centre du globe et dont les éléments sont connus. On en déduit les triangles sphériques résultant de l'intersection des faces de chaque pyramide avec le sphéroïde des mers, triangles dont les sommets ne sont autres que la projection sur le sphéroïde des centres des stations choisies.

Il serait difficile, pour ne pas dire impossible, et de plus peu exact, de mesurer tous les côtés du réseau triangulaire, on mesure un seul côté qu'on nomme **base** ; on mesure aussi tous les angles et on en conclut de proche en proche les longueurs de tous les côtés des triangles. Comme vérification, il convient de choisir, à l'extrémité du réseau, une seconde base, dont la longueur, mesurée directement, doit coïncider avec la longueur résultant des calculs. La distance des signaux ou la longueur des côtés des triangles est ordinairement comprise entre 8000 et 20.000 mètres. Les erreurs d'observation des angles ont d'autant moins d'importance que les triangles sont plus rapprochés de la forme équilatérale.

Ce premier réseau de grands triangles constitue ce qu'on appelle le **canevas trigonométrique**. Dans l'intérieur de chacun de ces triangles de 1.er ordre, dont les côtés sont aussi étendus que possible eu égard à la puissance des instruments et à la nature du pays, on choisit d'autres stations qu'on rattache aux premières par une autre série d'observations ; elles servent de sommets à une seconde série de triangles dits de second ordre, et moins grands que les précédents. Ceux-ci servent à leur tour à constituer une dernière série de triangles de troisième ordre, dont les sommets sont reliés à ceux du 2.e et du 1.er ordre. On multiplie ainsi les points dont la position est sûrement déterminée sur le sol, et les lignes qui les joignent deviennent assez peu étendues pour pouvoir servir de base à la levée des détails.

Les opérations de grande étendue, dans lesquelles il est indispensable de tenir compte de la sphéricité du globe terrestre, sont du domaine de la **géodésie** ; les opérations relatives aux triangulations d'ordre assez inférieur pour que la sphéricité du globe terrestre y soit négligeable sont du domaine de la **topographie**. Les Ingénieurs des ponts et chaussées ne peuvent être appelés à diriger que des opérations topographiques ; ils n'ont dès lors à relever et à résoudre que des triangles rectilignes. Ces opérations peuvent, du reste, embrasser d'assez grandes surfaces, en effet, si on cherche la différence entre la tangente et le sinus d'un arc de 50,000.m à la surface du globe,

on trouvera qu'elle est sensiblement de 1ᵐ50 ; on peut donc lever un plan de 100,000ᵐ d'étendue, en négligeant la sphéricité de la terre, sans fausser les résultats extrêmes de plus de $\frac{3}{100,000}$ es, erreur fort au-dessous de celles qu'entrainent les calculs et les observations.

A mesure que les dimensions des triangles diminuent, les opérations deviennent plus directes et plus faciles. Les résultats courent de moins en moins le risque d'être altérés par l'accumulation des erreurs d'observation ou par la multiplication de ces erreurs combinées dans les calculs; les inexactitudes y ont d'ailleurs, en général, de moins en moins d'importance. Il s'en suit qu'on peut, avec moins d'inconvénients, y employer des instruments d'une exactitude moins rigoureuse et des procédés plus expéditifs et plus simples.

Dans tous les cas, d'ailleurs, qu'il s'agisse de levés géodésiques ou topographiques, les opérations à faire se réduisent toujours à mesurer des longueurs ou des angles avec plus ou moins de précision suivant le temps qu'on veut consacrer à ces opérations et le dégré de perfection des instruments. Il convient donc de décrire les instruments habituellement employés à cet effet.

Mesure des distances.

Trois espèces d'instruments sont spécialement employés à mesurer les distances : ce sont les règles, les chaînes, les lunettes ou stadias.

1°. Règles. — Les règles sont, à beaucoup près, les plus exacts de tous ces instruments; on les a employées exclusivement jusqu'à ce jour dans toutes les opérations géodésiques de 1ᵉʳ et même de 2ᵉ ordre, et les ingénieurs devront y avoir recours toutes les fois que, pour un motif quelconque, ils voudront connaître une distance avec une très grande exactitude.

Avant de mesurer une ligne, il faut la tracer sur le sol; c'est ce qu'on fait au moyen d'une suite de jalons, en bois ou en fer, qu'on dispose en ligne droite à l'aide d'une lunette placée à l'origine de la ligne à mesurer, dirigée vers l'autre extrémité et montée de manière à se mouvoir dans un plan vertical en pivotant autour d'un axe horizontal. On plante les jalons en faisant coïncider leur image avec un fil tendu verticalement dans la lunette, puis en portant successivement les règles à la suite les unes des autres dans l'alignement ainsi obtenu, on mesure la longueur de la trace laissée par la série des jalons.

On ne peut donner ici le détail des précautions excessives et minutieuses qu'on est forcé d'adopter dans la mesure des lignes géodésiques. On rappellera seulement qu'il est essentiel :

1°. de placer les règles horizontalement, ou de mesurer leur inclinaison afin de pouvoir opérer ensuite la correction convenable.

2°. de les disposer très exactement dans l'alignement ou de mesurer leur déviation angulaire, pour calculer ensuite la correction (souvent négligeable) à apporter aux longueurs mesurées.

3°. de ne pas amener deux règles successives à un contact immédiat, d'une part, parce qu'il peut en résulter un petit mouvement de recul; de l'autre, parce que ces contacts fréquemment répétés peuvent émousser les extrémités des règles et en altérer la longueur. On laisse entre les règles un petit intervalle qu'on mesure à l'aide d'une languette graduée, logée dans l'extrémité de chacune d'elles, et qu'on amène par un mouvement doux et lent jusqu'à l'origine de la règle suivante.

4.° de tenir compte à chaque observation, de la température des règles, car leur longueur varie incessamment avec cette température.

Les extrémités de la ligne à mesurer sont repérées avec soin par un trait gravé sur une plaque de métal, fixée dans des massifs en maçonnerie. À la fin de chaque journée, on repère également le point de départ de la journée suivante de la même manière en fixant une plaque sur un pieu solidement enfoncé dans le sol.

On emploie des règles en métal ou en bois; on a aussi employé le verre. Les règles métalliques ont l'avantage de pouvoir faire connaître elles-mêmes leur propre température en les composant de deux règles superposées, de métaux différents et inégalement dilatables, suivant l'ingénieuse idée de Borda. Lorsqu'on se sert de règles en bois, on est dans l'usage de négliger les variations de longueur dues aux changements de température. On emploie du bois de sapin, à fibres longues et droites, qu'on fait bouillir dans l'huile et qu'on recouvre d'une couche de vernis pour le soustraire aux influences atmosphériques.

On trouvera (fig. 1 et 2, Pl. 1, et légende, pages 1 à 2) la description des règles qui ont servi à Delambre et Méchain dans la mesure d'un arc du méridien terrestre; elles ont aussi été employées par les Officiers d'État-major pour la mesure des bases du réseau de 1.er ordre de la carte de France.

L'emploi de ces règles conduit aux dernières limites de l'exactitude, mais il exige un temps énorme, comme on pourra en juger par quelques exemples.

Les bases de Melun et de Perpignan, mesurées par Delambre, en l'an VI, ont été trouvées de 6075.^{t}9001 et 6006.^{t}2478 et ont exigé l'une 38, l'autre 41 jours de travail, soit 79 jours pour une longueur totale de 23548.^{m}55; on n'a donc mesuré que 298.^{m}08 par jour.

Le colonel Henri mesura en 1804 la base d'Ensisheim en France sur 19044.^{m}03 de longueur en 38 jours (soit 501.^{m}16 par jour) avec l'aide de 3 officiers et 10 manoeuvres.

La base de Gourbera a été mesurée en 1827 par le Colonel Corabeuf sur une longueur de 12220.^{m}03 en 25 jours (soit 488.^{m}80 par jour), avec l'aide de 3 officiers et 12 manoeuvres.

Règles de l'État-major. (fig. 3 à 8, Pl. 1 et légende, page 3). – Les officiers d'État-major ont employé, pour la mesure des bases de 1.er et de 2.e ordre de la carte de l'Algérie, des règles plus simples et d'un usage plus prompt. Elles sont en bois, supportées par des trépieds qui permettent de les rendre horizontales, et pourvues d'une languette qui sert à évaluer le petit espace laissé entre deux règles consécutives. Les officiers du génie emploient ces mêmes règles à la mesure de leurs bases topographiques et estiment qu'ils obtiennent ainsi les distances avec une approximation de 0.^{m}04 par kilomètre.

Règle unique de M. Porro. – M. Porro, ancien officier du génie Piémontais, a imaginé pour la mesure des bases, une disposition qui donne des résultats plus prompts; son appareil est ingénieux, nouveau, et mérite d'être mentionné ici.

En supposant qu'on ait disposé sur la ligne à mesurer une série de lunettes ou microscopes dont les axes optiques, parfaitement verticaux, soient distants de 3.^{m} à 3.^{m}05, il n'y aura

plus, pour mesurer la ligne, qu'à présenter dans les espaces successivement compris entre deux microscopes consécutifs, une règle horizontale de $3^{m}06$ à $3^{m}10$ de longueur dont les extrémités tomberont dans le champ des microscopes, et à faire la lecture des N^{os} des divisions qui coïncident avec leurs axes optiques pour obtenir la distance de ces deux microscopes : en opérant ainsi de proche en proche, on aura la longueur de la ligne à mesurer.

Telle est, en peu de mots, l'idée de M. Porro, qui a construit, pour son application, une règle spéciale et un peu compliquée à laquelle on pourrait substituer une de celles dont on vient de parler.

Le procédé (dont on trouvera une description détaillée Pl. 2 et légende, pages 4, 5 et 6) imaginé par M. Porro, supprime les contacts et les languettes auxquels il substitue une superposition optique ; il n'exige qu'une règle au lieu de 3 ou 4 qu'il fallait aligner et ajuster ; aussi paraît-il devoir être plus économique et plus prompt. D'après le rapport d'une Commission d'Ingénieurs, l'étalonage se ferait à $0^{m}00001$ près, et l'erreur sur une distance de 175^{m} aurait été de $0^{m}0005$ seulement.

M. Brunner, éminent artiste attaché au bureau des longitudes, a construit pour la mesure des bases un appareil qui réunit les avantages des systèmes de Borda et de M. Porro. Sa règle est unique ; mais elle est composée, comme celle de Borda, de deux règles superposées, l'une en cuivre, l'autre en platine et fait, par suite, fonction de thermomètre métallique : il a supprimé les languettes et conservé les microscopes de M. Porro, mais en les construisant avec une rare perfection. Cet appareil, d'un prix très élevé et d'une construction compliquée, bien que d'un usage assez simple, permet de mesurer 250^{m} par jour : son emploi en Espagne a conduit à un degré de précision non encore atteint jusqu'à ce jour : l'écart, sur une base de 2840^{m} a été trouvé de $0^{m}0019$.

2° Chaîne d'arpenteur. – (fig. 9 et 10, Pl. 1). On fait usage, dans les opérations topographiques, d'instruments beaucoup moins précis ; le plus usité est la chaîne d'arpenteur. Elle est formée de chaînons ou tiges en gros fil de fer dont chaque bout est recourbé en boucle, et qui sont réunis deux à deux par un anneau : les longueurs des tiges, des boucles et des anneaux sont déterminées de manière qu'entre les centres de deux anneaux consécutifs la longueur entière soit de 20 centimètres. Il y a presque toujours 50 chaînons, quelquefois 100 ; de sorte que la mesure de la chaîne est un décamètre ou un double décamètre. Pour faciliter le calcul des fractions de décamètre, de mètre en mètre les anneaux sont en cuivre ; l'anneau du milieu, également en cuivre, porte une marque distinctive. Chaque bout de la chaîne a une poignée dont la longueur est prise sur les 20 centimètres du dernier chaînon. L'instrument est accompagné de dix fiches (Fig. 10) ou broches en fil de fer, pointues par un bout pour être facilement enfoncées en terre et terminées à l'autre bout par une boucle circulaire : la longueur de ces fiches est de $0^{m}30$ à $0^{m}40$; plus longues, elles seraient moins maniables et manqueraient de stabilité.

Pour mesurer une distance, on commence par la jalonner ; puis se plaçant au premier jalon, la personne qui dirige l'opération tient et arrête au point de départ une des poignées de la chaîne ; pendant que son aide, appelé porte-chaîne, marche en avant dans l'alignement, emportant l'autre poignée. Cet aide tend la chaîne en évitant tout ce qui pourrait déterminer des sinuosités et en dégageant surtout avec grand soin les boucles et les anneaux qui se seraient engagés les uns dans les autres, durant la traînée. Puis plaçant d'une main la poignée à fleur de sol,

et s'effaçant afin que l'autre agent puisse vérifier si cette poignée est bien dans la direction allant du 1.er au 2.e jalon, il pique en terre une fiche qu'il place (Fig 11) à l'intérieur ou à l'extérieur de la poignée. Les deux hommes se relèvent ensuite et marchent dans le sens de la ligne à mesurer jusqu'à ce que l'opérateur soit arrivé à la 1.re fiche plantée qui sert d'origine au second décamètre: on recommence alors la même série d'opérations, l'agent principal ayant soin d'enlever en cheminant chaque fiche qu'il rencontre aussitôt que la suivante est plantée; quand il se trouve avoir en mains les dix fiches remises primitivement au porte-chaîne, il les lui rend, inscrit à l'instant même sur son carnet une dizaine de décamètres ou portée, et on procède à la mesure de l'hectomètre suivant.

Lorsqu'on est arrivé au terme de la ligne à mesurer, on compte le nombre de mètres, chainons et fraction de chainon compris entre la dernière fiche et le jalon extrême: cette fraction s'évalue à l'aide d'une règle divisée, ou, plus généralement, par estime.

Plusieurs circonstances peuvent influer d'une manière plus ou moins sensible sur l'exactitude d'un chaînage et il importe de prendre les précautions nécessaires pour éviter les erreurs, ou, du moins, les réduire au minimum.

1.° Les diverses positions relatives que peuvent occuper les poignées et les fiches ont une certaine influence sur le résultat de l'opération. Suivant que le porte-chaîne et l'opérateur placent la fiche, tous les deux en dehors des poignées, ou tous les deux en dedans, ou bien l'un en dedans et l'autre en dehors, il est facile de reconnaître que les distances chaînées devront être par décamètre, augmentées de ε dans le premier cas, diminuées de 3 ε dans le 2.e, enfin diminuées de ε dans le 3.e cas, en désignant par ε l'épaisseur du fil de fer qui compose la chaîne et les fiches. Il faudrait donc donner aux chaînes des longueurs variables suivant les habitudes des chaîneurs. Le mieux est peut être d'observer ces habitudes et de corriger, en conséquence le résultat des opérations.

On évite les chances d'erreur qu'on vient de signaler en adaptant aux chaînes des poignées en cuivre, présentant une rainure dans laquelle se loge la fiche (Pl. 3, Fig. 23) de manière à ce que les faces planes extérieures de ces poignées soient toujours distantes de 10.m

2.° La chaîne, au moment où on va planter une fiche doit être assez fortement tendue pour que ses deux extrémités soient sur une même horizontale; mais cette tension n'est jamais suffisante, sauf les cas exceptionnels où la chaîne porte entièrement sur le sol, pour la rendre rectiligne; elle prend la forme d'une chaînette dont la flèche peut atteindre et dépasser 0.m 20 à 0.m 25 et dont la corde est plus courte que l'arc de 0.m 01 à 0.m 02. On compense ce raccourcissement en donnant aux chaînes 0.m 005 à 0.m 006 de longueur en sus du décamètre, en recommandant aux opérateurs de laisser toujours les fiches en dehors des poignées; ce qui fait gagner encore 0.m 004 à 0.m 005; enfin on compte dans une certaine mesure sur l'élasticité du fil de fer et l'allongement des boucles.

3.° Les fiches doivent être plantées bien verticalement, sans quoi il peut y avoir un écart horizontal de quelques centimètres entre leur tête et leur pied, ce qui affecterait d'une erreur variable chaque décamètre mesuré.

4.° L'effort de tension auquel la chaîne est fréquemment soumise finit par en

altérer la longueur en agissant surtout sur les boucles et sur les anneaux ; aussi faut-il avoir soin de vérifier de temps en temps cette longueur en la comparant à celle d'une chaîne étalon ne servant qu'à cet usage et modifier les chaînages effectués en tenant compte, s'il y a lieu, des résultats de cette vérification.

5°. L'opérateur doit aligner son aide assez exactement pour que toutes les fiches soient plantées dans le plan vertical de la ligne à mesurer : si l'une d'elles s'écartait de ce plan d'une quantité δ, le décamètre correspondant se trouverait erroné de $\frac{\delta^2}{20}$, erreur négligeable si δ reste au dessous de $0^{m}10$, condition facile à remplir.

6°. Enfin, il faut veiller à ce que la chaîne soit complètement développée, sans coudes, ni noeuds. De plus, il est bon de se munir de quelques anneaux et de quelques chaînons de rechange pour remédier aux accidents qui peuvent se produire en cours d'opérations.

Quand le terrain est incliné, le porte-chaîne doit placer sa poignée au niveau de l'autre poignée et la tenir pour cela à une certaine hauteur au-dessus du sol, hauteur qu'il estime plus ou moins sûrement ; il a plus de peine alors à tendre la chaîne dont la flèche peut, par suite, dépasser le chiffre indiqué ci-dessus ; il a plus de peine encore à placer sa fiche dans la verticale de la poignée (On peut employer à cet effet une fiche plombée, c'est-à-dire chargée d'un certain poids vers son pied et terminée au-dessus de sa tête par une tige fine qu'on saisit entre deux doigts et qu'on laisse tomber sur le sol où elle s'implante sans déviation ; on la remplace ensuite par une fiche ordinaire). Dans un terrain fortement accidenté, il faut même renoncer à mesurer avec toute la longueur de la chaîne et ne procéder que par fraction de décamètre. Aussi quand il s'agit d'une déclivité longue et régulière, il vaut beaucoup mieux la mesurer suivant la pente du sol et ramener ensuite cette longueur à l'horizontale en la multipliant par le cosinus de son inclinaison.

Malgré l'incertitude qu'elle comporte, la chaîne est presque exclusivement employée pour la mesure des distances. On en tire un meilleur parti lorsqu'on peut mesurer une ligne à fleur de terre, la chaîne étant alors supportée sur toute sa longueur ; on peut exiger, en pareil cas, que les écarts restent toujours inférieurs à 1^{m} par Kilomètre. Mais dans un terrain accidenté, ces écarts peuvent atteindre et même dépasser parfois 3^{m} par Kilomètre.

La chaîne d'arpenteur ci-dessus décrite n'est pas, du reste, le seul instrument employé dans les chaînages : on construit, depuis quelques années, des décamètres en ruban d'acier recuit (Pl. 3, Fig. 22) qui sont exempts d'une partie des inconvénients de la chaîne : ils sont plus légers, ne sont pas sujets à se nouer, peuvent supporter une forte tension et par suite prendre une flèche plus faible et une moindre courbure lorsqu'on cherche à les employer horizontalement en terrain ondulé. Ces qualités permettent de réduire sensiblement les erreurs qui résultent de l'emploi de la chaîne. Mais leur prix est notablement plus élevé, car il est de près du triple ; et ils se brisent facilement, surtout lorsqu'ils s'oxident après avoir été mouillés.

On emploie aussi des roulettes ; ce sont des décamètres en ruban de fil ou de coton, revêtus d'un enduit pour les soustraire à l'influence de l'humidité et pouvant s'enrouler dans une petite boîte circulaire en cuir ou en métal : ils sont légers, commodes, très-portatifs ; mais peu solides et peu précis, et on ne peut les employer que lorsqu'on ne tient qu'à

une médiocre exactitude.

On a fait enfin des roulettes en ruban d'acier; elles ont tous les avantages des roulettes précédentes et, en outre, celui d'une beaucoup plus grande précision; mais leur prix très élevé et leur fragilité devront malheureusement en restreindre beaucoup l'emploi.

On s'est arrêté aux détails qui précèdent parce que, bien qu'un chaînage soit une opération on ne peut plus simple, il faut quelques précautions et beaucoup de soins pour n'y pas commettre de fréquentes et parfois de notables erreurs.

3.° Stadias, Lunettes à mesurer les distances. Le plus ancien de ces instruments est la lunette de Rochon, qui n'est pas en usage dans le service des Ponts et Chaussées, et dont on ne parle ici que pour mémoire: cette lunette repose toutefois sur une idée ingénieuse qui a servi de point de départ aux tentatives des successeurs de l'abbé Rochon, c'est l'évaluation des distances au moyen du diamètre apparent des objets mesuré à l'aide d'un micromètre.

Pour obtenir (Pl. 4. Fig. 32) la distance a comprise entre deux points A et O, il suffit de placer sur l'un d'eux une mire AB: en désignant par S la grandeur réelle de cette mire, et par ω sa grandeur apparente, c'est-à-dire l'angle sous lequel elle est vue de l'autre point O, on aura toujours $a = \frac{S}{\tang.\omega}$

La connaissance des deux quantités S et $\tang.\omega$ conduit à celle de la distance cherchée, et il est facile de se donner d'avance l'une d'elles, qui restera constante dans toutes les observations, de manière à n'avoir plus à déterminer que la seconde.

Si on se sert, pour regarder la mire AB, d'une lunette astronomique dont l'objectif soit placé en O, il se formera en ab à une distance x de cette lentille, une image réelle de la mire: la similitude des deux triangles qui ont leur sommet en O donnera $\tang.\omega = \frac{i}{x}$ et par suite $a = S\frac{x}{i}$

En admettant, ce qui n'est pas tout-à-fait exact, que l'image ab se forme toujours à la même distance x de l'objectif, quelle que soit la distance a, il n'y aura que deux variables S et i, dans la relation $a = \frac{Sx}{i}$ qui est l'expression du principe commun à toutes les stadias.

Ces instruments se composent de deux parties distinctes: une mire graduée et une lunette au foyer de laquelle sont tendus deux fils horizontaux qui servent à mesurer soit la grandeur S de la mire, soit la grandeur i de son image.

Stadia à fils fixes. – Dans cet instrument, on rend constant la grandeur apparente de la mire; il suffit pour cela de placer dans le plan du réticule de la lunette, plan qu'on amène au foyer de l'objectif, deux fils a et b qu'on fixe de manière à rendre invariable leur écartement i: l'angle ω aura pour tangente $\frac{i}{x}$ et pour obtenir la distance cherchée $a = \frac{S}{\tang.\omega}$ il n'y a plus qu'à mesurer la grandeur S de la partie de la mire comprise dans l'angle constant ω émergeant de l'objectif et dont l'image est limitée par les fils a et b. Rien de plus simple que cette mesure si la mire a été d'avance divisée en parties égales, car il suffira de lire les numéros des divisions A et B de la mire qui viennent se peindre sur ces deux fils.

En mesurant une fois pour toutes, la distance a de la mire à l'objectif correspondante

à un nombre n de divisions comprises entre les fils, il est facile de voir qu'en plaçant ensuite la mire à d'autres distances $a'a''$..... et lisant les nombres $n'n''$.... des divisions interceptées, on aura toujours $a' = \frac{a}{n} n'$; $a'' = \frac{a}{n} n''$..... et les distances s'obtiendront en multipliant les nombres $n'n''$.... par le cœfficient constant $\frac{a}{n}$.

On comprend combien il serait commode de faire $\frac{a}{n} = 1$; on y arrivera facilement en divisant l'espace AB en autant de parties égales que a contient de mètres, ce qui revient à adopter tang. ω pour la grandeur des divisions de la mire ; mais cela n'est pas indispensable, et on pourra toujours utiliser une mire divisée en parties égales quelconques, en calculant, par une ou plusieurs expériences, le cœfficient $\frac{a}{n}$.

Si par accident, les fils venaient à être cassés ou déplacés et n'étaient pas remis exactement dans la même position, il faudrait calculer un nouveau cœfficient $\frac{a}{n}$, ou graduer une nouvelle mire de manière à avoir $\frac{a}{n} = 1$.

Pour éviter cet inconvénient, on rend mobile un des fils du réticule en le fixant sur un cadre qui peut se mouvoir dans une coulisse verticale au moyen du jeu d'une vis qui permet de faire varier la distance du fil mobile au fil fixe et de la régler de telle sorte que 100 divisions de la mire se trouvent exactement comprises entre les fils lorsque la distance entre cette mire et la lunette est de 100^{m}. (Voir Pl. 3 Fig. 24, 25 et 26) : mais cette disposition est rarement adoptée.

Stadia à fil mobile. —

On emploie une mire de grandeur constante S et on mesure l'angle sous tendu ω, qui varie alors avec l'éloignement de la mire.

Cet angle a toujours pour tangente $\frac{i}{x}$, et il suffit de mesurer au moyen d'un micromètre quelconque (Pl. 3, Fig. 27 à 31), la grandeur variable i de l'image de la mire. On rend pour cela mobile un des deux fils a et b l'autre restant fixe, ce qui permet de faire coïncider avec ces deux fils les images des deux repères A et B marqués une fois pour toutes sur la mire, et dont l'espacement S sera constant et connu.

Une observation directe fera connaître x en mesurant une distance a et l'écartement i correspondant ; une autre distance quelconque sera toujours donnée par la relation $a' = \frac{Sx}{i'}$. Il convient de dresser d'avance une table des valeurs de ce quotient pour s'éviter tout calcul ultérieur ; on y lira les distances correspondantes à toutes les valeurs qu'on peut trouver pour i.

On peut encore simplifier beaucoup cet instrument en supprimant les fils et remplaçant l'appareil micrométrique par une plaque de verre divisée placée au foyer de l'objectif et sur laquelle on lirait directement la grandeur de l'image de la mire. La plaque étant divisée en dixièmes de millimètres, on pourrait apprécier, par estime des dixièmes de ces divisions et obtenir la grandeur i à $0^{m}.00001$ près.

Cet instrument est fort peu employé : il a notamment l'inconvénient de conduire à des erreurs qui croissent comme le carré des distances.

Mesure des distances inclinées. —

Lorsque la distance à mesurer n'est pas horizontale, on peut encore l'obtenir au moyen de la stadia, mais il faut pour cela qu'elle soit tenue perpendiculairement à l'axe de la lunette, ce dont on juge à l'aide d'une équerre fixée en A' sur la

mire (Pl. 4. Fig. 34) à 1m 40 environ au dessus de son pied, hauteur égale à celle de la lunette au-dessus du sol, de manière à rendre la ligne de visée parallèle à la ligne à mesurer.

Le porte mire a la tâche assez difficile de viser la lunette suivant le petit côté de cette équerre, et de déplacer en même temps le pied de la Stadia, en la maintenant toujours dans la même direction jusqu'à ce que le point A' se trouve dans la verticale du point M dont on cherche la distance à l'observateur placé en N. Celui-ci pointe la lunette sur la mire convenablement inclinée, et le nombre des divisions contenues dans M'M'', points qui se projettent sur les fils fait connaître la distance NM. Pour ramener cette distance à l'horizontale, il faudra la multiplier par le cosinus de son inclinaison φ qu'on devra mesurer.

En général (Pl. 4, Fig. 35) on tient la Stadia verticalement sur le point M, mais il faut alors apporter une correction à la mesure de la distance inclinée $OA = MN$ qu'on déduit de la lecture du nombre de divisions comprises dans M'M''. Pour opérer exactement il faudrait que la stadia fut tenue perpendiculairement à OA, et la longueur interceptée $m'\,m''$ serait plus petite que M'M'' dans le rapport de $\cos\varphi$ à l'unité, car les petits triangles opposés par le sommet en A sont sensiblement rectangles en m' et m''.

On aura donc $OA = M'M''\cos.\varphi = S\cos.\varphi$

et la distance horizontale $OH = OA\cos.\varphi = S\cos^2\varphi$

Il est nécessaire de tenir la mire bien verticalement; ce dont on s'assure soit à l'aide d'un fil à plomb suspendu latéralement, soit à l'aide d'un petit niveau sphérique à bulle d'air logé dans la charpente de la Stadia.

Pour abréger les opérations de correction, on a construit des tables qui donnent les valeurs des distances MN réduites à l'horizontale, au moyen de l'angle de pente et du nombre de mètres indiqué par la lecture.

Causes d'erreur des Stadias. – Telles qu'on les a décrites, les stadias sont fausses en principe, car on n'a pas tenu compte de la variation focale de l'objectif. Il est facile d'apprécier l'erreur qui résulte de l'hypothèse admise.

L'expression de la distance cherchée de l'objectif à la mire est $a = \frac{xS}{i}$, dans laquelle on a supposé x constant et il ne l'est nullement, car, en désignant par f la longueur focale principale de l'objectif, on a entre x et a la relation $\frac{1}{a} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f}$ résultant de la théorie des lentilles et qui prouve que la distance de l'image au centre optique de l'objectif varie avec celle de l'objet à ce même point.

On en déduit $\frac{a-f}{f} = \frac{a}{x}$ et par suite $a - f = \frac{fS}{i}$ car $\frac{a}{x} = \frac{S}{i}$ relation dans laquelle f est rigoureusement constant.

L'expression $\frac{fS}{i}$ ne représente donc que la distance de la mire au foyer antérieur de l'objectif; par suite les stadias ne conduiraient à des résultats exacts qu'autant qu'on compterait les distances à partir de ce foyer antérieur, ce qui n'est nullement commode, car ce point est en dehors de l'instrument.

La lunette est généralement attachée à un instrument dont on place le centre de rotation dans la verticale du point à partir duquel on veut compter les distances. En désignant par d (Pl. 4, Fig. 36) la partie de la longueur du corps de la lunette comprise entre l'objectif et le

centre de rotation, il faudrait ajouter la quantité constante $f+d$ au nombre de mètres correspondant au nombre des divisions interceptées entre les fils pour obtenir la distance exacte comptée à partir du centre de l'instrument.

Il est facile de disposer des lunettes de telle sorte que la constante $f+d$ soit un nombre rond, 0.m 50 par exemple; on atténue ainsi l'inconvénient de l'addition mentale ou écrite à faire aux distances lues sur la stadia : on peut encore se dispenser de faire cette correction additive en corrigeant la mire elle-même de manière à obtenir toujours la distance exacte par la simple lecture du nombre des divisions. Il suffit pour cela de diminuer l'une d'elles, située vers la partie centrale de la mire qui vient se peindre entre les fils, de la fraction de division représentée par $\frac{f+d}{1^m}$ et de la compter pour une division entière. L'objectif de la lunette se trouvant à $(S+f)$ de la mire; on lirait S divisions sur une mire ordinaire, mais on en lira $S+f+d$ sur une mire corrigée comme on vient de l'indiquer; cette mire conduira donc à des résultats exacts.

En ayant le soin de corriger les distances obtenues à l'aide d'une stadia par un des modes qu'on vient d'indiquer, l'instrument devient théoriquement exact; mais les erreurs de lecture ou de pointé en entraînent d'autres au moins égales à celles qu'on vient de chercher à éviter.

Pour apprécier ces erreurs et par suite le degré d'approximation sur lequel on peut compter, il faut se rappeler :

1° Que le grossissement d'une lunette est égal au rapport des angles sous lesquels l'image est vue du centre optique de l'oculaire et de celui de l'objectif;

2° Que le champ d'un oculaire embrasse à peine 10° à 12° autour de son axe optique central, et qu'au delà de cette limite, d'intolérables aberrations de sphéricité rendent la vision très confuse;

3° Qu'il résulte de nombreuses expériences et des assertions de plusieurs praticiens qu'on peut évaluer à $\frac{1}{10^e}$ près, et par estime, un espace qui est vu sous un angle de 0°.3 et qu'on ne saurait au-delà; en d'autres termes, 0°.03 serait la limite des plus petits angles que l'œil peut percevoir : ce chiffre est admissible, car il correspond à un sixième de millimètre ou à 0." distance de la vue distincte.

Des deux premiers faits, on en conclut un 3.e fort simple, fort essentiel et dont ne se sont pas rendu compte bien des personnes qui voudraient avoir des instruments à grande portée, ayant à la fois beaucoup de champ et un fort grossissement : c'est que si on désigne par g le grossissement d'une lunette, par ω l'angle sous lequel on veut voir les objets du centre optique de l'objectif, on aura nécessairement $g\,\omega =$ ou $< 21°$, c'est-à-dire 700 fois la limite des grandeurs angulaires appréciables.

En d'autres termes, les erreurs résultant des incertitudes de lecture de la grandeur de la partie de la mire comprise dans l'angle sous lequel son image est vue du centre optique de l'objectif pourront être du 700.e de cette grandeur.

Effectivement, une erreur dans la mesure des distances ne peut provenir que d'une évaluation inexacte de la grandeur de la partie de la mire comprise entre les fils; cette évaluation inexacte ne portera pas sur le nombre des divisions, mais seulement sur la fraction à prendre de chacune des deux divisions sur lesquelles se projettent ces fils. La mire qui sous-tend un angle ω à l'objectif, sera vue, à l'oculaire, sous un angle de 21°; or, l'erreur qu'on peut commettre da

l'appréciation de la grandeur de la mire pouvant être de 0°.03, c'est-à-dire de $\frac{1}{700}$ de sa grandeur apparente, on voit que cette erreur affectera de même la grandeur réelle, et par suite, la distance cherchée qu'on obtiendra ainsi à $\frac{1}{700}$ près.

Cette approximation dans la mesure des distances est la limite de ce qu'on peut obtenir avec les meilleurs instruments actuels et serait déjà assez satisfaisante si on pouvait y compter dans tous les cas, mais elle suppose un concours de circonstances heureuses. Il faut en effet que le produit de grossissement de la lunette par l'angle que sous-tend la mire soit précisément de 21° et que les lectures soient faites par un homme exercé. Ce chiffre à peu près théorique, ($\frac{1}{700}$ pour des lunettes de 0ᵐ.35 de foyer) se trouve du reste confirmé par les expériences de M. Goulier, Capitaine du génie, qui a publié dans le Mémorial du génie, de longues observations sur la construction et l'usage de la stadia.

En principe, l'approximation sera représentée par $\frac{0°.03}{g.\omega}$: Si donc on avait, dans une lunette, $g\omega = 15°$ (chiffre qui correspondrait à $\text{tang.}\,\omega = \frac{1}{100}$ et à un grossissement de 25 fois), l'approximation ne serait plus que de $\frac{1}{500.^e}$

Il n'y aurait aucun bénéfice à augmenter le grossissement puisqu'il faudrait diminuer le champ dans le même rapport; on y gagnerait seulement de pouvoir employer une mire plus courte, mais l'approximation resterait la même. D'ailleurs en augmentant le grossissement, il faut pour conserver aux images une clarté suffisante, augmenter l'ouverture de l'objectif: cet accroissement d'ouverture en entraînera un proportionnel dans la longueur focale pour que les images restent nettes, ce qui pourrait conduire à des lunettes de dimensions inadmissibles dans la pratique.

Le grossissement se trouve du reste presque forcément déterminé par la grandeur de la mire et la portée qu'on assigne à l'instrument: ainsi une mire ne peut excéder 4ᵐ pour que son usage soit facile et sûr: Si on veut la faire servir jusqu'à 200ᵐ, il en résultera $tg\,\omega = 0^m.02$, $\omega = 1°8'.45''$ et le grossissement égal au rapport $\frac{21°}{\omega}$ sera de 18 à 19; si la mire doit servir jusqu'à 400ᵐ, l'angle ω sera deux fois plus petit, le grossissement devra être porté à 37 fois, environ, et l'approximation sera la même dans les deux cas. Les lunettes des instruments usuels ont des objectifs qui ne peuvent guère dépasser 0ᵐ.036 d'ouverture pour une longueur de 0ᵐ.36 au plus; les meilleures ne peuvent pas supporter un grossissement supérieur à 26 ou 30 fois.

Il semble donc, d'après les considérations précédentes, qu'on ne peut pas espérer de meilleurs résultats de l'emploi de la Stadia; cependant, M. Porro, a trouvé les moyens de faire disparaître les conséquences de la variation focale de l'objectif, et, de plus d'augmenter l'approximation en portant le grossissement au double et au triple des chiffres qu'on vient d'indiquer.

Stadia, ou lunette anallatique de M. Porro. — Dans les lunettes ordinaires, les images de divers objets compris dans un même angle visuel, mais inégalement distants de l'objectif, se forment à des distances variables de cet objectif et sont inégales.

L'interposition d'une lentille entre l'objectif et l'oculaire suffit pour rendre toutes ces images égales; on peut en effet déterminer, dans tout système optique convergent un point tel que tous les objets qui, vus de ce point, sous-tendent le même angle, aient leurs images conjuguées de même dimension.

Soient O (Pl. 4, fig. 37) une lentille convergente AB, A'B', A''B''...... une série d'objets

vus sous le même angle ayant son sommet en un point H de son axe optique. Tous les rayons BH, B'H...... AH, A'H...... émanés des points BB'... AA'..... conserveront une même direction après leur réfraction et passeront par le même point C de l'axe optique pour aller former les images αb, $\alpha b'$, $\alpha b''$...... de grandeurs inégales : si on place un peu au delà de ce point une seconde lentille O' ayant son foyer en C, il est clair que tous les rayons considérés ayant passé par le foyer de cette lentille, en sortiront suivant deux parallèles n a a'a''... m b b'b''... à l'axe optique : ces parallèles seront donc le lieu des images des points A, A'A''...... B, B'B''..... et tous les objets AB, A'B'... auront leurs images conjuguées a b, a'b'... de même grandeur.

Tel est le moyen fort simple par lequel on fait disparaître le vice originel de la stadia. Une lunette jouissant de la propriété qu'on vient de définir est dite anallatique et le point H est le centre d'anallatisme. Ce point devant servir d'origine à la mesure des distances, il est nécessaire, en pratique, qu'il se trouve à l'intérieur et même au centre de rotation de l'instrument.

On peut heureusement combiner les longueurs focales et la distance des deux lentilles O et O' de manière à porter le centre d'annallatisme en un point quelconque de l'axe optique, et à donner en même temps une valeur déterminée à l'angle sous lequel les objets seront vus de ce même point. Soient H (Pl. 4, fig. 38) le point de l'axe optique dont on veut faire le centre d'anallatisme, ω l'angle sous lequel on veut voir les objets, et AB un de ces objets compris dans cet angle ω.

Soient encore F et φ les longueurs focales des lentilles O et O'; b et z les distances du point H à l'objet AB et à la 1[re] lentille O; S, la grandeur de l'objet AB et i celle de son image a b mesurée par l'écartement des fils du réticule.

En suivant, dans un ordre inverse, la marche de la lumière, on arrive facilement à trouver les relations qui lient ces divers éléments.

Les rayons bm, an, qui entrent dans la lentille O' parallèlement à l'axe passeront à leur sortie par son foyer C', iront ensuite rencontrer la lentille O en des points M et N pour en sortir suivant des directions MB, NA qui doivent concourir en H et s'y rencontrer sous un angle ω.

Le point H sera donc le foyer conjugué virtuel du point C par rapport à la première lentille O, et on aura par suite

$$\frac{1}{Co} - \frac{1}{Ho} = \frac{1}{F} \quad \text{ou bien} \quad \frac{1}{d-\varphi} - \frac{1}{z} = \frac{1}{F}\,, \quad \text{d'où} \quad z = \frac{F(d-\varphi)}{F-(d-\varphi)}$$

On aura encore la relation

$$2\,\text{Tang.}\,\frac{\omega}{2} = \frac{MN}{oH} = \frac{mn \times \frac{Co}{Co'}}{oH} = \frac{i\,\frac{d-\varphi}{\varphi}}{\frac{F(d-\varphi)}{F-(d-\varphi)}} = \frac{i}{F\varphi}\,(F+\varphi-d)$$

Ces deux relations contiennent toute la théorie de l'anallatisme et la solution des questions que doit résoudre l'artiste pour la construction de ses lunettes.

Z et ω étant donnés, on n'a que deux relations entre les trois variables F φ et d

on pourra donc profiter de la latitude qui en résulte pour diminuer les aberrations chromatiques ou de sphéricité de la lunette

M. Porro, auquel est due l'idée de l'anallatisme, a imaginé un autre perfectionnement de la stadia, aussi important au moins que le premier.

Une lunette étant donnée, l'angle ω dont il a été question, est déterminé uniquement par l'écartement des fils du réticule, et doit varier en raison inverse du grossissement de l'oculaire: La grandeur des divisions de la mire qui représentent une distance de 1^m, est donc à très-peu près fixée d'avance, d'après le grossissement de l'oculaire et la limite de la portée qu'on assigne à l'instrument.

Cette grandeur une fois déterminée, le grossissement ne peut plus augmenter, sans quoi les fils ne se trouveraient plus dans le champ de nette vision de l'oculaire. M. Porro a pu néanmoins porter le pouvoir grossissant de ses lunettes à 60 et 80 fois, en remarquant qu'il n'était nullement nécessaire d'apercevoir la totalité du champ compris entre les deux fils, mais qu'il suffisait d'obtenir une vision très nette des parties amplifiées sur lesquelles se superposent les fils du réticule: aussi a-t-il placé, devant chacun d'eux, un oculaire puissant correspondant l'un au fil supérieur qu'on pointe sur le zéro de la mire, l'autre au fil inférieur qui se projette sur une division dont le numéro fait connaître la distance: on ne voit ainsi nettement que deux très-petites portions de la mire, mais ce sont les seules utiles puisque ce sont celles sur lesquelles se font les lectures qui déterminent les distances.

M. Porro ajoute un 3.e fil et un 3.e oculaire correspondants à l'axe central de la lunette, pour servir aux usages ordinaires; prendre des directions, et pouvoir au besoin doubler la portée, en dédoublant l'angle ω, au dépens, bien entendu, de l'exactitude qui décroît alors dans la même proportion

Le grossissement considérable résultant de l'emploi de ces trois puissants oculaires a pour effet de diminuer la clarté des images; et on ne peut remédier à cet inconvénient que par un agrandissement de l'objectif; or, comme pour utiliser toute la surface de cet objectif, il faut donner à la lunette pour longueur focale environ douze fois son ouverture, on serait conduit à établir des lunettes trop longues pour être adaptées à des instruments portatifs. — M. Porro évite ce nouvel inconvénient en composant ses objectifs de deux lentilles juxta-posées, ce qui diminue de près de moitié la longueur focale de l'ensemble. La perte de lumière résultant du passage des rayons à travers deux lentilles de plus, est compensée par l'accroissement de surface de l'objectif.

Pour tirer tout le parti possible de la lunette ainsi perfectionnée, il convient de la monter sur un cercle vertical gradué, dont on placera le centre au centre d'anallatisme, ce qui permettra de mesurer les distances inclinées, de les ramener à l'horizontale, et de déterminer en outre l'altitude du pied de la mire au-dessus du centre du cercle.

Soient en effet (Pl. 4, fig. 33)

S la longueur $M'M''$ interceptée sur la mire verticale,

φ l'angle compris entre la verticale et l'axe optique central,

d la distance horizontale OP du centre au pied de la mire,

z l'altitude $M'P$ de ce même pied au-dessus de l'horizontale OP.

On trouve facilement

$$d = \frac{S}{\sin\omega}\sin\left(\varphi+\tfrac{1}{2}\omega\right)\sin\left(\varphi-\tfrac{1}{2}\omega\right) = \frac{S}{\sin\omega}\sin^2\varphi \quad \text{et} \quad z = d\cot\left(\varphi+\tfrac{\omega}{2}\right) = d\cot\varphi - \frac{S}{2}$$

en développant les premières expressions en séries et y négligeant les puissances de ω supérieures à la première.

Si donc on divise la mire en parties égales à $\sin\omega$, on aura simplement ($d = S\sin^2\varphi$).

M. Porro place ses fils de manière à avoir $\sin\omega = \frac{1}{50}$, ce qui conduit à diviser la mire en doubles centimètres.

L'utilité de ce mode de division est palpable ; il en résulte que le nombre S des divisions comprises entre les fils du réticule exprimera en mètres la distance inclinée à multiplier par $\sin^2\varphi$ pour obtenir la distance horizontale d, et en centimètres le nombre à retrancher de $d\cot\varphi$ pour obtenir l'altitude z.

Pour compléter les dispositions ingénieuses de ses instruments, M. Porro a adopté un réticule particulier qui prévient toute erreur de lecture.

Ce réticule (Pl. 4. Fig. 39) pourrait se composer seulement du fil supérieur $\underline{a}$ qu'on pointe sur le Zéro de la mire, et du fil inférieur $\underline{b}$ qui sert à lire le nombre des divisions interceptées. Le fil milieu $\underline{c}$ sert aux pointages ordinaires et à doubler, au besoin, la portée de l'instrument.

Le fil inférieur b est toujours remplacé par deux autres $\underline{d}$ et $\underline{g}$, compris dans le champ de l'oculaire inférieur, placés à égale distance du fil b supprimé et de telle sorte que $bd = bg = \frac{1}{10}ab$.

On aura dès lors $\quad ag + ad = 2\,ab = 2S$

et $\quad ag - ad = \frac{2}{10}ab = \frac{2}{10}S$

Si pour faire disparaître ce coefficient 2 on double la grandeur des divisions de la mire et qu'on les fasse de 0m.04 au lieu de 0m.02, la distance en mètres, ou le nombre S, sera représentée.

1°. par la somme des lectures en d et g.

2°. par dix fois leurs différences.

Pour éviter de s'astreindre à pointer sur le zéro de la mire, qui peut quelquefois n'être pas visible, M. Porro adapte à certaines lunettes un réticule à cinq fils, en remplaçant aussi le fil supérieur $\underline{a}$ par deux autres γ et δ distants également de ce fil supprimé de $\frac{1}{10}ab$.

Or, ab ou le nombre des divisions comprises entre les deux fils a et b, représente toujours la distance cherchée qu'on obtiendra en prenant la différence des lectures faites en $\underline{a}$ et $\underline{b}$.

La quantité à retrancher de $d\cot\varphi$ pour avoir l'altitude est la hauteur du fil central au-dessus du Zéro de la mire.

Dès lors en désignant par les mêmes lettres les Nos des divisions qui correspondent aux différents fils, on aura, en supposant la mire divisée en parties égales à 0m.04,

$$\text{Distance en mètres} = \begin{cases} \gamma + \delta = d + g \\ 10(\gamma - \delta) = 10(d - g) \end{cases}$$

Quantité en centimètres à retrancher de $d \cot \varphi$ pour avoir l'altitude $= \begin{cases} \gamma + \delta + d + g \\ 2(\gamma + g) = 2(\delta + d) \\ 4c \end{cases}$

vérifications multipliées qui ne permettront pas d'erreurs de lectures.

M. Porro affirme qu'avec ses lunettes du plus grand modèle, on peut mesurer les distances avec une prévision de

$\frac{1}{2000}$ jusqu'à 200^m, $\frac{1}{1000}$ de 200^m à 400^m, $\frac{1}{400}$ de 400^m à 800^m

Malheureusement les résultats expérimentaux manquent pour confirmer ces prévisions, car, en France du moins, l'usage des lunettes anallatiques est infiniment trop peu répandu pour permettre de tirer des conclusions un peu certaines des rares expériences qu'on a pu faire.

Il n'est pas nécessaire, on l'a vu, d'adopter des lunettes anallatiques pour opérer avec une certaine exactitude, et de bonnes lunettes, de 0^m.035 à 0^m.040 d'ouverture, donnent les distances à $\frac{1}{700}$ près entre les mains d'un opérateur exercé; cette conclusion à laquelle conduit la théorie des lunettes, est pleinement d'accord, on l'a dit déjà, avec les nombreuses expériences relatées dans le mémorial du génie. Il résulterait de ces expériences que ces lunettes pourraient servir jusqu'à 1200 fois leur longueur focale, soit un peu plus de 400^m, avec des mires divisées de 0^m.02 en 0^m.02; et jusqu'à 800 fois cette distance, soit un peu moins de 300^m avec des stadias divisées en centimètres: ces limites paraissent un peu élevées, et il sera prudent de ne pas les atteindre, à moins qu'on ne dispose d'une lunette de dimensions et de qualité supérieures.

En terrain horizontal, la chaîne, a-t-on dit, ne donne les distances qu'à 0^m.50 et même 1^m près par Kilomètre; elle ne les donne qu'à 2^m et 3^m près lorsque le terrain est accidenté. La stadia peut donc lutter d'exactitude avec la chaîne; elle a sur elle des avantages marqués: la célérité; la faculté de mesurer sans les parcourir des lignes qui concourent en un même point; celle d'éviter toutes difficultés, telles que broussailles, ravins, fossés, cours d'eau, &^{a} situées sur les lignes à mesurer dont le parcours n'est plus obligatoire; l'emploi d'un aide au lieu de deux; il est dès lors à désirer que son usage se répande dans le service des ponts et chaussées et que les Ingénieurs cherchent en même temps à se la rendre familière et à la perfectionner.

§. 2. Mesure des Angles.

Les instruments qui servent à mesurer les angles se divisent en deux classes: la première classe comprend les instruments qui donnent numériquement l'amplitude des angles, et qu'on appelle, à cause de cela, goniomètres. On doit ranger dans cette classe le théodolite; le cercle répétiteur le graphomètre, le pantomètre de Fouquier, l'équerre d'arpenteur, la boussole, le sextant gradué, &^{a} &^{a} La seconde classe comprend les instruments qui donnent le moyen de tracer les angles graphiquement sans en connaître la valeur en degrés; on les désigne sous le nom de goniographes: ils se réduisent presque à un seul, la planchette, qui a pour complément obligé l'alidade à pinnules ou à lunette, et pour accessoire utile, le déclinatoire: c'est à cette classe également qu'appartient le sextant graphique.

Goniomètres : Pour mesurer un angle, on place dans son plan un cercle divisé dont le centre se trouve sur la verticale du sommet de cet angle on dirige successivement un rayon matériel du cercle suivant les deux côtés de l'angle à mesurer, dont on obtient la valeur numérique en appréciant l'espace angulaire parcouru par ce rayon : il faut donc avoir des moyens de visée et des moyens de lecture.

Comme moyen de visée on se sert d'alidades à pinnules ou de lunettes

L'alidade est une règle aux deux extrémités de laquelle s'élèvent à angle droit deux plaques métalliques percées chacune d'une fente perpendiculaire au plan de la règle. On s'en sert en plaçant l'œil près d'une de ces fentes, et en faisant tourner l'alidade jusqu'à ce que l'objet visé apparaisse au travers de la seconde. Le plan de visée n'est déterminé avec quelque précision qu'autant que les fentes sont fort étroites, ce qui rend la vision difficile, aussi remplace t on celle de la pinnule la plus éloignée de l'observateur par un crin tendu au centre d'une fenêtre ouverte dans cette pinnule ; on agrandit ainsi le champ de la vision, et on amène ce crin à occulter l'objet sur lequel est dirigé l'alidade. Pour pouvoir viser par l'une ou l'autre pinnule chacune d'elles est percée d'une fente et d'une fenêtre bissectée par un crin, la fente de l'une correspondant, en hauteur, à la fenêtre de l'autre.

L'alidade n'assure qu'imparfaitement la coïncidence entre la ligne matérielle de l'instrument et celle de la nature : le diamètre apparent du fil d'une des pinnules et la largeur, si minime qu'elle soit, de la fente de l'autre pinnule, engendrent un petit espace angulaire dans lequel l'objet visé peut se mouvoir sans cesser de rester couvert par le fil ; de là, une erreur de visée qui peut atteindre plusieurs minutes et se doubler en passant du premier au second côté de l'angle ; aussi ce moyen de visée n'est-il employé que dans les instruments auxquels on demande peu d'exactitude et dont la portée est limitée à de faibles distances.

Pour peu qu'on veuille obtenir une certaine précision dans la mesure d'un angle, on emploie une lunette à réticule (on en donnera une description détaillée en parlant des niveaux à lunette et à bulle d'air.) La ligne de visée est l'axe optique de la lunette déterminé par le centre optique de l'objectif, point mathématique, et par la croisée des fils du réticule, fils beaucoup plus fins que ceux des alidades à pinnules. Une lunette a le précieux avantage de placer à la distance de la vue distincte de l'opérateur l'image de l'objet vers lequel elle est dirigée, et, de plus, d'amplifier cette image : on peut ainsi distinguer différents points de l'objet qui se confondraient à l'œil nu et obtenir un pointé d'une précision supérieure

Quant à la lecture de l'angle, elle se fait à l'aide des divisions gravées et numérotées sur le cercle et d'un ou de plusieurs verniers fixés au rayon mobile qui les entraîne dans son mouvement. Sur un cercle de 0m 22 de diamètre, un degré n'occupe pas tout-à-fait 0m 002 ; une minute n'aurait que 0m 00003 : on comprend dès lors la nécessité des verniers pour évaluer les angles avec précision, à 1/4 ou 1/6 de minute près, par exemple. Ces petits appareils, si simples et si utiles, donnent un degré d'approximation mesuré par la fraction des divisions du limbe qu'ils rendent perceptible, mais ce degré ne suffit pas encore dans les opérations géodésiques : on peut heureusement aller plus loin, grâce au principe de la répétition des angles et aux instruments conçus par Borda pour son application.

Cercle répétiteur et Théodolite. Ces deux instruments sont ceux qui donnent la plus grande précision dans les opérations ayant pour objet la détermination de l'amplitude des angles; ils sont, l'un et l'autre, fondés sur le principe suivant:

Si l'on suppose que par la répétition d'une série d'opérations successives faites avec un instrument convenablement disposé à cet effet, on puisse reporter n fois autour du centre d'une circonférence graduée, et en partant d'un rayon fixe, l'ouverture d'un angle dont il s'agit de déterminer numériquement l'amplitude, si l'on admet, de plus, que la somme des angles égaux ainsi additionnés puisse être obtenue au moyen de deux seules lectures faites sur le limbe, l'une au commencement, l'autre à la fin de l'opération, il est clair que, la valeur de l'angle à déterminer devant avoir pour mesure le nombre de degrés correspondant à cette somme divisé par le nombre n, l'erreur possible de lecture ne sera plus que la n^e partie de ce qu'elle eut été si l'ouverture de l'angle avait été directement mesurée.

Les instruments fondés sur ce principe donnent le moyen d'atteindre à un degré d'exactitude qu'on n'obtiendrait pas autrement. Avec leur secours, un opérateur exercé peut réduire les erreurs d'appréciation des angles à un très petit nombre de secondes, tandis qu'avec d'autres instruments, ces erreurs sont en général sensiblement plus fortes.

On ne donnera pas ici la description du cercle répétiteur et du théodolite, parce qu'elle a déjà été donnée dans le cours de géodésie de l'École Polytechnique: on trouvera toutefois Pl. 5 et 6 les dessins d'un théodolite, et une légende descriptive détaillée, pages 9, 10 et 11. On se bornera à rappeler que ces instruments peuvent servir l'un et l'autre à observer les distances zénithales: le cercle répétiteur tel qu'il a été conçu par Borda donne l'amplitude des angles mesurés dans le plan même passant par les objets et l'œil de l'observateur, tandis que le théodolite présente l'avantage de fournir les angles réduits à l'horizon et, par conséquent, de dispenser de tout calcul relatif à cette réduction.

Cercle répétiteur ou Théodolite simplifié. – Sans recourir aux instruments de haute précision qu'on vient de citer et qui sont plus spécialement du domaine de la Géodésie, on peut employer, dans les opérations topographiques, un instrument plus simple, d'un usage plus prompt et d'un prix moins élevé. – On trouvera (Pl. 7 et légende, page 12) le dessin et la description d'un bon modèle de ce genre, qui n'est autre qu'un théodolite donnant toujours les angles réduits à l'horizon, mais réduit à la plus grande simplicité d'organes. Il ne comporte qu'un cercle horizontal et une seule lunette, plongeante, mobile autour du centre de ce cercle. Toutefois, le cercle est lui-même mobile autour d'un axe indépendant du pivot de rotation de la lunette, qui peut ainsi tourner avec ou sans le cercle. Cette disposition permet de répéter les angles, mais sans les doubler, la seconde lunette nécessaire à cet effet se trouvant supprimée: on pourrait, il est vrai, la conserver en la fixant à la colonne du cercle, et on y trouverait une garantie d'exactitude dans la faculté de constater l'immobilité du limbe quand on fait mouvoir la lunette. Un pareil instrument donne les angles réduits à l'horizon, à 20" près par une seule lecture, et on le considère comme pouvant suffire à toutes les opérations topographiques.

Graphomètre. – Le graphomètre n'a pas à beaucoup près la précision des ins

-truments dont on vient de parler : ce n'est, à vrai dire, qu'un rapporteur pourvu d'alidades.

Il est formé (Pl. 8 Fig. 48, 49 et 50) d'un limbe gradué demi circulaire de 0m 10 à 0m 30 de diamètre, sur lequel peut se mouvoir, sans que son axe cesse de passer par le centre du cercle, une alidade à pinnules. Aux extrémités du diamètre du limbe s'élèvent aussi perpendiculairement à son plan, deux pinnules destinées à fixer les lignes de visée.

Le limbe est porté par un genou à coquille (Voyez la Légende) qui permet de le rendre horizontal. L'extrémité de l'alidade mobile porte un vernier qui permet de fractionner les divisions du limbe et donne en général la minute ou la demi-minute.

Dans certains cas, les alidades à pinnules représentées dans la figure, sont remplacées par deux lunettes, la première, immobile, placée au-dessous du demi-cercle et dans la direction des pinnules fixes de l'instrument qui vient d'être décrit; l'autre, mobile autour du centre du limbe. On peut même remplacer les deux alidades par la lunette mobile seulement et supprimer la lunette inférieure; il faut alors faire deux lectures sur le limbe et les retrancher l'une de l'autre pour obtenir un angle. Les graphomètres à lunette permettent de viser avec plus de certitude des objets plus éloignés et conduisent à des résultats plus exacts que ceux à pinnules: ces lunettes doivent être plongeantes, c'est-à-dire susceptibles de décrire un angle d'une certaine amplitude autour d'un axe horizontal, afin de donner, réduit à l'horizon, l'angle de deux objets qui ne sont pas au même niveau.

Quelquefois les grands graphomètres portent deux petits niveaux à bulle d'air logés dans le limbe même dans des positions rectangulaires entre-elles, et qui servent à indiquer si la condition d'horizontalité est remplie. — Quelquefois encore, ils portent une boussole qui sert à orienter les plans, et dans quelques cas, à diriger les pinnules fixes vers des points invisibles, comme on le fait dans le simple levé et la boussole, ainsi qu'on le verra ci-après. Mais les boussoles annexées aux graphomètres, étant d'un diamètre beaucoup plus petit que les boussoles spécialement destinées aux levés, donnent par cela même, des résultats encore plus entachés d'inexactitude: elles peuvent aussi servir à rendre le limbe à peu près horizontal.

Avant de se servir du graphomètre, il faut s'assurer que, quand l'alidade fixe et l'alidade mobile sont placées de manière que les lignes de visée des deux systèmes de pinnules se trouvent dans un même plan vertical, le zéro du vernier de l'alidade mobile correspond exactement au zéro de la graduation du limbe. Si cette condition n'est pas remplie, la différence accusée par la lecture, exprime l'erreur dont chaque mesure d'angle sera affectée; et chaque angle directement observé doit être augmenté ou diminué d'un nombre de minutes égal à cette différence.

Il faut encore s'assurer que le centre de rotation de l'alidade mobile se confond avec le centre de graduation de l'instrument: s'il n'en était pas ainsi, il en résulterait une erreur variable de lecture; cette erreur serait nulle quand la ligne de visée de l'alidade mobile passerait à la fois par les deux centres, et elle atteindrait son maximum quand l'alidade mobile se trouverait dirigée perpendiculairement à la ligne des centres.

Il est facile de constater l'imperfection qu'on vient de signaler lorsque le limbe du graphomètre comprend un cercle entier. Il suffit d'examiner les N.os de la graduation aux

quels s'arrêtent les deux zéros de l'alidade mobile dans ses diverses positions ; s'ils diffèrent toujours de la même quantité, l'instrument est bien construit ; dans le cas contraire, il est inexact et devra être rejeté, à moins que l'erreur ne soit assez petite pour être négligée.

Si le graphomètre ne comprend qu'un demi-cercle, il est encore aisé de reconnaître le vice en question si le centre de rotation se trouve en dehors de la ligne 0° – 180° de l'alidade fixe. On peut en effet amener la ligne de visée des pinnules mobiles à coïncider avec celle des pinnules fixes de deux manières en faisant tourner l'alidade mobile de 180° : il est clair que si l'instrument est inexact, la ligne des zéros des verniers ne pourra pas coïncider avec celle des zéros du limbe, dans les deux positions que peut occuper l'alidade mobile lorsque son plan de visée se confond avec celui des pinnules fixes

Ce mode de vérification n'est plus possible lorsque le centre de rotation se trouve sur la ligne 0° – 180° du limbe sans coïncider avec son centre ; il faut alors recourir à la méthode suivante :

On dirige dans une 1re opération, l'alidade fixe sur un point A et l'alidade mobile sur un autre point B et on note le nombre de degrés et fractions de degrés que le limbe indique pour mesure de l'angle ; puis, sans déranger autrement l'instrument, on dirige dans une 2e opération, l'alidade fixe sur le point B et l'alidade mobile sur le point A et on note de nouveau la mesure de l'angle. Si le résultat des deux observations n'est pas le même, la différence exprime le double de l'erreur résultant, pour l'angle particulier que l'on a observé, du défaut de construction de l'instrument. Cette erreur est d'ailleurs variable suivant les angles ; aussi est-il indispensable en pareil cas, de faire rectifier l'instrument, à moins qu'il ne s'agisse d'une différence négligeable. On pourrait, il est vrai, prendre pour l'angle cherché, la $\frac{1}{2}$ somme des angles ainsi observés, l'erreur maximum qu'on pourrait commettre serait égale à $\frac{1}{2}a\left(\frac{1}{D}+\frac{1}{D'}\right)$ (en désignant par a la distance entre les centres de rotation et de graduation, par D et D' les distances du centre du limbe aux deux objets visés) quantité toujours assez faible pour être négligée : mais on ne peut s'astreindre à prendre ainsi deux fois chaque angle sans perdre tout le bénéfice de la promptitude des opérations au graphomètre, et il vaut mieux rejeter les instruments qui conduiraient à de trop fortes erreurs.

En ne faisant qu'une seule lecture, le maximum de l'erreur est $\frac{a}{r}$, r étant le rayon du limbe gradué : il est facile de voir pour un cercle donné, quel est le maximum d'excentricité qu'on peut tolérer suivant le degré d'exactitude qu'on veut obtenir dans les opérations.

Avec le graphomètre, comme avec tous les goniomètres, il y a trois manières d'opérer pour lever le plan d'un terrain qu'on peut toujours assimiler à un polygone d'un plus ou moins grand nombre de côtés.

1° Par intersection (Fig. 51). On mesure un seul côté AB de chacune des extrémités duquel on pourrait apercevoir tous les autres sommets. On place le goniomètre en A et on mesure les divers angles CAB, DAB, EAB.... qui y ont leur sommet : on se transporte ensuite en B et on mesure également les angles FBA, EBA, DBA .... qui ont ce point pour sommet. Rien de plus simple ensuite que de construire, à telle échelle qu'on voudra, le plan du polygone qu'on a ainsi décomposé en triangles dont on connaît un côté et deux angles.

Cette méthode est simple, expéditive, mais peu exacte parce que les sommets CDE..... sont déterminés par l'intersection de lignes qui se coupent souvent sous un angle assez aigu, ce qui laisse toujours du doute sur la position exacte du point d'intersection. On est en outre privé de tout moyen de vérification et de contrôle des opérations.

2° Par cheminement. On transporte successivement le graphomètre à tous les sommets, et on y mesure les angles formés par les deux côtés, qui aboutissent à chacun d'eux ; on mesure, chemin faisant, tous ces côtés et on obtient ainsi tous les éléments nécessaires à la construction du polygone par une série de triangles déterminés et l'angle compris. Cette méthode permet une double vérification ; l'une numérique, la somme des angles relevés doit être égale à $(n-2)$ fois 180°, n étant le nombre des côtés, l'autre graphique, le polygone construit sur le papier doit se fermer.

3° Par rayonnement. Cette dernière méthode est applicable lorsqu'il existe à l'intérieur du polygone, un point tel qu'en s'y plaçant on puisse apercevoir tous les sommets : On mesure alors tous les angles qui auraient pour sommet ce point central et pour bases les divers côtés ; on mesure également les distances de ce même point à tous les sommets du polygone qui se trouve décomposé en triangles connus et ayant tous un sommet commun. En opérant ainsi les erreurs angulaires ne se cumulent pas, mais on n'a aucun moyen de vérification de l'exactitude des opérations.

Le temps qu'on peut consacrer à ces opérations, le degré de précision qu'on veut obtenir et par dessus tout la dispositions des lieux sont les circonstances déterminantes du choix à faire entre les trois méthodes. La seconde est la plus fréquemment employée.

Pantomètre — Quelquefois pour mesurer les angles, on se sert du pantomètre de Fouquier, qui n'est qu'un graphomètre de diamètre réduit. Cet instrument (Pl. 10, fig. 54 à 57) se compose de deux tambours, dont l'un inférieur s'emmanche par une douille sur un piquet vertical, et dont l'autre supérieur peut tourner autour d'un axe qui lui est commun avec le tambour inférieur. Celui-ci est percé d'une fente et d'une fenêtre dans l'axe de laquelle est tendu un fil ; cette fente et ce fil sont placés aux extrémités d'un même diamètre et tiennent lieu des pinnules du graphomètre et déterminent un plan de visée. Ce même tambour inférieur porte, sur sa surface cylindrique, une division en degrés dont le diamètre 0° – 180° se trouve dans le plan de visée. Le tambour supérieur est pourvu de deux lignes de visée analogues, se coupant à angle droit ; dans le plan de l'une d'elles se trouve compris le zéro d'un vernier gravé sur le cylindre. Le bâton qui supporte l'instrument étant placé au sommet de l'angle à mesurer, on dirige la ligne de visée du tambour sur un des côtés et celle du tambour mobile sur le second côté ; la lecture de l'angle, se fait, à l'aide du vernier sur les divisions gravées, à 2 minutes près. Cet instrument est d'un emploi presque aussi facile que l'équerre d'arpenteur ; mais en raison de peu de distance des deux points qui déterminent la position des lignes de visée, il ne comporte pas des évaluations très-précises.

Il faut s'assurer avant de se servir de l'instrument de la coïncidence des lignes de visée des deux tambours lorsque le zéro du vernier correspond au zéro des divisions. La coïncidence des centres de rotation du tambour mobile et de division du tambour fixe est facile à vérifier,

d'une part parce que le limbe gradué comprend 360°, d'autre part, parce que les génératrices des deux tambours doivent toujours se trouver en prolongement les unes des autres de manière à constituer un seul et même cylindre, quelle que soit la position du tambour mobile.

On fait des pantomètres à lunette et à boussole, mais on augmente notablement le prix de cet instrument qui doit rester simple, portatif et peu coûteux; et on n'augmente pas, à beaucoup près, sa précision dans la même proportion. Le seul perfectionnement qu'il paraisse rationnel de lui apporter consiste à le monter sur un genou à coquille, comme le graphomètre (Fig 59) pour rendre plus facile l'horizontalité du limbe et pour diriger sans effort la ligne de visée inférieure sur un point donné: cette disposition est adoptée dans tous les instruments bien faits.

Équerre d'arpenteur. — Dans l'équerre d'arpenteur (Fig. 58 et 60) les deux tambours du pantomètre n'en font qu'un; il n'y a pas d'arc gradué; seulement le périmètre cylindrique, à base circulaire ou polygonale, est percé de huit fentes verticales faisant l'office de pinnules et correspondant à des diamètres dont deux consécutifs comprennent un angle de 45°. On se sert de cet instrument en établissant une base ou une ligne des abscisses, et en rapportant à cette base par des coordonnées rectangulaires les points que l'on veut déterminer de position: à cet effet, on cherche par tâtonnement à placer le pied de l'équerre sur cette directrice en une position telle que l'on puisse voir à la fois, par un système de pinnules, les extrémités de la ligne, et par l'autre système de pinnules normal au précédent, le point qu'on veut fixer; puis, cette position trouvée, on mesure d'une part la distance du pied de l'équerre à un point fixe de la ligne des abscisses et d'autre part la distance de ce pied au point à déterminer. Ces deux distances sont des coordonnées qui déterminent le point.

Beaucoup d'équerres ne sont percées que de quatre fentes, ce qui est presque toujours suffisant pour les services qu'elles ont à rendre.

La seule vérification à leur faire subir consiste à s'assurer de l'égalité des huit ou des quatre angles formés par les fentes dont elles sont percées. Il suffit pour cela, l'équerre étant assujettie bien verticalement sur son bâton, de placer deux jalons A et B dans la direction de deux des lignes de visée qui doivent se couper à angle droit. On fait ensuite tourner l'équerre de manière à amener successivement chaque ligne de visée sur le jalon A et on s'assure que, dans chaque position le jalon B tombe exactement dans la ligne de visée qui doit être perpendiculaire à celle dirigée sur le jalon A.

Boussole. — La boussole (Pl. 11, Fig. 61 et 62) est composée d'une aiguille aimantée suspendue sur un pivot et renfermée dans une boîte carrée au fond de laquelle est un cercle divisé en degrés ou demi-degrés et dont le diamètre varie de 0m 10 à 0m 20. La boîte est montée, comme le graphomètre, sur un genou à coquille qui permet d'assurer l'horizontalité du cercle. Le diamètre 0°–180° est fixé parallèlement à deux des côtés de la boîte, de sorte que quand l'aiguille, dont la déviation est supposée constante dans un même lieu, se trouve coïncider avec ce diamètre, les côtés de la boîte sont parallèles au méridien magnétique, le zéro étant placé au nord et le sud à 180°. Ce diamètre Nord-Sud est nommé ligne de foi de la boussole. Sur un des côtés de la boîte est fixée une alidade à pinnules ou à lunette qui peut pivoter dans un plan perpendiculaire à

celui du cercle, et dont la ligne de visée est parallèle à la ligne de foi.

On comprend de suite (Fig. 63) qu'en dirigeant l'alidade sur un objet quelconque, l'observation du nombre de degrés compris entre la pointe de l'aiguille et la ligne de foi fera connaître l'angle de la ligne de visée avec le méridien magnétique : en la dirigeant successivement suivant deux directions l'angle de ces lignes ne sera autre que la différence de leurs inclinaisons sur ce méridien, ou sans aucune construction, dans le cas de la méthode de cheminement, le tracé de parallèles (Fig. 64) menées par les points de station aux angles directement construits sur la ligne fixe d'orientation, déterminera la position de toutes les directions observées.

Pour obtenir les angles réduits à l'horizon, il faut que le cercle soit horizontal. On peut s'en assurer à l'aide d'un niveau à bulle d'air fixé sur un des côtés de la boîte ; mais bien des boussoles sont dépourvues de niveau, et leur horizontalité sera suffisante si les pointes de l'aiguille, dans les diverses positions que peut prendre l'instrument autour de son genou, affleurent toujours le bord du limbe gradué. Une plus grande exactitude n'est pas indispensable, la boussole ne conduisant pas à des résultats d'une grande précision.

Il importe pour ne pas commettre d'erreurs graves : 1° d'avoir toujours l'alidade du même côté, soit à droite, soit à gauche ; car les lectures faites dans ces deux positions diffèrent de 180 2° de ne pas porter sur soi de clefs et d'éloigner de la boussole tout outil en fer, car la position de l'aiguille pourrait en être modifiée ; 3° de compter toujours les angles dans le même sens, ce qu'on fait habituellement en partant du Nord ou 0° pour y revenir par l'Ouest, le Sud et l'Est.

Les plans ainsi levés sont orientés par rapport au méridien magnétique ; pour les rapporter au méridien vrai, il suffira de connaître la déclinaison d'un des côtés et de faire tourner le cadre d'une distance angulaire égale à cette déclinaison. Il est plus commode d'obtenir immédiatement les angles des lignes de visée avec le méridien vrai : à cet effet, on peut rendre mobile le limbe gradué, et le fixer dans une position telle que l'aiguille, lorsque la ligne de visée est dirigée suivant le méridien magnétique, indique, non plus 0°, mais un angle égal à la déclinaison commune du lieu et supposée constante dans les limites du levé ; on comptera ensuite les angles à partir du zéro ainsi déplacé.

Avant de se servir d'une boussole, il faut s'assurer :

1° Qu'elle est bien centrée, c'est-à-dire que la pointe du pivot est placée exactement au centre du limbe : il suffit pour cela que la différence des angles accusés par les deux pointes de l'aiguille soit constante.

S'il n'en était pas ainsi, il en résulterait une erreur variable et dont le maximum facile à déterminer par quelques expériences, devrait être assez petit pour qu'on pût le négliger.

On peut d'ailleurs enlever le verre de la boussole et rectifier la position du pivot.

2° Que la ligne de visée est perpendiculaire à son axe de rotation ; on vise à cet effet un objet très-éloigné et on note l'angle indiqué par l'aiguille ; on retourne ensuite la boussole de 180° autour de son axe, on ramène à soi l'oculaire de la lunette en la faisant tourner autour de son axe horizontal et on doit retrouver le même objet dans la ligne de visée si l'instrument est bien construit. S'il n'en est pas ainsi, on pourra ramener l'objet dans la ligne de visée par un petit mouvement de la boussole ; la différence des angles indiqués par l'aiguille

diminuée de 180° sera le double de l'erreur qu'on fera disparaître par un déplacement convenable de la croisée des fils du réticule, déplacement qui entraîne celui de l'axe optique. On peut ensuite si la boussole est pourvue d'un niveau à bulle d'air, s'assurer que le plan ainsi décrit par l'axe optique de la lunette est bien vertical quand la boussole est horizontale : il faut pour cela qu'on puisse amener successivement sous la croisée des fils du réticule tous les points d'une même verticale telle qu'un gros fil à plomb ou l'arête d'un bâtiment, la boussole étant immobile et l'aiguille indiquant toujours le même angle.

3° La ligne de visée doit être parallèle à la ligne de foi. Ce parallélisme est assez difficile à vérifier. Il faudrait connaître d'avance l'azimut d'un côté, et la déclinaison ; en dirigeant la lunette suivant la direction de ce côté, l'aiguille devra indiquer un angle égal à la somme ou à la différence de la déclinaison et de l'azimut, connus tous deux d'avance. Cette condition du reste, n'est pas indispensable pour l'exactitude d'un levé, car l'angle de deux directions n'étant que la différence de leurs inclinaisons sur le méridien magnétique, l'erreur constante de l'instrument serait ainsi éliminée, il fonctionnerait convenablement comme goniomètre, et l'orientation seule serait inexacte.

La boussole ne saurait conduire à des résultats d'une très haute précision ; cela tient à plusieurs causes :

1° Incertitude dans la lecture des angles, résultant de l'absence de vernier. Certains Officiers du génie affirment qu'un topographe exercé lit les angles à $\frac{1°}{12}$, soit cinq minutes près. M. Salneuve, dans la publication qu'il a faite de son cours de topographie à l'École d'État-major, admet que l'erreur peut s'élever à un quart de grade : quel que soit le chiffre de l'erreur, il n'en résulte pas moins une incertitude incontestable.

2° Frottement de l'aiguille sur le pivot, lequel, si faible qu'il soit, peut détruire une partie de la force attractive qui agit sur l'aiguille. On considère une aiguille comme très suffisamment sensible lorsque, déviée de 90° de sa direction, elle n'y revient qu'au bout d'une minute et après vingt-cinq ou trente oscillations ; si elle en faisait moins, il y aurait excès de frottement sur le pivot ou défaut d'aimantation.

3° L'excentricité de l'alidade qui affecte tous les résultats d'une erreur variable est d'autant plus considérable que l'objet visé est plus rapproché. En nommant d l'excentricité et D la distance du centre du cercle à l'objet, cette erreur sera représentée par $\frac{d}{D}$. Pour $d = 0^m08$ et $D = 25^m$, l'erreur ne serait que de 11', du même ordre par conséquent que celle de lecture : il n'y a donc pas lieu d'en tenir compte, car D est généralement au-dessus de 25^m.

4° Enfin la présence accidentelle de petites masses de fer aux environs de l'instrument.

La boussole, peu usitée dans le service des ponts et chaussées, est au contraire d'un usage très fréquent parmi les ingénieurs militaires. Malgré ses chances d'inexactitude, elle donne de bons résultats entre les mains d'opérateurs exercés ; et elle est, dans tous les cas d'un usage très prompt et très commode pour le levé des détails, c'est-à-dire pour les triangulations d'ordre inférieur.

Sextant. (Pl. 15. Fig 75) Cet instrument consiste en un secteur matériel, composé

de deux rayons CA, CB, comprenant entre eux un arc de cercle gradué AB de 60° d'amplitude. Un miroir Mm est placé au centre de l'instrument perpendiculairement à son plan et fixé sur une alidade ou rayon mobile autour de ce centre, de sorte que ce miroir peut être dirigé successivement suivant tous les rayons intermédiaires CA et CB. Un second miroir Nn est fixé sur le rayon CB, perpendiculairement au plan du cercle, mais il n'est étamé que sur la partie inférieure de sa hauteur, la partie supérieure laissant passer librement les rayons lumineux. Le rayon mobile CA porte un vernier servant à lire sur l'arc gradué les angles décrits par le miroir dans son mouvement de rotation. Le miroir Nn est placé de manière à se trouver parallèle au miroir Mm lorsque le rayon mobile est au zéro de la graduation. Enfin une lunette L dirigée vers le miroir Nn est fixée à l'instrument.

Lorsque les miroirs sont parallèles, si on dirige la lunette vers un objet O, on en verra deux images; l'une directement à travers la partie transparente du miroir Nn, et l'autre par deux réflexions sur les miroirs. En effet le rayon OC (parallèle à OR eu égard aux faibles dimensions de l'instrument et à la distance relativement très grande de l'objet) sera réfléchi une première fois suivant CR et une seconde fois, sur le 2e miroir, suivant RL et cette direction RL sera parallèle à OR, car les quatre angles OCM, RCm, CRN, nRL sont égaux. On verra donc à la fois dans la lunette l'image directe et l'image deux fois réfléchie de l'objet O.

Si on veut avoir l'angle compris entre cet objet et un autre objet O', on fera tourner l'alidade et avec elle le miroir mobile jusqu'à ce que l'image deux fois réfléchie de O' vienne se superposer dans la lunette à celle de O qu'on n'a pas cessé de voir directement. L'alidade se trouvant alors en CA', l'angle AA' qu'on lira sur le limbe sera précisément la moitié de l'angle cherché OCO'. Car des relations

$$RCO = 180° - 2ACB \quad \text{et} \quad RCO' = 180° - 2A'CB,$$

on déduit

$$OCO' = RCO' - RCO = 2\,(ACB - A'CB) = 2ACA'.$$

Pour plus de promptitude, on peut inscrire sur l'arc gradué des angles doubles de leur valeur réelle.

Le sextant est peu employé dans le service ordinaire des ponts et chaussées, mais il peut l'être dans celui des ports maritimes: il sert surtout à retrouver sur une carte la position d'un point sans connaître sa distance à aucun point fixe pourvu que, de ce point, on ait relevé les distances angulaires comprises entre trois points déterminés sur cette carte. A, B et C étant ces trois points, il suffit de décrire sur AB et BC des segments capables des angles AMB et BMC qui ont été relevés par l'observateur en M; l'intersection des deux circonférences donnera le point M sur la carte (Pl. 15. Fig 76).

Le sextant a l'inconvénient commun à tous les instruments à réflexion: l'image deux fois réfléchie d'un des objets manque souvent de clarté.

Il faut s'assurer, avant d'employer un sextant:

1° Que le zéro du vernier de l'alidade et celui du limbe sont en coïncidence lorsque les miroirs sont parallèles. Il faut pour cela viser un objet, amener son image réfléchie à se superposer sur son image directe, et voir si les deux zéros coïncident: si cela n'était pas, il en

résulterait une erreur constante qu'on peut évaluer une fois pour toutes.

2° Que les plans des miroirs sont perpendiculaires à celui du cercle. On s'en assure, pour le grand miroir mobile, en se plaçant de manière à y voir une partie du limbe; si l'image réfléchie de cette partie paraît ne former qu'une même surface avec celle vue directement à côté du miroir, la perpendicularité existe: dans le cas contraire, des vis de rectification permettent de l'établir. En visant ensuite deux verticales, l'une directement, l'autre par double réflexion, on s'assure que l'image réfléchie, amenée au contact de l'image directe, n'est pas inclinée sur celle-ci, sans quoi on rectifierait aussi, à l'aide d'une autre vis, la position du 2e miroir;

3° Que l'axe optique de la lunette est parallèle au plan du limbe. C'est ce qu'on fait en visant un objet avec cette lunette et avec une autre lunette, dite d'épreuve, posée sur le limbe et dont l'axe optique a été d'avance rendu parfaitement parallèle à la ligne passant par ses points de contact avec le limbe. On déplacerait le fil du réticule de la lunette de l'instrument si on constatait ainsi que son axe optique est incliné sur le plan du limbe.

Réduction au centre de Station. – On ne se sert, en général, dans le levé des plans, que de goniomètres donnant les angles réduits à l'horizon; si, par exception, il n'en était pas ainsi, il faudrait opérer cette réduction par les formules et moyens connus qu'on n'a pas à rappeler ici.

Mais les angles relevés sur le terrain devront parfois subir une correction d'une autre nature lorsqu'on prend pour signal l'angle d'un mur, ou l'axe d'une tour, ou en général, tout point dans la verticale duquel on ne pourrait pas placer le centre de l'instrument.

On le place alors (Pl. 15. Fig. 77) en un point O assez rapproché du centre de station C et on observe l'angle AOB déterminé par deux autres signaux. On mesure les distances D, D' et Δ du centre de station aux points A, B et O; en supposant ces distances réduites à l'horizon ainsi que l'angle AOB et l'angle ACB, qu'on veut obtenir, on aura:

$$C = O + CAO - CBO. \text{ Or, } \sin CAO = \frac{\Delta \sin COA}{D}, \text{ et } \sin CBO = \frac{\Delta \sin COB}{D'}$$

et par suite

$$C = O + \Delta \left(\frac{\sin COA}{D} - \frac{\sin COB}{D'} \right)$$

les points O et C étant assez près l'un de l'autre pour que les angles sous lesquels leur distance Δ est vue des points A et B puissent être remplacés par leurs sinus. On mesurera les angles COA et COB et on réduira, par la formule très simple ci-dessus, l'angle AOB au centre de station C.

Goniographe. – Les goniographes sont des instruments qui permettent de tracer en vraie grandeur sur un dessin-plan les angles formés sur le terrain sans en connaître la valeur numérique: la planchette est, à peu près, le seul goniographe employé dans le levé des plans.

Planchette et Alidade. – La planchette se compose de trois parties distinctes: la tablette rectangulaire de 0.60 à 0,80 de côté sur laquelle se colle le papier destiné à recevoir le dessin du plan; le genou dit à la Cugnot, dont le mécanisme permet de mettre la tablette dans un plan

horizontal puis de la faire mouvoir dans ce plan, enfin, le trépied qui supporte le tout.

Les figures 65, 66, et 67 (Pl. 12 et 13) représentent cet instrument.

La justesse des opérations dépendant de l'horizontalité de la planchette, il faut que le genou permette deux mouvements à angle droit. C'est dans ce but qu'on a adopté le genou dit à la Cugnot qui consiste en une noix formée de deux cylindres, l'un au-dessus de l'autre, et dont les axes sont rectangulaires entre eux. Certaines planchettes peuvent se mouvoir dans le sens horizontal, afin de faciliter leur mise en place dans le cours du levé; mais cela paraît inutile, parce qu'il est assez facile, avec un peu d'habitude, de mettre, à 3 ou 4 centimètres près, un point déjà projeté sur la planchette au-dessus du piquet correspondant sur le terrain; que l'erreur qui peut résulter dans le dessin de cette imperfection de position, n'est pas plus grande que celles qu'engendrent nécessairement les épaisseurs mêmes des lignes, et si cette complication de la planchette est en effet inutile, elle doit être proscrite parce qu'elle en augmente le poids, tandis que cet instrument doit être essentiellement portatif.

L'alidade est un instrument au moyen duquel on peut tracer sur un plan la trace d'un autre plan perpendiculaire au premier. Elle se compose (Pl. 14, Fig. 68 à 72) d'une longue règle en bois ou en cuivre portant à ses extrémités deux pinnules retournées d'équerre au plan de la règle, ou, en son milieu un bras articulé auquel est fixé une lunette mobile autour d'un axe parallèle au plan de la règle.

Pour opérer exactement avec l'alidade, il faut que le plan passant par le fil des pinnules ou le plan décrit par l'axe optique de la lunette dans les diverses positions que cette lunette peut prendre, plan qui dans un cas comme dans l'autre, s'appelle plan de collimation, passe par le bord de la règle servant à tracer les alignements, bord qu'on appelle la ligne de foi de l'alidade.

Avant de se servir de l'instrument, il conviendrait de voir si cette condition est remplie.

Quand il s'agit de l'alidade à lunette une première vérification à faire consiste à examiner si l'axe optique de la lunette est perpendiculaire à son axe de rotation. Pour cela on place l'alidade sur une surface horizontale et l'on vise un objet éloigné. Lorsque l'objet se trouve bien dans le plan de visée, on trace une ligne au crayon le long de la ligne de foi de l'alidade; puis, on fait faire à la lunette une demi-révolution autour de son axe, (sauf à dévisser, si cela est nécessaire pour que cette demi-révolution puisse avoir lieu, et à revisser ensuite le support qui fixe la lunette sur la face supérieure de la règle de l'alidade), on retourne l'alidade bout pour bout et on replace la ligne de foi le long de la ligne au crayon, de telle manière que si l'alidade se trouvait à gauche de cette ligne dans la première visée, elle se trouve à droite dans la seconde. Si l'axe de rotation de la lunette est, comme il doit l'être, perpendiculaire à l'axe optique, il faudra que dans cette nouvelle position de l'alidade, l'objet observé d'abord se trouve encore dans le plan de visée. Si cette condition n'est pas satisfaite, il faut, au moyen des vis qui servent à faire mouvoir le réticule, rectifier la position de l'axe optique de façon à ce qu'elle soit remplie (Voir Pl. 15 et dans la légende la description des lunettes employées aux opérations de nivellement et de levé de plans.)

Quant à savoir si la ligne de foi de l'alidade à lunette ou à pinnules se trouve exactement placée dans le plan de visée ou de collimation, cette vérification ne peut se faire avec l'instrument lui-même. Il faudrait avoir déterminé d'avance sur la planchette, au moyen d'un autre

instrument la projection exacte d'une ligne tracée sur le terrain, appliquer la ligne de foi de l'alidade à vérifier sur cette projection, et voir si, dans cette position, les divers points de la ligne tracée sur le sol se trouvent dans le plan de collimation. — Quand il s'agit de trouver seulement l'angle compris entre divers plans verticaux comme dans la plupart des cas il n'est point indispensable que le plan de collimation passe par la ligne de foi, attendu que l'erreur commise dans chaque visée se reproduit la même et dans le même sens à chaque opération et que, par suite, la position relative des diverses directions de lignes n'est point changée. Seulement, si une de ces distances devait servir à déterminer l'orientation du plan, elle donnerait une orientation inexacte qui devrait être rectifiée ultérieurement.

Pour lever le plan d'un triangle ABC, (Fig. 75) on établira d'abord la planchette horizontalement au-dessus du point A, puis par la projection a du point A sur la planchette, on tracera au moyen de l'alidade deux droites dirigées vers les points B et C. On mesurera la distance AB, l'on reportera sur la ligne de visée allant de a et B, une longueur ab représentant à l'échelle du plan la distance AB, et l'on transportera l'instrument au point B; là on rendra la planchette horizontale et on la disposera de manière que le point b se trouve sur la verticale passant par B, puis on l'orientera, c'est-à-dire qu'on la fera tourner jusqu'à ce que, la ligne de foi de l'alidade étant appliquée sur la ligne ab du dessin, on puisse voir le point B dans le plan de collimation. La planchette étant ainsi placée et orientée on tracera sur le plan le rayon visuel allant du point b au point C; et le point c projection de C sur la planchette résultera de l'intersection des rayons visuels menés de A et de B à C.

Il n'est pas nécessaire que les points a et b de la planchette se trouvent rigoureusement sur les verticales des points A et B du terrain: l'écart peut même atteindre plusieurs centimètres sans conduire à une erreur appréciable sur le plan, à moins que le levé ne se fasse à une très grande échelle.

On peut en opérant avec la planchette avoir recours à l'une des trois méthodes dont il a été question à propos des goniomètres: ainsi, dans l'opération qu'on vient d'indiquer, les angles A et B auront été déterminés par la méthode de cheminement, et l'angle C par la méthode des intersections. Pour compléter le levé du triangle par la méthode du cheminement, on devrait se transporter en C pour y opérer comme nous venons de l'indiquer en B: la mesure des longueurs AC, BC et de l'angle C donnerait une triple vérification de la position du point de projection c.

On ne doit pas perdre de vue que la méthode des intersections ne peut donner que des résultats incertains toutes les fois que des rayons visuels doivent se couper sous des angles très-aigus ou très-obtus. Le procédé par rayonnement, lorsque les circonstances le rendent applicable, est commode et prompt.

En chaque station, on fixe au point de projection du sommet de la station sur la planchette, une aiguille autour de laquelle on fait pivoter le bord de la règle pour amener le plan vertical passant par les pinnules ou par l'axe de la lunette dans la direction des points visés; et, après s'être assuré de la parfaite exactitude de la visée, on trace l'alignement. — La seule opération qui exige de l'habitude et qui prenne du temps, c'est l'orientation de la planchette: on l'abrège en se servant du déclinatoire.

Déclinatoire. — C'est une petite boussole renfermée dans une boîte de forme

dont un des côtés sert de règle et dont l'aiguille ne peut parcourir qu'environ 40° (Pl. 15. Fig. 73.)

Lorsqu'à la première station on a déterminé la position de la planchette, on pose le déclinatoire sur la planchette en faisant tourner la boîte jusqu'à ce que l'aiguille se place suivant la ligne Nord-Sud qui est parallèle aux côtés de la boîte. On trace alors une droite sur le plan le long du bord de la boîte ; puis, quand la planchette a été transportée à une nouvelle station, on pose le bord du déclinatoire le long de cette droite et l'on tourne la planchette jusqu'à ce que l'aiguille aimantée revienne au zéro de son arc gradué ; c'est ce qu'on appelle sa ligne de foi. Ainsi placée la planchette se trouve parallèle à sa position primitive, c'est-à-dire orientée ; il ne reste qu'à la mettre exactement en place en lui conservant cette direction.

Il y a un autre goniographe connu sous le nom de Sextant graphique fondé sur la réflexion de la lumière, comme le sextant gradué ; mais il est d'un usage moins commode et moins prompt que la planchette et on n'en parle ici que pour mémoire, d'autant plus que cet instrument n'est nullement usité dans le service des ponts et chaussées.

Les détails dans lesquels nous sommes entrés en parlant des divers instruments dont il vient d'être question, font suffisamment comprendre comment on pourra lever un plan soit avec une chaîne seulement, soit avec la chaîne et la planchette, soit avec la chaîne et un goniomètre, soit enfin avec un quelconque des instruments destinés à mesurer les distances et un quelconque des instruments destinés à mesurer les angles. On place souvent, aujourd'hui, des fils de stadia dans les lunettes des divers instruments de topographie, ce qui permet, en relevant les angles, de mesurer les distances sans les parcourir.

On ne peut entrer ici dans les nombreux détails relatifs à l'art du levé des plans, car ces notions préliminaires ne constituent nullement un cours de topographie : on pourra consulter sur ces matières des ouvrages spéciaux, notamment ceux de M. M. Puissant, Francœur et Salnave. Mais il est un petit nombre de principes simples dont l'observation est essentielle au succès des opérations topographiques et qu'il convient de citer brièvement.

Il est impossible de multiplier indéfiniment le nombre des triangles et de prendre pour sommets tous les points remarquables ou importants du terrain ; les côtés deviendraient trop petits et les angles trop nombreux. Il faut se contenter de concevoir un certain nombre de triangles, dont la forme et les dimensions soient favorables à la précision des opérations et aux côtés desquels viennent se rattacher ensuite tous les points de détails qui n'ont pas servi de sommets : cet ensemble de triangles constitue ce qu'on appelle le canevas topographique, et tous les éléments doivent en être relevés avec la plus grande exactitude. Le levé des détails se fait soit à l'équerre d'arpenteur en prenant pour bases les côtés des divers triangles ou bien d'autres lignes rattachées à ces côtés, soit en relevant chaque point à l'aide d'une seule distance et d'un seul angle : la boussole est commode pour ce dernier genre d'opération.

Il convient, tout d'abord, de faire une reconnaissance du terrain à lever à l'aide d'instruments portatifs et approximatifs tels qu'un sextant de poche ou une boussole Burnier : on arrête ainsi un canevas provisoire et avant de procéder aux opérations définitives, on s'assure que ce canevas est possible, c'est-à-dire qu'on en pourra mesurer sans difficulté tous les éléments

et qu'il se prête bien au levé ultérieur de tous les détails.

Il est essentiel, dans ce canevas, d'éviter les angles aigus, et par suite de se rapprocher le plus possible de la forme équilatérale dans les divers triangles : en effet si l'un d'eux présente un angle très aigu tel que C (Pl. 15, Fig. 79) une légère erreur dans la mesure de l'angle B en produira une très-sensible C C′ sur le côté A C.

Une précaution plus essentielle encore consiste à déterminer la longueur des côtés suivant l'échelle du plan et la précision des goniomètres employés au levé.

Soient E l'erreur C C′ produite sur le côté A C par l'erreur angulaire b commise dans la mesure de l'angle B et K la longueur du côté B C il est évident que E est fonction de b de C et de K. En effet $E = \frac{K \sin b}{\sin (C+b)}$.

Si donc on veut, à priori, assigner une limite supérieure aux erreurs commises sur le terrain, il faut se fixer des limites pour les valeurs des trois variables K, C, b.

b peut être considéré comme une constante et dépendant seulement du degré de précision avec lequel on relève les angles.

L'erreur étant d'autant plus grande que les angles des triangles sont plus petits, on peut, pour ne pas trop réduire les côtés, s'imposer l'obligation de ne pas admettre d'angle au-dessous d'une certaine limite qui sera convenablement fixée à 30° ; on sera alors certain que E restera toujours au-dessous de $\frac{K \sin b}{\sin (30°+b)}$; on pourra négliger b au dénominateur, et on aura E = ou $<$ 2 K sin b ; dès lors on pourra en toute sûreté aller jusqu'à $K = \frac{E}{2 \sin b}$ pour la grandeur des côtés.

Si E représente la limite des erreurs qui, eu égard à l'échelle, sont sans influence sur la projection, on déduira de cette relation la limite de la grandeur des côtés, connaissant d'ailleurs b, ou le degré de précision du goniomètre dont on dispose. Dans le cas, où, par un motif quelconque, la moyenne des côtés devrait avoir une moyenne K, on déduirait de la même relation le degré de précision du goniomètre à employer.

La valeur limite de E doit être telle que, réduite à l'échelle $\frac{1}{M}$ du plan, elle se confonde avec la limite des grandeurs appréciables sur le papier, ou l'incertitude inévitable dans la mesure au compas d'une longueur comprise entre deux points d'une certaine dimension. En adoptant, pour cette dernière limite $\frac{0^m001}{5} = 0,0002$, on aura $\frac{E}{M} = 0^m0002$, et on pourra déterminer les grandeurs des côtés d'après l'échelle du plan et le degré de précision b du goniomètre. L'erreur réelle sera toujours variable avec l'angle C, mais si K reste au-dessous de $\frac{M \sin C}{500 \sin b}$; cette erreur sera inappréciable sur le plan, car elle y sera toujours inférieure à 0^m 0002 : en admettant, comme nous l'avons fait ci-dessus, que C reste supérieur à 30°, on aura pour limite de la grandeur des côtés $\frac{M}{10000 \sin b}$.

Quelle que soit la précision que l'on veuille donner à l'opération, les principes à appliquer sont les mêmes ; les détails de l'opération, les précautions que l'on prend sont seuls différents.

Lorsque tous les éléments des divers triangles ont été obtenus par des mesures directes ou par le calcul, le réseau peut être immédiatement construit sur le papier par le procédé

des intersections : toutefois, si simple que soit ce mode d'opérer, on est parfois conduit à y renoncer. D'une part, les côtés, réduits à l'échelle du plan, peuvent avoir 1.m et plus de longueur, ce qui rend l'emploi des compas à verge difficile, peu commode et peu précis ; d'autre part, si les côtés viennent à se rencontrer sous de faibles inclinaisons, leur point d'intersection est mal déterminé et reste incertain. Pour éviter ce double inconvénient et les erreurs successives qu'elles entraîneraient, on peut rapporter tous les points à deux axes rectangulaires et calculer les coordonnées de chacun d'eux par rapport à ces axes. Il suffit, pour cela de mesurer avec précision l'inclinaison α sur un des axes, de l'un quelconque des côtés des triangles. De la connaissance de tous les angles des triangles et de la mesure de cet angle α, on déduira, par de simples additions ou soustractions, l'inclinaison de tous les côtés sur les deux axes : on pourra dès lors, par la résolution d'une série de triangles rectangles ayant chacun pour hypothénuse un des côtés du canevas, obtenir la différence entre les coordonnées de deux points voisins et, par suite, calculer les coordonnées des sommets successifs, en prenant garde aux signes dont ces différences doivent être affectées. Il convient de choisir pour les deux axes une méridienne et une perpendiculaire et de mesurer l'orientation d'un des côtés : à défaut du méridien vrai, on prendrait le méridien magnétique. Si les opérations ont eu lieu à la boussole, les inclinaisons de tous les côtés sur les axes seront immédiatement connues : il faudra seulement faire attention aux signes à donner aux sinus et cosinus de ces diverses inclinaisons pour déduire, des coordonnées de chaque point, celles du point suivant et recourir, pour éviter toute erreur, au croquis à vue qui doit accompagner les opérations de levé de plans.

Cette méthode est trop simple pour qu'il y ait lieu d'entrer dans plus de détails à ce sujet : elle a l'avantage d'éviter l'accumulation des inexactitudes du dessin, car un point mal placé ne fausserait pas la position des autres. Pour l'appliquer commodément, il convient de diviser d'avance la feuille du dessin par une double série de lignes parallèles aux deux axes, en carreaux de 0.m01 de côté ; un double décimètre suffira ensuite pour déterminer chaque point.

Il est fort important, dans un levé, de recueillir clairement et d'assurer la conservation de tous les éléments relevés sur le terrain.

Quand on se sert d'une planchette, l'opération est immédiatement rapportée sur la minute : cependant il faut encore inscrire méthodiquement sur un calepin toutes les quantités résultant des mesures prises sur le terrain. Ainsi, les stations étant désignées par des lettres dont on inscrit la série dans une première colonne ; on inscrit dans une deuxième les lettres indiquant les lignes mesurées directement sur le terrain, en ayant soin de suivre autant que possible un ordre méthodique. On rapporte dans une troisième colonne les longueurs résultant de ces mesures. D'autres colonnes servent à inscrire les distances zénithales, si on les a relevées en même temps qu'on levait le plan, ou les angles avec le méridien, si on les a obtenus au moyen de la boussole. Dans tous les cas, une colonne d'observations reçoit toutes les annotations et renseignements qui peuvent être nécessaires pour qu'à une époque quelconque on soit en mesure de retrouver et de vérifier tous les éléments de l'opération.

Quand on lève à la boussole, au graphomètre ou avec d'autres instruments de même espèce, un calepin ou carnet de croquis est absolument nécessaire ; on peut le disposer de la manière

suivante :

Stations.	Côtés	Longueurs	Angles formés par les lignes d'opération — entre elles	avec le méridien magnétique.	Observations et Croquis.
A	AB	71.^{m}	132.°	298.°	
B	BC	85.	80.	250.	
C	CD	66.	143.	150.	
D	DE	68. 95	97.	113.	
E	EA	92. 19	88.	30.	
"	AB				

Il est indispensable, dans ce cas, d'annexer au tableau, un croquis levé à vue de plan, faute duquel on aurait de la peine à éviter des erreurs, en rapportant dans le cabinet le résultat des observations. On marque sur ce croquis les petits accidents de terrain, les détails secondaires, ce qui aide ensuite la mémoire à reproduire exactement la figure du terrain. Ce tableau permet une vérification partielle immédiate des opérations : en faisant la somme des angles du polygone, on doit la trouver égale à $(n-2)\,180°$, n étant le nombre des côtés.

On n'oubliera pas que la méthode la plus prompte consiste à lever avec exactitude. Si on tolère d'abord des erreurs assez légères, elles peuvent ensuite s'accumuler et devenir telles qu'on ne puisse plus s'y reconnaître. On fera donc bien de ne négliger aucune des vérifications possibles, et lorsque malgré toutes les précautions prises, on aura du doute sur quelque partie du levé, il faudra la vérifier immédiatement et y rectifier, au moyen de points dont on sera parfaitement sûr, les erreurs qui auraient pu être commises.

Nivellement.

Pour déterminer d'une manière complète la position de divers points dans l'espace, il faut reconnaître non-seulement la projection de ces points en plan, mais encore leurs hauteurs relatives. On obtient ce nouvel élément de détermination, en mesurant la hauteur de ces divers points au-dessus ou au-dessous d'une même surface de niveau : il importe avant tout de définir cette expression.

Une ligne est de niveau lorsqu'on peut y cheminer sans descendre ni monter.

Une surface de niveau est celle qu'on peut parcourir ainsi dans tous les sens.

Deux points sont de niveau lorsqu'ils sont sur une surface de niveau : on peut alors aller de l'un à l'autre sans descendre ni monter.

Les lignes et surfaces de niveau sont définies par la seule condition de rencontrer à angle droit toutes les verticales. Or ces verticales ne sont nullement parallèles, car elles

concourent sensiblement au centre de la terre, et deux d'entre elles, distantes de 31m environ à sa surface, forment un angle de 1."

Dès lors, les surfaces de niveau rentrent sur elles-mêmes et forment des enveloppes fermées de toutes parts; elles seraient sphériques si la terre l'était elle-même; elles sont ellipsoïdales et parallèles à la surface des mers supposée dans un état de calme absolu. Les sections de cette surface par un plan vertical sont des ellipses, mais si peu différentes du cercle que l'ellipse et ses divers cercles osculateurs coïncident sensiblement sur 1000m de part et d'autre du point de contact.

Il résulte de ce qui précède qu'un plan horizontal n'est pas une surface de niveau et que deux points situés dans un même plan horizontal ne peuvent être de niveau qu'autant qu'ils sont situés sur l'intersection de ce plan et d'une surface de niveau.

Le nivellement ayant pour but de comparer les hauteurs d'un certain nombre de points, l'opération la plus simple consiste à déterminer les distances de deux de ces points à une même surface de niveau: c'est ce qu'on appelle un nivellement simple. Deux instruments sont nécessaires pour l'effectuer: un niveau et une mire.

Le niveau sert à diriger horizontalement le rayon visuel de l'observateur dans tous les azimuts autour du point où il se trouve.

La mire est une règle droite et graduée qu'on fait placer successivement et d'aplomb sur les points à niveler afin d'en rendre la verticale visible.

L'observateur étant en A (Pl. 16, Fig. 80) et le niveau donnant une ligne horizontale de visée c d, on amène un voyant, mobile le long de la mire placée d'abord en C puis en D à la hauteur de la ligne de visée et on mesure les longueurs H et h de la mire comprises entre le centre du voyant et les points C et D. La différence H − h serait la différence de niveau de ces points si l'horizontale c d était une ligne de niveau: mais il n'en est pas ainsi et c'est à la surface de niveau passant par le point a qu'il aurait fallu comparer les hauteurs des deux points. La section m n de cette surface par un plan vertical est une ellipse qu'on peut, sans erreur aucune, remplacer par son cercle osculateur dans la longueur c d car cette longueur est limitée par la portée des instruments et reste au-dessous de l'intervalle de coïncidence des deux courbes.

Il faut donc faire subir une correction aux cotes ou hauteurs H et h, auxquelles conduit l'opération élémentaire du nivellement, par suite de la sphéricité du globe.

Cette correction est facile à calculer: C (Fig. 81) étant le centre de la surface de niveau tangente à la ligne de visée, R son rayon et B″ son intersection avec la verticale du point dont on prend la cote, il est clair que cette cote rapportée à l'horizontale AB sera trop forte de $BB'' = \frac{AB^2}{2R + BB''}$
L'angle en C n'étant jamais que de quelques secondes, on peut d'une part, prendre pour AB la longueur $AB'' = D$ de l'arc mesuré à la surface du sol; de l'autre, négliger au dénominateur BB'' devant $2R$ qui est toujours supérieur à 12.500.000m, et il reste pour la correction soustractive à opérer $\frac{D^2}{2R}$ Le rayon de courbure de la surface de niveau, varie avec la latitude, mais on peut parfaitement se contenter d'une valeur moyenne, car il n'y a que $\frac{1}{100}$ de différence entre les valeurs extrêmes de ce rayon, et adopter $0.0000000785\, D^2$ pour la valeur de la correction de sphéricité.

Cette première modification n'est pas la seule à apporter aux cotes directement

obtenues. Les rayons lumineux ne vont pas en ligne droite de la mire à l'observateur: en traversant des couches d'air de hauteur, de densité et par suite de réfrangibilité différentes, ils subissent une série de réfractions qui transforment en ligne courbe AB', concave vers le sol, la ligne droite AB que la ligne de visée aurait suivie dans un milieu homogène. La mire qu'on croit voir en B n'est réellement qu'en B'; il faut donc augmenter de BB' toutes les cotes élémentaires. L'expérience a fait connaître que l'angle BAB', sous-tendu par l'erreur de réfraction, est moyennement égal aux $\frac{8}{100}$ de l'angle au centre C, soit aux $\frac{16}{100}$ de l'angle B''AB. Eu égard à l'extrême petitesse des angles BAB'', B''AB, on peut admettre qu'ils sont proportionnels aux lignes B'B et BB''; dès lors $B'B = 0,16\, BB'' = 0,16 \frac{D^2}{2R}$. Les réfractions atmosphériques affectent les cotes de nivellement d'erreurs dont on vient de donner une valeur moyenne, mais qui varient essentiellement suivant le climat, la température, les circonstances atmosphériques, les heures de la journée, etc .... Aussi n'est-on jamais sûr de la valeur exacte de la correction à apporter à ces cotes.

Si on veut corriger à la fois les erreurs de réfraction et de sphéricité, il faudra d'une part diminuer les cotes observées de BB''; d'autre part les augmenter de BB', ce qui revient à les diminuer de

$$BB'' - 0,16\, BB'' = 0,84 \frac{D^2}{2R} = \frac{2}{3} \frac{D^2}{10,000,000}, \text{ en nombre rond.}$$

Cette dernière formule est très suffisamment exacte pour la pratique, car les deux premiers chiffres significatifs de l'erreur de réfraction peuvent seuls être considérés comme à peu près exacts.

Les cotes observées directement sont dites cotes de niveau apparent; les cotes de niveau vrai sont celles que l'on déduit des cotes observées en y appliquant la double correction relative à la sphéricité terrestre et à la réfraction.

Voici les différences de niveau vrai au niveau apparent pour quelques distances.

Distance en mètres	Correction relative à la sphéricité terrestre.	Correction relative à la réfraction atmosphérique	Différence des deux effets ou élévation du niveau apparent au dessus du niveau vrai.
40	0, 0001	0, 0000	0, 0001
60	0, 0003	0, 0000	0, 0002
80	0, 0005	0, 0001	0, 0004
100	0, 0008	0, 0001	0, 0007
150	0, 0018	0, 0003	0, 0015
200	0, 0031	0, 0005	0, 0026
300	0, 0071	0, 0011	0, 0059
400	0, 0126	0, 0020	0, 0106
500	0, 0196	0, 0031	0, 0165

Quand, pour déterminer la hauteur relative de deux points, on se place au milieu de l'intervalle qui les sépare, il n'y a plus lieu de tenir compte de la sphéricité de la terre ou de la réfraction, parce que les erreurs commises sur l'une et sur l'autre hauteur par l'admission des cotes correspondantes au niveau apparent se trouvant dans ce cas les mêmes, on n'altère pas le résultat en prenant la différence de ces hauteurs au lieu de la différence des cotes correspondantes aux niveaux vrais.

C'est un des motifs pour lesquels il est bon, quand il n'y a pas de raison déterminante pour agir autrement, que le niveleur se place, dans chaque opération partielle, à égale distance ou à peu près des deux points dont il veut évaluer la hauteur relative. Dans la pratique des nivellements ordinaires, on évite par cette précaution les calculs de correction des cotes de niveau apparent. On évite en outre, et c'est un des grands avantages de la position indiquée, les erreurs auxquelles on serait conduit par un vice de construction de l'instrument dans le cas où il ne donnerait pas une ligne de visée parfaitement horizontale, car l'inclinaison de cette ligne affecterait également les cotes des deux points et la différence de ces cotes n'en serait pas moins égale à la différence de niveau cherchée.

Il pourra se trouver entre les deux points un obstacle tel qu'une mare, ou un cours d'eau, ou une forte dépression de terrain qui empêche de placer l'instrument à égale distance de chacun d'eux : on peut encore arriver à une exacte compensation de toutes les erreurs par le procédé suivant :

Nivellement réciproque — (Pl. 16. Fig. 82) — a et b étant les points à niveler, on installe d'abord l'instrument en A', sur la verticale du point a, on dirige la ligne de visée A'B'' sur la mire placée en b ; on obtient ainsi la cote B''b et on mesure la hauteur A'a de cette ligne de visée au-dessus du point a. On transporte ensuite le niveau en b et on donne un coup de niveau sur le point a, ce qui conduit à deux autres cotes A''a et B'b correspondantes à la nouvelle de ligne visée B'A'', la différence de niveau cherchée sera $\frac{A''a + A'a}{2} - \frac{B''b + B'b}{2}$

En effet, les cotes lues A''a et B''b sont inexactes, chacune d'elles étant affectée des erreurs de sphéricité et de réfraction ; et, en outre, de celle qui résulte de l'inclinaison des lignes de visée A'B'' et B'A'' sur l'horizontale si l'instrument est mal construit : mais ces trois causes d'erreurs affectent également les deux cotes, car la ligne de visée a la même longueur dans les deux opérations et son inclinaison est aussi restée la même : donc, en désignant par $\mathcal{E}$ la somme de ces erreurs, quels qu'en soient les signes, on aura :

$$dN = A'a - (B''b \pm \mathcal{E})$$
$$dN = (A''a \pm \mathcal{E}) - B'b \qquad \text{et par suite} \quad dN = \frac{1}{2}\left[(A'a + A''a) - (B'b + B''b)\right]$$

Cette méthode permet donc d'opérer exactement, même avec un instrument inexact : toutefois, elle est rarement appliquée, d'une part, parce qu'on construit aujourd'hui les niveaux avec une assez grande précision, de l'autre, parce qu'on réduit la portée des coups de niveau à des distances qui rendent négligeables les erreurs de sphéricité et de réfraction réunies.

On se sert pour déterminer le plan de visée, d'instruments plus ou moins perfectionnés. Ceux d'entre eux qu'on désigne sous le nom de niveaux à bulle d'air et à la lunette donnent les résultats les plus exacts et sont employés aux opérations les plus délicates : c'est par la description de ces niveaux qu'on commencera l'étude des instruments de nivellement ; mais il convient de s'occuper tout d'abord du niveau à bulle d'air proprement dit.

Niveau à bulle d'air simple. — Cet instrument consiste en un tube de verre de forme

cylindrique, légèrement fléchi de manière à lui donner une très faible courbure dans sa longueur presque entièrement rempli d'un liquide, fermé hermétiquement à ses deux bouts et dans lequel on laisse un petit espace occupé par une bulle d'air ou par la vapeur du liquide. Si, la convexité du tube étant tournée vers le haut, on l'incline plus ou moins, sans cependant que la bulle en atteigne les extrémités, la tangente menée au sommet de la courbure intérieure, c'est-à-dire au milieu de la longueur de la bulle, sera horizontale partout où celle-ci s'arrêtera. En fixant extérieurement au tube une règle parallèle à la tangente menée en son milieu, il suffira d'amener la bulle entre deux repères également distants de ce point pour que la règle devienne elle même horizontale.

Le tube de verre est renfermé dans une boîte cylindrique en cuivre échancrée par-dessus de façon à ne laisser à découvert que la partie moyenne où doit s'arrêter la bulle pour assurer l'horizontalité de la règle inférieure. Une double échelle de divisions, gravées en général sur le verre même et quelquefois sur les bords de la garniture, et numérotées symétriquement de part et d'autre de la partie centrale du tube, permet de reconnaître si le centre de la bulle coïncide bien avec le point milieu de ces divisions : on dit alors que la bulle est entre ses repères, et la tangente menée en ce point milieu (que nous appellerons l'horizontale de la bulle) se trouve en même temps horizontale.

Il faut pouvoir vérifier et rectifier ce niveau. On réunit pour cela la garniture du tube à la règle inférieure d'un côté par une charnière, de l'autre par une vis qui permet d'élever ou d'abaisser une des extrémités du tube jusqu'à ce que le parallélisme soit établi entre l'horizontale de la bulle et la règle inférieure. On s'en assure en plaçant l'instrument sur une surface rigide bien dressée et à peu près horizontale ; on note les numéros des divisions entre lesquelles s'arrête la bulle et on remet le niveau en place après l'avoir retourné bout pour bout ; si le parallélisme cherché existe, la bulle se retrouvera entre des divisions portant les mêmes numéros ; s'il n'en est pas ainsi, on agira sur la vis de manière à rappeler la bulle de la moitié de l'écart observé, et on répétera cette épreuve jusqu'à ce que cet écart soit complètement annulé lors du retournement.

Le niveau à bulle d'air est d'autant plus précis qu'il est plus sensible, c'est-à-dire qu'il indique plus nettement la plus faible inclinaison de la tangente au milieu du tube de verre : or, lorsqu'on incline l'instrument, l'angle (Pl. 16. Fig. 83) compris entre l'horizontale $a\,t$ tangente au sommet de la bulle, et la tangente $m\,t$ au point m milieu des divisions du tube, est égal à l'angle $a\,c\,m$ sous-tendu au centre c de courbure de ce tube par l'arc $a\,m = \delta$ qui a parcouru soit le centre, soit une des extrémités de la bulle. Cet angle $a\,c\,m$ étant exprimé par le rapport $\frac{\delta}{R}$ la sensibilité de l'instrument sera d'autant plus grande que l'inclinaison qui correspondra à un même déplacement δ sera plus faible, c'est-à-dire que le rayon de courbure R du tube sera plus grand. On peut mesurer cette sensibilité par le nombre S de secondes que comprendra l'inclinaison de la tangente $m\,t$ pour un déplacement donné, un millimètre par exemple, de la bulle, on aura alors :

$$S = \frac{0.^{m}001}{R \times \text{arc } 1''} = \frac{0{,}001}{R \times 0{,}00000485} = \frac{206}{R}$$

Les rayons des tubes employés dans les instruments de nivellement sont généralement compris entre 10^{m} & 25^{m}, ce qui conduit à une sensibilité variable entre 20″ & 8″ : on ne saurait dépasser notablement ce dernier chiffre, car il deviendrait très difficile et très long de ramener exactement la bulle entre ses repères et de l'y faire rester pendant la durée d'un coup de niveau.

On va toutefois jusqu'à 3" ou 4" pour la sensibilité des bulles dans certains instruments de géodésie, et jusqu'à 1" et même ½" dans les observatoires où on peut prendre des précautions particulières pour l'installation des instruments.

On peut déterminer le rayon de courbure, et par suite la sensibilité d'un niveau à bulle d'air, assez simplement. Il faut concevoir pour cela que l'instrument est adapté à une lunette, (On verra prochainement de quelle façon) de telle sorte que son horizontale soit sensiblement parallèle à l'axe optique de cette lunette. On donnera un 1er coup de niveau sur une mire tenue verticalement à une distance D, la bulle étant entre ses repères : puis, on inclinera l'appareil de manière à faire parcourir à la bulle une longueur δ, facile à évaluer sur le tube qui porte des divisions gravées, et on donnera un 2e coup de niveau sur la mire : en désignant par h la hauteur de mire comprise entre les deux lignes de visée successives, on aura, d'après ce qui précède $\frac{h}{D} = \frac{\delta}{R}$ d'où le rayon de courbure $R = \frac{D\delta}{h}$.

Il est essentiel que la capacité intérieure des tubes soit parfaitement symétrique de part et d'autre du milieu, sans quoi une bulle qui aurait été placée sur un appui fixe et amenée entre ses repères pourrait s'en éloigner par suite d'un changement de température donnant lieu à une variation de longueur de cette bulle, variation qui se ferait sentir inégalement à ses deux extrémités. C'est à un ingénieur Français, M. de Chézy, qu'on doit les moyens de travailler et de roder l'intérieur des tubes de manière à leur donner une parfaite régularité et une courbure aussi précise que celle des verres lenticulaires, ce qui permet d'obtenir le degré de sensibilité qu'on désire.

Il importe de pouvoir s'assurer de la symétrie et de la régularité de cette courbure. A cet effet, en supposant toujours le niveau annexé à une lunette, on donnera une double série de coups de niveau en amenant successivement la bulle dans des positions également éloignées des zéros des divisions de part et d'autre du milieu : si la moyenne des cotes correspondantes à des divisions symétriques est constante, la courbure du tube sera symétrique à partir du milieu. Cette courbure sera régulière si, à des déplacements régulièrement croissants de la bulle, correspondent des différences égales dans les cotes.

Il faut enfin que l'arc suivant lequel la bulle se déplace divise en deux parties symétriques la partie supérieure du tube et que la tangente au sommet de cet arc soit parallèle aux bords de la règle inférieure afin que cette tangente reste horizontale dans le cas d'une inclinaison transversale du niveau. En effet, si l'horizontale de la bulle au lieu de coïncider avec la ligne médiane $\underline{a\ b}$ (Fig. 84) est dirigée suivant la ligne $a\ c$ faisant un angle α avec $\underline{a\ b}$ la moindre inclinaison transversale i de l'instrument, provenant d'une rotation autour de l'arête $\underline{m}\ \underline{n}$ ou de toute direction parallèle à $a\,b$, aura pour résultat de détruire l'horizontalité de la ligne $\underline{a\ c}$ et de lui donner une inclinaison dont le sinus serait égal à $\sin\alpha \sin i$: le constructeur devra donc ajuster la monture de l'instrument de manière à remplir la condition que nous venons d'indiquer. Pour s'en assurer, il faut incliner légèrement le niveau autour de l'axe ou d'un des bords de la règle inférieure et voir si la bulle reste sensiblement entre ses repères lors de ces petits mouvements.

Il faut que le liquide renfermé dans le tube ne gèle jamais, qu'il permette à la bulle de se mouvoir avec une grande facilité, et que le gaz dont elle est formée, n'adhère pas aux

paroi; la meilleure condition, pour la sensibilité, consiste à choisir un liquide qui mouille le verre et à ne laisser dans la bulle que la vapeur de ce liquide : l'éther et l'alcool réunissent ces diverses conditions, le premier surtout. On a employé parfois le sulfure de carbone, aussi mobile que l'éther, mais beaucoup plus réfringent et qui accuse plus nettement les limites de la bulle : ce liquide a l'inconvénient de se décomposer en se colorant de plus en plus fortement en brun. Il convient aussi pour éviter que la bulle ne devienne paresseuse, qu'elle conserve au moins 0m.02 de longueur par les plus fortes températures et que le tube ait environ 0m.012 de diamètre.

Le niveau à bulle d'air sert à rendre horizontales une règle, une planchette, en général une surface plane quelconque : on l'emploie particulièrement à assurer l'horizontalité de la ligne de visée des lunettes et il fallait s'occuper tout d'abord d'un instrument aussi utile pour n'avoir pas à y revenir plus tard.

Niveaux à lunette et à bulle d'air. — Dans ces instruments susceptibles d'une assez grande variété de formes et de dispositions, la ligne de visée est déterminée par l'axe optique d'une lunette qui doit être disposée de manière à ce qu'on puisse la diriger horizontalement dans tous les azimuts autour d'un même point : deux moyens sont employés à cet effet. L'un consiste à fixer la lunette perpendiculairement à un pivot vertical de rotation autour duquel elle peut se mouvoir dans tous les sens ; les niveaux ainsi construits sont désignés sous le nom de leur inventeur, M. Egault, ingénieur en chef des ponts et chaussées. L'autre moyen consiste à rendre horizontale une surface rigide et parfaitement plane sur laquelle on pose une lunette cylindre ou prismatique : ces niveaux portent le nom de Lenoir, bien que l'idée en paraisse due aussi à M. Egault. Ces instruments sont les plus répandus, et il convient d'en faire une étude détaillée.

Niveaux d'Egault. — Les niveaux dits d'Egault, peuvent varier dans leur aspect général et dans quelques détails de construction, mais chacun d'eux se compose essentiellement (Pl. 17, 18, 19 et 20) d'un pivot de rotation pouvant être rendu vertical et relié à une règle ou traverse mobile avec lui ou autour de son axe ; aux extrémités de cette règle s'élèvent normalement deux étriers ou collets évidés pour recevoir le corps cylindrique d'une lunette ; un niveau à bulle d'air est adapté à l'instrument dans le sens de la longueur de la règle.

Pour atteindre le but qu'on se propose, c'est-à-dire pour obtenir une ligne de visée qu'on puisse diriger horizontalement dans tous les sens, il faut :

1° Que la bulle soit réglée, c'est-à-dire que son horizontale soit perpendiculaire à l'axe du pivot.

2° Que l'axe de ce pivot soit rendu vertical.

3° Que l'axe de figure de la lunette soit perpendiculaire à celui du pivot, et par suite horizontal.

4° Que la lunette soit centrée, c'est-à-dire que le point visé à chaque coup de niveau se trouve sur le prolongement de son axe de figure.

Ces conditions remplies, l'instrument est en état de fonctionner : on dit alors qu'il est réglé. Il est nécessaire qu'il soit construit de manière, à ce qu'on puisse s'assurer qu'il en est ainsi et arriver à le régler s'il ne l'était pas ; en d'autres termes, il convient que chaque niveau se prête à toutes les vérifications et rectifications nécessaires : voici les dispositions adoptées

à cet effet.(*)

1°. Régler la bulle. — Si l'horizontale de la bulle (et on croit devoir rappeler que ces mots désignent la tangente menée au point milieu des divisions du tube) est perpendiculaire à l'axe du pivot, en faisant tourner l'instrument de 180°. autour de cet axe, la bulle devra se retourner entre des divisions portant les mêmes numéros qu'avant le retournement, et par suite entre ses repères si on l'y avait appelée d'abord. S'il n'en est pas ainsi, cette horizontale aura décrit un cone, et la bulle aura subi un déplacement correspondant à un angle double de son inclinaison sur une normale à l'axe du pivot. On agira alors sur la vis de rectification de la bulle de manière à la ramener de la moitié seulement de son déplacement et on rendra ainsi son horizontale perpendiculaire au pivot : on devra renouveler plusieurs fois cette épreuve pour s'assurer que la bulle conserve exactement sa position après le retournement. On ne peut du reste y réussir qu'autant que le pivot est sensiblement vertical ; car, si on ne retourne pas la bulle exactement de 180°. de manière à la replacer précisément dans le même azimut, elle se déplacerait, bien que son horizontale fût perpendiculaire au pivot si celui-ci n'est pas vertical ; aussi convient-il de mener de front cette opération et la suivante.

2°. Rendre l'axe du pivot vertical. — Les moyens employés pour remplir cette seconde condition constituent ce qu'on appelle le mode de calage de l'instrument, et on peut dire que ce n'est que par le mode de calage que diffèrent les niveaux construits sous le nom de niveaux d'Egault. Tous les modes imaginés jusqu'à ce jour ont du reste cela de commun qu'ils assurent la verticalité de l'axe en le rendant perpendiculaire à deux horizontales quelconques généralement normales entre elles.

Calage à deux ressorts et à deux vis (Pl. 19, Fig. 95 & 96) La règle ou traverse est percée en son milieu d'une ouverture cylindrique qui reçoit l'axe de rotation : cet axe adhère à un plateau circulaire du centre duquel il s'élève à angle droit. Au dessous, se trouve un second plateau faisant corps avec une douille qui reçoit un goujon fixé au pied à six branches de l'instrument. Les deux plateaux sont reliés entre eux par une vis traversant le plateau inférieur et dont l'extrémité taraudée s'attache à une noix hémisphérique dont la convexité est tournée vers ce plateau : cette noix est engagée, sur tout le développement de sa surface convexe, dans une cavité correspondante et de même forme du plateau supérieur qui conserve ainsi la liberté de tourner à frottement autour du centre de la sphère dont la noix fait partie. Deux vis à caler traversant le plateau inférieur et deux ressorts, fixés sur ce même plateau, dont les points de butée sur le plateau supérieur déterminent avec les extrémités des vis deux diamètres rectangulaires, complètent le système : ils maintiennent l'écartement des plateaux, tout en permettant de modifier la position relative de leurs plans. D'après ces dispositions, le plateau inférieur fut-il sensiblement incliné sur l'horizon, rien ne s'oppose à ce qu'on rende le plateau supérieur horizontal et, par suite, l'axe de rotation vertical.

Pour cela, on place la bulle, qu'on suppose réglée, parallèlement au plan vertical, passant par une des vis calantes et la butée du ressort correspondant, et on l'appelle entre ses repères

---

(*) On trouvera dans les légendes la description détaillée des divers modèles de niveaux dont il va être question, la destination et l'usage de leurs divers organes.

ce qui revient à amener l'axe du pivot dans le plan vertical perpendiculaire à l'horizontale de la bulle. On placera ensuite celle-ci dans le plan vertical passant par le second ressort et la seconde vis ; on l'appellera entre ses repères à l'aide de cette vis, et l'axe du pivot qu'on aura ainsi rendu perpendiculaire à deux horizontales sera dès lors vertical. Il faut toutefois s'assurer que, pendant cette seconde opération, rien n'a dérangé les résultats de la première, et on arrivera toujours, après avoir manœuvré un certain nombre de fois les vis à caler, à la verticalité de l'axe.

En procédant simultanément, ainsi qu'on l'a dit, aux deux premières vérifications, on gagne du temps et de l'exactitude. Ainsi, après avoir retourné de 180° la bulle à régler et corrigé la moitié de son écart avec la vis de rectification, ce qui rend son horizontale normale au pivot, on corrige la seconde moitié en la ramenant entre ses repères à l'aide de la vis calante, ce qui place l'axe dans un premier plan vertical : on reproduit les mêmes opérations dans un second plan vertical perpendiculaire au précédent et on arrive ainsi en même temps à régler la bulle et à rendre l'axe du pivot vertical.

Il arrive parfois que les ressorts sont trop faibles ; il en résulte que le plateau supérieur ne suit pas alors jusqu'à sa limite le mouvement qu'on veut lui imprimer, car une vis qu'on abaisse peut se séparer du plateau si le ressort opposé n'a pas la force nécessaire pour maintenir le contact. En outre, une pression involontaire exercée sur la partie du plateau qui avoisine les ressorts peut décaler l'instrument si les ressorts sont trop flexibles ; aussi adopte-t-on généralement aujourd'hui le mode de calage suivant.

Calage à trois vis. — (Pl. 17, 18 et 22). Le pivot est fixé à la règle qui supporte la lunette et se meut à frottement dans une douille de même longueur, légèrement conique comme le pivot lui-même ; l'un et l'autre sont exactement calibrés et tournés. Cette douille se termine par un triangle métallique ou épatement à trois branches traversées par des vis qui supportent l'instrument et repose sur le plateau en bois du pied. On amène la bulle dans un plan vertical parallèle à deux de ces vis et on l'appelle entre ses repères, ce qui place l'axe du pivot dans un plan vertical perpendiculaire à l'horizontale de la bulle comme il a été dit plus haut. On amène ensuite la bulle dans un autre plan vertical perpendiculaire à la direction des deux premières vis, on manœuvre la troisième de manière à rappeler la bulle entre ses repères, ce qui place l'axe dans un second plan vertical, et le calage est terminé, sauf à renouveler une ou plusieurs fois ces opérations.

Ce mode donne lieu à un calage plus stable, l'instrument reposant sur son pied par une assez grande base triangulaire.

Calage à deux charnières et à deux vis. — (Voir Pl. 20 les détails de ce mode de calage). Le pivot assez long et assez fort fixé à la règle se meut comme précédemment dans une douille qui se termine par un épatement triangulaire, mobile autour d'une charnière passant par deux de ses sommets à l'aide d'une vis placée au troisième sommet : les pieds de la charnière et le bout de la vis reposent sur une couronne annulaire, mobile également autour d'une charnière à l'aide d'une autre vis : les pieds de cette charnière et l'extrémité de la seconde vis s'appuient sur une plaque de métal qui repose sur le plateau du trépied de l'instrument ; les deux charnières sont perpendiculaires entre elles. Le corps de la douille dans laquelle tourne le pivot passe à travers le vide de la couronne.

On comprend immédiatement l'usage de ce système pour rendre le pivot vertical. Les charnières remplacent ici les ressorts du premier système, mais l'instrument a plus de stabilité; le calage en est aussi sûr et plus prompt que celui qu'on obtient par trois vis.

Calage à quatre vis. — On fait supporter la douille du pivot par quatre vis (dont deux remplacent les ressorts du 1er système) reposant sur une plaque de métal et qui assurent la perpendicularité de l'axe à deux horizontales différentes. Ces vis peuvent encore être horizontales et venir buter sur le pivot en des points situés aux extrémités de deux diamètres à angle droit. Ce mode de calage est stable, mais moins commode et plus lent que les deux précédents; on ne le trouve guère que dans d'anciens instruments, aussi n'en parle-t-on ici que pour mémoire.

Quel que soit le système de calage adopté, une fois l'axe du niveau rendu vertical, on peut diriger une ligne de visée horizontale dans une direction quelconque. Toutefois, il faudrait pour cela que la bulle restât entre ses repères lorsqu'on lui fait faire un tour d'horizon, et il n'en est pas ainsi. — Même dans les niveaux établis par les artistes les plus habiles, il est extrêmement rare que la bulle ne se déplace pas d'une quantité appréciable dans un tour d'horizon; mais si elle a une sensibilité suffisante, il n'en peut résulter que des variations négligeables dans les hauteurs des diverses lignes de visée ainsi qu'on le verra plus loin.

3°. Rendre l'axe de figure de la lunette horizontal. La lunette repose sur ses étriers par deux anneaux dans lesquels elle est enchassée; ces anneaux, travaillés avec la plus grande précision, doivent être parfaitement égaux et appartenir à un même cylindre ayant pour axe de figure celui de la lunette: chacun d'eux est accompagné d'un petit bourrelet ou rebord saillant qui s'oppose à tout déplacement de la lunette dans le sens longitudinal. Ces dispositions permettent de la faire tourner sur elle-même, de l'enlever et de la replacer sur ses étriers après l'avoir retournée bout pour bout, son axe de figure conservant rigoureusement la même position après ces divers mouvements. Dès lors, cet axe sera horizontal si une des génératrices, et entre autres celle qui joint les points de contact de la lunette avec l'un et l'autre de ses étriers l'est elle-même.

Pour vérifier cette horizontalité, ou, plus généralement la perpendicularité de cette ligne sur l'axe du pivot, on vise un point fixe dont on amène l'image sur la croisée des fils du réticule; on enlève alors la lunette et on la remet en place après l'avoir retournée bout pour bout, en ayant bien soin de ne lui imprimer aucun mouvement de rotation autour de son axe, puis on ramène à soi l'oculaire en faisant tourner l'instrument de 180° autour de son pivot et on rappelle la bulle entre ses repères si elle avait subi un léger déplacement par suite de ce retournement. Si le même point vient se projeter encore sur la croisée des fils, il est clair que ce pivot est perpendiculaire à la ligne d'appui de la lunette sur ses étriers: l'axe de figure de cette lunette qui est parallèle à toutes les génératrices sera dès lors horizontal si le premier est vertical. Dans le cas contraire, une vis de rectification permet d'élever ou d'abaisser un des étriers qui supportent la lunette et de corriger la moitié de l'écart qui existe entre le point de visée et la croisée des fils; on répète cette épreuve jusqu'à ce que l'écart disparaisse entièrement.

4°. Centrer la lunette. — A l'aide de ces premières opérations on a assuré l'horizontalité de l'axe de figure de la lunette, et, si cet axe se confondait avec son axe optique, l'instrument serait parfaitement réglé. Mais l'axe optique n'est autre chose que la ligne qui passe par le centre optique de l'objectif et par la croisée des fils du réticule : ce dernier point étant mobile, on conçoit qu'on puisse l'amener sur l'axe de figure de la lunette ; mais il n'en est pas de même du premier dont la position, à l'intérieur de la lentille, est invariable : si donc l'objectif n'a pas été ajusté de telle sorte que son centre optique se trouve précisément sur l'axe de figure de la lunette, on ne pourra pas faire coïncider celui-ci avec l'axe optique. Il est fort difficile de monter ainsi un objectif ; un constructeur soigneux arrive à en placer le centre optique très près de l'axe de figure, mais une superposition complète est infiniment rare.

Malgré cela, on peut faire en sorte que la cote lue sur la mire soit exactement la même que si l'axe optique et l'axe de figure coïncidaient : il suffit pour cela que la rencontre de ces deux lignes se fasse précisément sur la mire, auquel cas on dit que la lunette est centrée : voici comment on arrive à ce résultat.

Soient (Fig. 85) $\underline{O\,O'}$ l'axe de figure de la lunette, $\underline{C}$ le centre optique de l'objectif et $\underline{F}$ le point de croisée des fils du réticule : l'axe optique $\underline{C\,F}$ ira rencontrer en m' la mire placée en M et la cote $M\,m'$ sera fausse. En retournant la lunette de 180° autour de son axe de figure, l'axe optique prendra la position $\underline{C\,F'}$, symétrique de la précédente par rapport à $\underline{O\,O'}$ et conduira à une cote $M\,m''$ également fausse : Mais, par suite de cette symétrie, le point $\underline{m}$ situé sur le prolongement de l'axe de figure $O\,O'$ et correspondant à la cote vraie sera également distant de m' et de m'' ; si donc on agit sur les vis du réticule de manière à corriger la moitié de l'écart et à amener la croisée des fils en φ sur l'image du point $\underline{m}$, l'axe optique sera dirigé suivant $\varphi\,C\,m$ et fera obtenir la cote exacte $M\,m$. La lunette étant ainsi centrée, on verra bien, lors du retournement, l'image du point m se déplacer, mais sans cesser de se superposer à la croisée des fils.

En général, on n'opère le centrage que relativement au fil horizontal, qui, du reste, est seul nécessaire pour niveler.

Avant de centrer, il convient, d'abord, de rendre le fil horizontal : on s'assure qu'il en est ainsi en visant un point fixe qui devra rester sous le fil lorsqu'on fera tourner la lunette autour du pivot vertical sans que le point visé cesse d'être aperçu. Dans ce cas où ce point paraîtrait alternativement au-dessous ou au-dessus des extrémités du fil, c'est que celui ci ne serait pas horizontal, et on le rendra tel par une rotation convenable de la lunette autour de son axe de figure. On assure alors cette horizontalité, dans les deux positions où elle doit avoir lieu, à l'aide de deux vis mobiles dans des écrous fixés aux étriers, qui viennent buter contre des goujons faisant saillie sur la lunette et qui arrêtent son mouvement de rotation au moment où le fil se trouve horizontal.

On procède ensuite au centrage de ce fil en donnant deux coups de niveau sur une mire comme il a été dit ci-dessus : si le retournement de la lunette sur elle-même conduit à deux cotes différentes, on déplacera le fil horizontal de manière à ce qu'il corresponde à la cote moyenne.

Enfin si on veut centrer par rapport à la croisée des fils, on fera subir une vérification et une correction analogues au fil vertical.

Malheureusement, le centrage n'existe que pour la distance à laquelle il a été obtenu, et si la mire se trouve plus ou moins éloignée de l'objectif, il faudra de nouveau centrer la lunette afin que son axe de figure et son axe optique aillent toujours se rencontrer sur la verticale de la mire. Aussi, convient-il de prendre des précautions pour éviter les erreurs qui proviendraient d'un défaut de centrage qu'on devra toujours supposer : on y arrive en prenant deux fois la cote de chaque point, la seconde après une rotation de 180° de la lunette sur elle-même : la moyenne de ces deux cotes Mm', Mm'' (Fig. 85.) sera la cote vraie Mm.

Mode d'opérer avec un instrument non rectifié. — Du reste, la construction de ces niveaux, — et c'est un précieux avantage, — permet d'opérer exactement sans les rectifier, c'est-à-dire sans centrer la lunette et sans rendre l'horizontale de la bulle ni l'axe de figure de la lunette perpendiculaire au pivot.

Soient, en effet, (Fig. 86) m le point dont on veut avoir la cote, $A\,m$ l'horizontale, $A\,F$ une première position de l'axe de figure de la lunette (la bulle étant supposée entre ses repères) et O, $O'm$, une 1.re position de son axe optique : on obtiendra une première cote $m\,m_1$. En faisant tourner la lunette de 180° autour de son axe de figure, l'axe optique prendra une autre position $m_2\,O'O_2$, symétrique de la première par rapport à $A\,F$: on prendra une 2.e cote $m\,m_2$. La moyenne de ces deux cotes sera indépendante du défaut de centrage et ne sera autre que mF. — On fait ensuite décrire à l'instrument un angle de 180° autour de son pivot, on rappelle la bulle entre ses repères si elle les avait quittés, et on retourne la lunette bout pour bout : son axe de figure viendra occuper la position $A\,F'$, symétrique de $A\,F$ par rapport à l'horizontale $A\,M$: l'axe optique sera alors dirigé suivant $m_3\,O''O_1$, puis suivant $m_4\,O''O_2$, après le retournement de la lunette autour de son axe de figure. On prendra les deux nouvelles cotes $m\,m_3$, $m\,m_4$, dont la moyenne sera égale à $m\,F'$. — Il est clair que la moyenne des deux côtés $m\,F$, $m\,F'$, qui ne sera elle-même que la moyenne des quatre cotes mm_1, mm_2, mm_3, mm_4, sera égal à la coté vraie $m\,M$ qu'on aurait obtenue avec un instrument réglé. On peut même ne prendre que deux de ces quatre cotes mm_1 et mm_3 ou mm_3 & mm_4 (leur moyenne étant la même deux à deux) en retournant à la fois de 180° l'instrument autour de son pivot et la lunette autour de son axe, et en rappelant chaque fois la bulle entre ses repères : en passant d'une position à l'autre, les erreurs changent de sens et n'affectent pas la demi-somme.

Il convient du reste de donner toujours ainsi les deux coups de niveau, même avec un instrument bien réglé, pour éliminer les erreurs auxquelles on serait conduit si l'instrument venait à se déranger dans les nombreux déplacements qu'on lui fait subir. On pourrait être tenté, pour ajouter à la rapidité de ce mode d'opérer en compensant les erreurs, de ne pas même rendre le pivot vertical : ce serait une faute qui aurait pour conséquence de conduire en passant d'un azimut à un autre, à des lignes de visée inégalement distantes d'un même plan horizontal. Cet écart pourrait atteindre $R\left\{\cos(\alpha - i) - \cos\alpha\right\}$, en désignant par R la plus courte distance du point de rencontre du pivot et de la lunette à la ligne réunissant les extrémités de deux des vis calantes, par α l'angle que fait cette plus

courte distance avec l'axe du pivot ; et par i l'inclinaison de celui-ci sur la verticale. L'expression ci-dessous pouvant s'élever à une valeur de 0m 002 à 0m 003 dans les instruments usuels, il sera prudent d'en rendre le pivot vertical ou à peu près, opération qui ne demande du reste que fort peu de temps.

Importance de l'égalité des anneaux. — On a supposé jusqu'ici que les anneaux cylindriques par lesquels la lunette repose sur ses étriers étaient parfaitement égaux : cette condition est de la plus haute importance et indispensable au succès des opérations. Ce n'est pas l'axe de figure de la lunette qu'on peut rendre horizontal, mais seulement les génératrices de contact de la surface cylindrique des anneaux avec les étriers ; si ces anneaux ne sont pas égaux, la lunette n'est plus un cylindre, son axe de figure n'est plus parallèle aux génératrices et ne peut pas être rendu horizontal. Il y a plus, cette cause d'erreur n'est nullement détruite par le mode d'opérer qui vient d'être décrit, car ce mode ne conduit à des résultats exacts qu'autant que l'axe de figure de la lunette ne subit aucun déplacement lors du retournement bout pour bout, et qu'il se trouve amené par la rotation de l'instrument autour de son pivot dans une position symétrique de la première par rapport à l'horizon. Pour qu'il en soit ainsi, il faut et il suffit que les anneaux soient égaux ; s'ils ne le sont pas, l'axe se trouve déplacé par le retournement bout pour bout et revient à sa première position lorsque le niveau a tourné de 180° autour de son pivot sans que l'inclinaison relative de cet axe sur les génératrices d'appui ait subi aucune modification.

Un pareil vice de construction conduit à des erreurs qui ont le double inconvénient de ne pouvoir être ni compensées ni manifestées quels que soient les retournements qu'on fasse subir à l'instrument et le nombre des coups qu'on donne sur un même point. La ligne de visée sera inclinée sur l'horizon de $\frac{\delta}{F}$, δ étant la différence des rayons des anneaux, E leur écartement : l'erreur $\underline{e}$, sur un coup donné à une distance X, sera $\frac{\delta}{E}X$. Or E varie de 0m 20 à 0m 30 ; dès lors, $\underline{e}$ sera comprise entre $5\,\delta X$ et $3{,}33\,\delta X$: pour $X = 100^m$, et en supposant que δ soit seulement égal à $\frac{1}{100^e}$ de millimètre, l'erreur variera de 0m 005 à 0m 0033, quantités qui ne sont nullement négligeables.

On peut constater cette cause d'erreur dans le cabinet à l'aide d'une bulle très sensible, pouvant reposer sur les anneaux, et montée d'une manière analogue à celle du niveau de Brunner dont il sera bientôt question : sur le terrain, il faut plusieurs opérations pour découvrir ce vice de construction.

On place d'abord l'instrument en n', (Fig. 87) à égale distance des points à niveler, et on prend les deux cotes $\underline{aa'}$, $\underline{bb'}$ dont la différence sera exactement égale à la différence de niveau $bd' = dN$ des points $\underline{a}$ et $\underline{b}$. On se place ensuite en un autre point n'' à des distances notablement inégales de ces points, et on prend deux nouvelles cotes aa'', bb''. Si les anneaux sont égaux, la différence bd'' de ces cotes sera égale à la précédente ; dans le cas contraire, on trouvera pour $bb'' - aa''$ une quantité qui différera de $bb' - aa'$, et la différence $d'd''$ sera égale à $(l - l')\,t$, en désignant par l et l' les distances du niveau aux points nivelés, et par $\underline{t}$ l'inclinaison de la ligne de visée provenant de l'inégalité des anneaux de la lunette dont on sera ainsi averti et dont on pourra apprécier l'influence.

Le mode d'opérer qu'on vient d'indiquer permet de déterminer l'inclinaison de l'axe de la lunette sur les génératrices de contact on pourrait donc, à la rigueur, employer le niveau vicieux en corrigeant les cotes de l'erreur proportionnelle à la distance dont elles sont affectées, toutefois, il ne faut pas hésiter en pareil cas à rejeter l'instrument à moins de s'astreindre à se placer toujours à égale distance des points à niveler, seul moyen d'éviter toute inexactitude. Lors même que l'instrument est parfaitement établi il suffit d'un grain de poussière, d'une goutte d'eau venant s'interposer entre un anneau et son support pour occasionner des erreurs sensibles et qui échappent à l'opérateur. En outre, le frottement incessant auquel donnent lieu les retournements de la lunette a pour effet de creuser les anneaux d'une manière plus ou moins inégale car ils n'ont presqu'un point de contact avec les étriers aux faces desquels on est forcé de donner une petite convexité pour amener le parallélisme de la bulle et de la lunette ; un niveau parfaitement établi peut donc devenir inexact après un certain temps de service.

On a vu que cette inégalité des anneaux pouvait donner lieu à de notables erreurs ; il était nécessaire d'appeler l'attention sur ce point pour détruire cette idée, éminemment fausse et cependant très répandue, qu'on peut opérer exactement et compenser toutes les erreurs par la méthode et avec le niveau de M. Egault.

Niveaux de Lenoir. — Cet artiste a construit un certain nombre d'instruments, dits niveaux à fourche qui ont la plus grande analogie avec les niveaux d'Egault ; ils n'en diffèrent guère que par la position de la bulle d'air qui est fixée au-dessous de la lunette et par le mode de calage consistant en quatre vis horizontales. Les détails dans lesquels on vient d'entrer à propos du niveau d'Egault, permettent de ne pas insister sur celui-ci, d'autant plus que ce modèle est abandonné aujourd'hui.

On appelle plus généralement niveau de Lenoir, ou niveau cercle, un instrument fondé sur une idée fort simple consistant à faire mouvoir une lunette sur un plan horizontal (Pl. 21). La lunette est enchassée dans deux prismes carrés qui sont parfaitement égaux en hauteur et par lesquels elle s'appuie sur un plateau circulaire métallique ; à égale distance de ces prismes est un goujon perpendiculaire à deux de leurs faces s'engageant dans un trou cylindrique percé au centre du plateau, ce qui permet d'amener la lunette dans un azimut quelconque en la faisant tourner autour de ce goujon. Un niveau à bulle d'air, indépendant du reste de l'instrument, peut être placé soit sur les faces supérieures des prismes, soit sur le plateau après avoir enlevé la lunette. Ce plateau est fixé à une colonne reposant sur la tablette en bois du pied de l'instrument par trois vis à caler qui permettent de le rendre horizontal.

Pour mettre l'instrument en état de servir, il faut :

1° Régler le niveau à bulle d'air, c'est-à-dire rendre son horizontale parallèle à sa ligne d'appui sur une surface quelconque ; on a indiqué (page 40) la manière simple d'y arriver.

2° Rendre le plateau horizontal : on place pour cela le niveau sur le plateau parallèlement à la direction de deux des vis du pied et on amène la bulle entre ses repères en manœuvrant l'une d'elles, on le place ensuite dans la direction de la troisième vis et on ramène la bulle à l'aide de cette dernière vis : cette épreuve plusieurs fois renouvelée, assure l'horizontalité du plateau ;

3° Centrer la lunette ; on rend d'abord un fil horizontal, en faisant tourner, s'il y a lieu, le tube dans lequel se trouvent les fils du réticule autour de son axe ; puis on centre soit par rapport à un seul fil, en posant la lunette successivement sur les faces opposées des prismes, soit par rapport à la croisée des fils en faisant usage des faces latérales ; en opérant comme il a été dit pour le niveau d'Egault.

Ces opérations faites, il est clair que l'axe de figure de la lunette sera horizontal, pourvu que les prismes qui la supportent soient rigoureusement égaux ; s'ils ne l'étaient pas, on retombe exactement dans l'inconvénient que présenterait un niveau d'Egault dans lequel les anneaux de la lunette seraient inégaux, et il faut ou rejeter l'instrument ou s'astreindre à le placer toujours à égale distance des points à niveler. Toutefois, le niveau de Lenoir a ici un avantage marqué sur le premier, c'est qu'il permet de constater très-simplement ce vice de construction, dans le cabinet même, sans opérations, sans aide et sans mire : il suffit, après avoir rendu le plateau horizontal, d'y placer la lunette et de poser le niveau à bulle d'air sur ses prismes ; la bulle restera entre ses repères s'ils sont égaux et s'en éloignera s'ils ne le sont pas. On peut remédier à ce défaut en usant le plus élevé des deux prismes par un léger frottement sur du papier très fin à l'émeri, mais il est plus sûr de confier cette opération à un artiste.

On peut opérer avec une lunette non centrée en la plaçant alternativement sur les faces opposées de ses prismes et donnant sur chaque point deux coups de niveau dont on prend la moyenne. On peut aussi corriger les erreurs qu'on commettrait si le niveau à bulle d'air n'était pas réglé en le retournant bout pour bout en même temps que la lunette autour de son axe.

Le niveau de Lenoir a donc les mêmes avantages que le niveau d'Egault, il se prête en outre à une vérification plus simple et plus complète ; mais le plateau, la lunette et la bulle sont des pièces non solidaires, qu'il faut avoir soin d'enlever et de transporter séparément lorsqu'on déplace l'instrument ; tandis que le niveau d'Egault constitue un tout solidaire qui se prête mieux aux déplacements. Toutefois l'inconvénient qu'on vient de signaler a disparu dans les niveaux de Lenoir récemment construits : ils sont pourvus de deux pinces verticales pouvant réunir à volonté la bulle et la lunette au plateau.

Niveau de Brunner à bulle indépendante. — (Pl. 22) — M. Brunner, éminent artiste et constructeur d'instruments de précision, a construit un niveau remarquable en modifiant le modèle de M. Egault de manière à en éviter ou à en réduire autant que possible les inconvénients et en lui conservant les avantages du niveau de Lenoir.

La règle ou traverse du niveau d'Egault est remplacée par deux autres, l'une fixée au pivot, l'autre à laquelle sont invariablement attachés les étriers : elles sont reliées entre elles d'un côté par une vis, de l'autre par une charnière autour de laquelle peut se mouvoir la règle supérieure qui porte la bulle et la lunette, qu'on peut ainsi rendre perpendiculaire au pivot. Cette disposition a un avantage : elle permet d'établir le contact

des étriers et des anneaux sur toute la longueur de la génératrice de ceux-ci, au lieu de réduire ce contact à un point délié, diminution de l'usure des anneaux et plus grande durée de leur égalité.

Une amélioration plus importante consiste dans la disposition de la bulle d'air qui n'est plus fixée à l'instrument et qui constitue une pièce indépendante qu'on place sur les anneaux mêmes de la lunette à l'aide de pieds à fourche. Cette disposition permet de constater très-facilement l'égalité de ces anneaux. À cet effet on appelle la bulle entre ses repères (ou on note simplement les divisions entre lesquelles elle se trouve dans une position quelconque de l'instrument), on la soulève et la remet en place après avoir retourné la lunette bout pour bout; si les anneaux étaient inégaux, la bulle se déplacerait et marcherait vers l'anneau le plus grand: cette vérification faite, la lunette ne doit plus quitter ses étriers, car on n'a jamais à la retourner en opérant.

On croit devoir indiquer brièvement ici l'usage de cet instrument.

1° On règle la bulle en rendant son horizontale parallèle à sa ligne d'appui sur la lunette, comme s'il s'agissait d'un niveau à bulle d'air isolé: on la retourne pour cela bout pour bout, en la faisant toujours reposer sur les anneaux de la lunette et on corrige la moitié de son écart à l'aide de sa vis t de rectification. — La bulle une fois réglée, l'axe de figure de la lunette sera horizontal du moment que la bulle sera entre ses repères:

2° Puis on rend le pivot perpendiculaire à l'horizontale de la bulle, et par suite, à l'axe de figure de la lunette; un retournement de 180° de tout l'instrument autour du pivot constatera que cette perpendicularité existe si la bulle se retrouve entre les mêmes divisions: si elle s'est déplacée, on corrigera la moitié de son écart à l'aide de la vis P qui réunit les deux règles à leur extrémité et fait tourner la règle supérieure autour de la charnière o: il est bon d'effectuer successivement cette vérification dans des plans verticaux différents et d'y procéder en même temps qu'à l'opération suivante.

3° On rend ensuite l'axe du pivot vertical au moyen des vis calantes de l'instrument, comme on l'a indiqué en parlant du niveau d'Egault.

4° Enfin on procède au centrage de la lunette.

Il convient d'opérer comme si l'instrument n'était pas réglé et de prendre toujours deux fois la cote de chaque point. On prend la première en appelant la bulle entre ses repères à l'aide d'une des vis calantes; pour donner le second coup de niveau, on soulève la bulle d'air, on la retourne bout pour bout, on la replace sur la lunette et on la rappelle entre ses repères par la vis P qui réunit les deux règles; la moyenne des deux cotes ainsi obtenues est indépendante du défaut de parallélisme de la bulle et de la lunette. Si on retourne en même temps celle-ci de 180° autour de son axe, on éliminera les conséquences du défaut possible de centrage. — Ce double retournement s'effectue plus promptement que dans le niveau d'Egault, la lunette restant toujours sur ses étriers.

L'instrument peut donner les angles horizontaux, car il est pourvu d'un cercle divisé et d'un cercle concentrique formant vernier: il peut aussi donner les angles verticaux à 10" près, dans les limites que comporte le jeu angulaire (8° à 10°) imprimé aux deux

réglés par la vis située à leur extrémité ; mais les niveaux simples ne sont pas pourvus des organes nécessaires à la mesure de ces deux sortes d'angles.

Nous terminerons ce très-bref exposé en ajoutant que cet instrument constitue, comme disposition et comme exécution, le niveau le plus parfait qui ait été produit jusqu'à ce jour.

Niveau de Gravet, à bulle indépendante (Pl. 23) — Un modèle tout à fait analogue au précédent a été établi par M. Gravet et adopté depuis quelques années par le dépôt central des instruments institué à l'École des Ponts et Chaussées, qui a déjà envoyé un grand nombre de ces instruments dans les divers services.

Il ne diffère du modèle de Brunner que par le mode d'attache de la bulle qui, au lieu d'être soulevée verticalement quand on veut la retourner bout pour bout, s'éloigne de la lunette en tournant autour d'une charnière o' (Fig. 114) fixée à un étrier intermédiaire et se replace sur cette lunette en se rabattant autour de la même charnière. Cette disposition est fort commode, elle rend les retournements plus faciles quand on veut régler la bulle ou donner deux coups de niveau en opérant avec un instrument non réglé, et elle s'oppose à ce qu'on laisse tomber cette bulle en cours d'opération.

Ce modèle se règle et s'emploie exactement comme le précédent ; ce qui nous dispense d'entrer dans plus de détails à son sujet : il est construit avec une rare perfection.

Niveau de Gambey, (Pl. 24). — La lunette est mobile autour d'un axe horizontal dont le prolongement porte un autre axe vertical autour duquel peuvent tourner deux bulles d'air parallèles entre elles et placées en sens contraire aux deux extrémités de ce dernier : ce système est monté sur un pivot vertical porté par trois vis à caler.

Pour se servir de cet instrument, on place la lunette dans l'azimut de la mire, on amène la bulle supérieure entre ses repères et on donne un premier coup de niveau : on retourne ensuite l'ensemble autour du pivot central et la lunette autour de son axe horizontal de manière à la ramener sur la mire en appelant entre ses repères la seconde bulle devenue supérieure : on prend alors une seconde cote. Il est clair que la cote moyenne est indépendante de l'inclinaison que peut présenter la ligne de visée et du défaut de centrage. Les rectifications se réduisent à rendre les horizontales des deux bulles perpendiculaires à l'axe central.

La lunette entraîne avec elle un cercle vertical gradué qui peut servir à mesurer les angles verticaux par deux observations dont la moyenne est indépendante du défaut de centrage de la lunette ; un second cercle divisé, placé à la base de l'instrument, sert à la mesure des angles horizontaux.

Ce niveau serait mieux nommé théodolite nivelant, car c'est un véritable théodolite. Comme niveau, il est exempt des inconvénients inhérents aux anneaux ou aux prismes des niveaux d'Egault et de Lenoir.

Niveau de Chézy. — (Pl. 19, Fig. 115) — Ce niveau n'est autre chose qu'un niveau d'Egault dont le pivot ne peut pas être rendu vertical ; telle est la plus simple définition qu'on en puisse donner.

Le pivot de l'instrument s'enfonce dans une cavité de même forme ménagée au centre du trépied : il est surmonté de deux joues parallèles, faisant corps avec lui, entre lesquelles

vent basculer la règle qui porte la lunette et la bulle en tournant autour d'un axe en charnière supporté par ces joues montantes. Le mouvement de rotation de la règle s'opère au moyen d'un arc denté qui lui est fixé et qu'une vis sans fin fait glisser entre les joues. On amène la lunette dans une direction donnée en lui imprimant avec la main un mouvement prompt qu'on arrête à l'aide d'une vis de pression et qu'on complète par un mouvement lent au moyen d'une autre vis sans fin agissant sur un tambour concentrique au pivot.

La lunette peut être retournée bout pour bout, centrée et rendue horizontale comme il a été dit en parlant du niveau d'Egault (sauf le cas d'inégalité des anneaux). Toutefois le centrage doit se faire par rapport à la croisée des fils, car le défaut de verticalité du pivot s'oppose à ce qu'un fil puisse être maintenu horizontal dans toutes les directions.

On reproche à ces instruments de donner des rayons de visée qui ne sont pas dans un même plan horizontal si le pivot n'est pas vertical lorsqu'on fait parcourir à la lunette un tour d'horizon. En effet, lors du passage d'un azimut à un autre, la charnière ne change pas de hauteur ; sa plus courte distance à l'axe de la lunette ne change pas non plus ; mais ce qui varie, c'est la distance qui sépare les plans horizontaux menés par l'axe de la charnière et par celui de la lunette amenée dans chaque azimut à l'horizontale à l'aide de l'arc denté (Fig. 116).

Cette objection est fondée ; il importe toutefois d'en examiner la valeur.

La variation de hauteur des lignes de visée atteint son maximum lorsqu'on passe du plan vertical dans lequel se trouve l'axe du pivot à celui qui est perpendiculaire, et ce maximum devient alors égal au produit du sinus verse de l'inclinaison i du pivot sur la verticale par la plus courte distance R des axes de la charnière et de la lunette ; c'est-à-dire à $R(1-\cos i) = R\frac{i^2}{2}$, l'angle i devant toujours être assez petit pour qu'on puisse le substituer à son sinus. Si on veut que la variation de hauteur des lignes de visée reste au-dessous de K, on aura $K > R\frac{I^2}{2}$, d'où $i < \sqrt{\frac{2K}{R}}$.

Or, dans les niveaux de Chézy qu'on rencontre encore, R est inférieur à 0^m075 ; si on fait $K = 0^m,0001$, on aura $i < \frac{1}{20}$. Pour $K = 0^m,0005$, i serait compris entre $\frac{1}{8}$ et $\frac{1}{9}$. Il est assurément très facile, en mettant en place le trépied de l'instrument, de faire en sorte que la déviation du pivot soit comprise entre $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{25}$ de sa longueur ; dès lors, les lignes de visée ne différeront entre elles que de 1 à 4 dixièmes de millimètre, quantités négligeables par elles-mêmes et surtout relativement aux autres erreurs possibles.

Le niveau de Chézy est d'un usage facile et prompt puisqu'on n'a pas à le caler, d'une construction simple et peu coûteuse ; il est tout naturel qu'on ait cherché à le remplacer par des instruments plus parfaits ; mais il pourrait encore sans inconvénient être admis dans la pratique des opérations.

Limite de la portée des coups de niveau. — Il ne suffit pas de distinguer nettement les objets éloignés pour pouvoir, avec de bonnes lunettes, niveler à de très grandes distances : diverses circonstances limitent la portée des coups de niveau.

La sensibilité de la bulle a une grande influence sur cette portée. C'est l'œil seul qui juge de la position de cette bulle ; il peut et doit se tromper plus ou moins souvent et croire qu'elle est exactement entre ses repères quand elle en est encore éloignée d'une certaine quantité d.

si petite qu'on voudra. Par suite, la visée aura sur l'horizon une inclinaison de $\frac{d}{R}$ et la cote sera affectée d'une erreur $e = \frac{dX}{R}$, X étant la distance de la mire au niveau, R le rayon de courbure de la bulle. Pour R = 15^m et d = 0,00015 seulement, cette erreur s'élèverait de 0^m.001 à 100^m, et 0^m.005 à 500^m.

La moindre différence entre les anneaux ou prismes des lunettes, qui peut se produire à la suite d'un certain temps de service, incline la ligne de visée de $\frac{\delta}{E}$, δ étant la différence des rayons et E la distance des anneaux. Pour δ = 0,00001 et E = 0^m,25, l'erreur sur un coup de niveau serait de 0^m.004 à 100^m et de 0^m.020 à 500^m.

L'image du voyant de la mire qui se forme dans le plan du réticule est fort petite car elle est égale à $\frac{FH}{X}$, F étant la longueur focale de l'objectif et H la hauteur de ce voyant; l'épaisseur des fils, fut-elle de $\frac{1}{200}$ de millimètre, peut cacher une partie appréciable de cette image, ce qui produit dans le pointage, et par suite, dans la cote une incertitude, dont on ne saurait fixer la valeur, mais qui peut très-bien varier de 0^m.001 à 0^m.010. Lorsqu'on se sert de mires parlantes, divisées en centimètres ou doubles centimètres, un fil peut occuper sur l'image la moitié ou une partie notable d'une division, autre cause d'erreur par suite de l'incertitude de lecture.

En outre, la sphéricité du globe et les réfractions atmosphériques affectent les cotes d'erreurs qu'on peut négliger dans les nivellements à petites distances. On peut, sans doute, corriger les cotes conformément au tableau de la page 38, mais il faut rappeler ici que la valeur de $\frac{8}{100}$ donnée à l'angle de réfraction n'est qu'une moyenne qui peut se trouver doublée et triplée suivant la température, l'heure du jour, la hauteur relative du lieu où on opère, suivant qu'il pleut ou qu'il fait soleil, etc : on n'est jamais sûr de la correction de réfraction à apporter à des coups de niveau donnés à 500^m, d'autant moins que ces corrections varient comme le carré de la distance. Une pareille portée n'est admissible qu'avec des lunettes exceptionnelles et sous la condition expresse de se placer à égale distance des points nivelés pour compenser les erreurs dont chaque cote serait sûrement affectée.

Pour tous ces motifs, il convient de restreindre à 100^m ou 125^m la portée des coups de niveau si on tient à une grande exactitude dans les résultats : il y a imprudence à aller jusqu'à 400^m et 500^m, car les erreurs possibles sont proportionnelles aux distances, et quelques unes à leur carré.

Quand il s'agit d'opérations qui n'ont besoin que d'une moins grande exactitude, on peut se servir d'instruments moins parfaits que les niveaux à bulle et à lunette. Dans les instruments moins perfectionnés, il faut placer en première ligne, comme un des plus utiles et des plus usités, celui qui est connu sous le nom de niveau d'eau.

Niveau d'eau. — Cet instrument se compose (Pl. 25) d'un tuyau cylindrique en cuivre, destiné à être placé à peu près horizontalement au moyen d'une douille s'emmanchant sur un pied à trois branches. Les extrémités du tuyau se recourbent, remontent verticalement de quelques centimètres et se terminent par deux fioles en verre parfaitement lutées, puis resserrées à leur partie supérieure, et ouvertes à leur sommet. L'eau, versée

par une des fioles, traverse le tuyau métallique et s'établit dans les deux fioles au même niveau. C'est en dirigeant, dans l'un quelconque des quatre plans à peu près verticaux (Fig. 125) que l'on peut mener tangentiellement à l'une et à l'autre à la fois des deux fioles de verre, un rayon visuel qui affleure le bord des ménisques produits à la surface du fluide par la capillarité de ces fioles, que l'on détermine le plan de visée.

Le niveau d'eau est loin d'être un instrument parfait : d'abord le plan de visée passant par les ménisques n'est pas assez nettement fixé ; puis, si en tournant le niveau sur sa douille vers un nouveau point de mire (Fig. 126), on altère notablement l'inclinaison sur l'horizon du corps du niveau, à moins que les fioles ne soient absolument du même diamètre, le nouveau plan de visée que l'on obtient ne se confond pas, ainsi que cela devrait être, avec le plan de nivellement précédent ; il est facile de reconnaître que la distance de ces plans sera égale à $(H-h)\,\dfrac{D^2-d^2}{D^2+d^2}$, D et d représentant les diamètres des fioles, H et h les hauteurs de l'eau dans ces mêmes fioles lors de la première opération.

Le premier de ces inconvénients peut être notablement amoindri en prenant des tubes d'un diamètre assez grand pour que les ménisques aient une épaisseur très petite : quatre centimètres suffisent pour cela.

Le second peut être annulé en choisissant ces tubes sensiblement égaux en diamètre, surtout si l'on prend soin de rendre toujours, avant chaque visée, le corps du niveau à très peu près horizontal, en se guidant sur la hauteur comparative de l'eau dans les tubes en verre qui le terminent. Pour rendre possible le mouvement au moyen duquel le corps du niveau reprend la position horizontale, on a établi dans les niveaux d'eau récemment construits, l'assemblage du corps du niveau avec la douille au moyen d'un genou à coquille dont la sphère (Fig. 122) est traversée par un pivot de rotation.

Dans ces derniers niveaux, les fioles en verre ne sont point lutées à demeure, elles se détachent à volonté des extrémités du tuyau horizontal, et lorsqu'elles sont revissées, un cuir gras, interposé entre les faces en contact, empêche toute perte de fluide. Cette disposition est indispensable, la quantité d'eau contenue dans l'instrument devant rester absolument invariable pendant toute la durée d'un même nivellement partiel. Il est bon d'avoir toujours une ou deux fioles de rechange pour ne pas être forcé d'interrompre l'opération si l'une d'elles vient à être brisée. Ces nouveaux modèles de niveaux d'eau sont bien supérieurs aux anciens instruments dont le tube (Fig. 127) était en fer blanc et invariablement fixé à une douille de même métal.

Avant de commencer l'opération, il faut avoir le soin de faire sortir les bulles d'air qui souvent restent engagées dans l'eau du tube inférieur, et d'attendre ensuite que l'eau se soit tranquillisée. Quand l'air est agité, on accélère ce moment en bouchant partiellement les orifices des tubes de verre.

Pour viser avec quelque exactitude, il est nécessaire de se tenir à un mètre environ en arrière de l'instrument. Toutes les visées d'une même station doivent être faites par une même personne, deux observateurs prenant rarement les mêmes points des

ménisques pour déterminer le plan de niveau. Pour rendre les ménisques plus apparents, on colore quelquefois l'eau avec du carmin, ou, ce qui vaut mieux encore, on lui donne un reflet noirâtre au moyen de lames de fer blanc formant portion d'enveloppe, noircies et vernies intérieurement, et que l'on emboîte sur les fioles : il faut, du reste, avoir soin de ne verser que de l'eau claire dans les niveaux d'eau et de maintenir leurs fioles constamment propres.

Si on ne prend pas exactement les mêmes points des deux ménisques pour donner un coup de niveau, et si h représente la distance verticale de ces points, la ligne de visée sera inclinée de $\frac{h}{l}$ sur l'horizontale et la cote sera erronée de $\frac{h}{l}X$, l étant la longueur du tube et X la distance à l'instrument du point visé. Pour $h = 0^m{,}0005$ et $l = 1^m{,}25$ l'erreur serait de $0^m{,}01$ à $31^m{,}25$, sans tenir compte de celles que peut entraîner l'imperfection de l'œil : aussi convient-il de réduire la portée de cet instrument à 30^m ou 35^m environ.

Le niveau d'eau est d'un usage si commode et si prompt qu'il est d'un emploi général pour toutes les opérations qui n'exigent pas une très grande précision.

Les niveaux dont il vient d'être question sont ceux dont l'usage est le plus généralement répandu. Mais il en existe encore un grand nombre d'autres. Il sera utile de donner une idée de quelques uns.

Niveau à bulle et à pinnules. — Parmi ces niveaux, on peut citer en première ligne le niveau à bulle et à pinnules. C'est une véritable alidade à pinnules dont un niveau à bulle d'air ordinaire permet de rendre la règle horizontale. Cette disposition d'instrument a été surtout appliquée aux niveaux de pente, dont ils ne diffèrent que par une plus grande simplicité de construction et d'usage. On y reviendra quand il s'agira de cette dernière espèce de niveau.

Niveau à perpendicule. — Dans certains instruments on a employé l'action de la pesanteur sur un poids pour obtenir une ligne horizontale ; on a désigné cette classe d'instruments sous le nom de niveaux à perpendicule. Le plus simple de tous est celui qu'on appelle niveau de maçon (Pl. 26, Fig. 128.)

Ce niveau consiste en deux règles AD, AG assemblées en A et reliées entre-elles par deux autres pièces DG, AG'. Une ligne passant par le point A et tracée sur la règle AG' perpendiculairement à la face inférieure de la règle GD, forme la ligne de foi de l'instrument.

Un fil à plomb ou perpendicule FG' attaché près du sommet A, fournit le moyen de placer horizontalement la base DG. Il suffit pour cela que le perpendicule tombant librement vienne battre sur la ligne de foi. Il faut toutefois vérifier l'instrument avant de s'en servir. On le place à cet effet sur une surface bien horizontale, et on s'assure que la ligne de foi est couverte par le fil à plomb. Si on n'a pas à sa disposition une surface horizontale, on place la base du triangle sur une surface quelconque et on marque par un trait la position du fil à plomb, on retourne ensuite le niveau de manière à placer le point D en G et réciproquement, le sommet A restant à la même place et on marque par un second trait le nouveau point de la base couvert par le fil ; la ligne de foi devra se trouver au milieu des deux traits ainsi marqués. En opérant ainsi, on peut vérifier le niveau, ou bien tracer la ligne de foi si elle ne l'était pas encore.

Le triangle A D G est en général isocèle, en sorte que la ligne de foi passe entre les points D et G, à égale distance de chacun d'eux. On fait très souvent l'angle A égal à 90° de manière que l'instrument puisse servir d'équerre.

On emploie surtout ce niveau pour régler les assises des constructions, araser horizontalement la partie supérieure d'un mur. Si on voulait s'en servir pour niveler, on le fixerait debout sur une règle bien droite B C, montée sur un trépied au moyen d'un genou à coquille ordinaire. Pour rendre possible la visée horizontale, on devrait ajouter aux deux extrémités de la règle des pinnules semblables à celles qui servent pour le niveau à bulle et à pinnules. Un pareil instrument ne devant jamais donner qu'une approximation assez grossière et ne présentant d'ailleurs aucune commodité particulière, n'est pas de nature à être jamais bien employé. Il est donc inutile d'entrer dans de plus longs détails à ce sujet.

Niveau à perpendicule de Rochette. — (Pl. 26, Fig. 129 à 132). Cet instrument, très petit et très portatif, se compose d'un limbe gradué, mobile autour d'un axe perpendiculaire à son plan. Un poids fixé à la partie inférieure, de telle manière que le centre de gravité du système se trouve sur un diamètre déterminé du limbe, sert à maintenir ce diamètre dans la verticale. Le zéro de la graduation du limbe est placé sur un diamètre perpendiculaire au premier.

Le limbe est contenu dans une boîte en cuivre qui lui est concentrique. Aux deux extrémités d'un diamètre de cette boîte, sont adaptées deux pinnules, dont la fente et le fil doivent être placés horizontalement quand on se sert de l'instrument. L'une de ces pinnules porte dans son évidement un fil perpendiculaire au plan du limbe ; l'autre pinnule n'a qu'une fente également perpendiculaire à ce plan.

Sur un limbe intérieur adhérent à la boîte se trouvent marquées les extrémités du diamètre correspondant à la ligne de visée des deux pinnules.

Enfin pour permettre à l'œil d'apercevoir à la fois le limbe, la fente et le fil des pinnules, l'une d'elles porte un prisme à surface courbe, dont la courbure est dirigée vers le limbe. Les rayons lumineux I I émanés du limbe (Fig. 132) viennent rencontrer la surface courbe du prisme qui leur donne une direction convergente ; réfléchis en I'I' sur la face opposée du prisme, ils viennent émerger par l'autre face où leur convergence augmente encore et ils arrivent ainsi à l'œil, qui placé au point O, aperçoit à la fois, le limbe et l'objet visé au moyen des pinnules. La pinnule qui porte le prisme est mobile et peut s'éloigner ou se rapprocher du limbe suivant ce qui convient à la vue de l'observateur.

Si on place l'œil sur cette dernière pinnule de façon que l'extrémité du côté du prisme divise la prunelle de l'œil en deux parties, on a à la fois, la perception de la partie du limbe qui correspond à la direction du plan de visée et celle des objets qui peuvent se trouver placés dans le prolongement du plan de visée lui-même. Cela étant, si on fait tourner l'instrument jusqu'à ce que le trait marqué sur l'index fixé au corps de la boîte coïncide avec le zéro de graduation du limbe intérieur, le rayon visuel passant par les pinnules est horizontal.

Il paraît que des Ingénieurs ont tiré un certain parti de cet instrument. Il est évident toutefois qu'il ne peut donner que des résultats approximatifs ; le peu de

distance des deux pinnules, l'extrême mobilité du limbe, la nécessité de tenir compte dans l'opération de la hauteur de l'œil de l'observateur, sont autant de causes d'erreurs qui doivent avoir, quoique l'on fasse, une grande influence sur l'exactitude des observations. — Toutefois, on conçoit que cet instrument puisse être employé pour la reconnaissance rapide et approximative d'un terrain.

Niveau d'Amici. — Parmi les instruments que l'action de la pesanteur amène dans une position horizontale propre à l'opération du nivellement, on peut encore remarquer le niveau à lunette flottante de Mariotte. L'axe de cette lunette est disposé de façon à être toujours parallèle à la surface supérieure du liquide qui la porte et par conséquent horizontal.

Cet instrument a été perfectionné par M. Amici. Il l'a renfermé dans une boîte qui ne dépasse guère le volume d'une tabatière. La lunette de 0m.04 à 0m.06 de longueur est en acier, et fixée sur une colonne sphérique, également d'acier, qui flotte sur du mercure. — L'oculaire peut servir d'objectif et réciproquement. C'est un instrument plus élégant qu'utile. On peut ajouter que le mercure, qui est cher, se perd trop facilement pour n'être pas d'un emploi dispendieux.

Niveau réflecteur. — On sait que lorsque l'œil voit dans un miroir plan son image, cette image se peint au-delà de la surface de ce miroir à une distance égale à la distance même de l'œil, et que la ligne menée de l'œil à son image est perpendiculaire à la surface du miroir. Si donc cette surface est verticale, cette ligne elle-même sera horizontale. Tel est le principe sur lequel sont fondés les niveaux à réflexion.

On pourrait appliquer à ces instruments divers mode de construction; mais on ne parlera ici que de celui qui a été imaginé par M. Burel, officier du génie, dont la disposi. est préférable à toutes les autres.

Le miroir (Pl. 26, Fig. 133 à 137) de forme rectangulaire est attaché à un petit pendule métallique oscillant autour d'un axe horizontal; le tout est enfermé dans une boîte cylindrique, au couvercle de laquelle est fixé cet axe, et qui porte une fenêtre latérale par laquelle on regarde le miroir ainsi soustrait à l'action du vent. La boîte peut se fixer sur un pied.

Pour les opérations approximatives, on peut retirer le petit pendule de sa boîte et le tenir simplement à la main, par le couvercle qui le supporte.

Pour niveler avec cet instrument, l'observateur se place de manière à voir à la fois l'image de la prunelle de son œil au milieu du bord vertical du miroir, et au delà, le voyant qui sert au nivellement: Quand la ligne de foi se trouve exactement à la hauteur du centre de la prunelle, le coup de niveau est donné puisque le plan mené par l'œil et par la ligne de foi du voyant est horizontal.

L'instrument est monté de manière à pouvoir être rectifié et vérifié, car il ne permet d'opérer exactement qu'autant que la surface réfléchissante est parfaitement verticale. Le miroir est étamé sur toute sa hauteur, mais moitié sur une face, moitié sur l'autre; il en résulte que l'instrument est à retournement et doit conduire au même pointé en visant avec l'une ou l'autre de ses faces. S'il n'était pas réglé, on le rectifie en agissant

sur une vis qui permet, suivant le mode de construction, soit de déplacer le centre de gravité du pendule, soit de modifier l'inclinaison du miroir sur sa monture. Les deux faces du miroir doivent être parfaitement parallèles. Il faut avoir soin, en opérant, de faire toujours passer la ligne de visée à très peu près au milieu de la hauteur du miroir.

Cet instrument n'est admissible que pour des reconnaissances et pour des nivellements qui n'exigent pas une grande exactitude : son usage n'est pas encore très répandu.

Mires. — Les mires sont des tiges de bois qu'on place sur les points à niveler dont elles rendent les verticales visibles et qui servent à mesurer la hauteur des lignes de visée au-dessus de ces points : deux systèmes de mire sont en usage aujourd'hui, les mires à voyant et à coulisse et les mires parlantes.

Mire à voyant (Pl. 27 & 28. Fig 138 à 144). Le voyant est une plaque rectangulaire en tôle, quelquefois en bois, d'environ $0^m.20$ de hauteur et $0^m.30$ de largeur, divisée en quatre rectangles égaux par deux droites horizontale et verticale passant en son milieu. Deux rectangles placés sur une même diagonale sont peints en rouge, les autres en blanc : on vise, en général, le point central de la plaque rectangulaire. Ce voyant est attaché à une embrasse en cuivre qui entoure une double tige en bois de $2^m.00$ de hauteur. L'embrasse, et par suite le voyant, peut monter et descendre ou rester fixée à un point déterminé de la double tige, suivant que l'on desserre ou que l'on serre une vis de pression qui la traverse. La tige principale est assemblée avec une autre tige à languette, ainsi que l'indique la figure 144. Quand la cote à prendre est moindre que deux mètres, on amène le voyant à la hauteur convenable puis on le fixe à cette hauteur en serrant la vis de pression : la graduation que porte le dos de la double tige et le vernier adapté à l'embrasse du voyant, font connaître la cote cherchée, exprimée en millimètres. Quand la hauteur dépasse $2^m.00$, l'embrasse du voyant parvenue au haut de la double tige y est arrêtée par un taquet : on l'y maintient et on serre la vis; dans cette position, le voyant suit le mouvement de la tige à languette ; en élevant cette tige dans sa coulisse, on peut monter le centre du voyant jusqu'à environ $3^m.80$. Une graduation marquée sur le bord de la coulisse et un vernier, que porte le bas de la tige mobile, donnent la hauteur du centre du voyant au-dessus du pied de la mire, c'est-à-dire la cote de hauteur du point sur lequel la mire est placée.

Pendant les opérations de nivellement, le niveleur doit prendre garde à ce que la tige de la mire ne penche ni à droite ni à gauche ; le porte mire, à ce qu'elle ne penche ni en avant ni en arrière : Si la mire n'était pas exactement verticale, il en résulterait une erreur proportionnelle à la cote vraie et au sinus verse de l'inclinaison de la mire, erreur qu'on peut remplacer par $h\frac{i^2}{2}$, h étant la cote cherchée ou la hauteur de la mire, et i son inclinaison sur la verticale. Le tableau ci-contre des valeurs de ces erreurs, calculées en millimètres pour des inclinaisons variables de $\frac{1}{100}$ à $\frac{1}{10}$ et des hauteurs de mire de 1^m à 4^m prouve qu'il faut apporter une assez grande attention à la verticalité de la mire.

	$i=\frac{1}{100}$	$i=\frac{1}{50}$	$i=\frac{1}{20}$	$i=\frac{1}{15}$	$i=\frac{1}{10}$
$h=1^m$	0,05	0,20	1,25	2,22	5,00
2^m	0,10	0,40	2,50	4,44	10,00
3^m	0,15	0,60	3,75	6,67	15,00
4^m	0,20	0,80	5,00	8,89	20,00

Des signes conventionnels faits à la main indiquent au porte mire ce qu'il doit faire : élever le voyant, ou l'abaisser, ou le fixer en serrant la vis de l'embrassé lorsque son centre se trouve sous la croisée des fils. Cette vis serrée, il faut remettre la mire en place jusqu'à ce qu'un dernier signe du niveleur avertisse le porte-mire que le coup a été bien donné. Cette précaution est essentielle d'une part, parce que le porte-mire peut avoir déplacé le voyant en serrant la vis ; de l'autre, parce que la bulle d'air (si le niveau en a une) peut avoir quitté ses repères pendant la durée du coup.

La mire que nous venons de décrire n'est pas sans quelques inconvénients. Exposé à l'humidité, le bois gonfle, et il est souvent impossible ensuite de manœuvrer la tige à languette : Quand on donne des coups de niveau d'une portée un peu grande, il faut un temps souvent assez long avant de pouvoir amener la ligne de foi du voyant à la hauteur exacte de la visée. Obligé de communiquer par signes avec l'aide qui porte la mire, l'opérateur n'obtient souvent que difficilement cette parfaite coïncidence. Enfin, quand la distance est longue, l'épaisseur du fil du réticule, quelque délié qu'il soit, prend par rapport à l'image de la mire, une proportion telle que le voyant peut varier sensiblement de position, sans que la ligne de foi cesse d'être couverte. Pour éviter cet inconvénient ; il convient de placer au centre du voyant un petit cercle blanc de 0.m02 environ. On arrivera plus sûrement à le diviser par estime en deux parties égales à l'aide du fil horizontal qu'à faire couvrir par ce fil la ligne séparative des couleurs. Dans le même but, on pourrait remplacer les deux lignes de foi par un simple cercle blanc entouré d'un cercle rouge : on pourrait encore tracer sur le voyant deux bandes rouges horizontales et deux verticales, et les milieux des bandes blanches de 0.m04 environ qu'elles détermineraient, serviraient de lignes de foi (Fig. 142 et 143). Mais le plus grave inconvénient de ces mires consiste en ce que l'opérateur est à la discrétion du porte mire pour la lecture des cotes. Il faut, en effet, ou que la mire soit apportée à l'opérateur s'il veut lire lui-même, – ou que le porte-mire lise et crie à distance la cote lue, – ou que l'opérateur se transporte auprès du porte-mire. Quel que soit le moyen adopté, on conçoit qu'il entraîne de grandes pertes de temps si le point nivelé est un peu éloigné et qui pis est, des chances d'erreur dans la lecture et l'inscription des cotes. De plus, l'opérateur n'a pas la pleine responsabilité de ses opérations. Ces divers inconvénients ont conduit à imaginer un autre système de mire, due à M. Bourdaloue.

Mire parlante. (Pl. 28. Fig. 145 et 145). Ces mires ne portent pas de voyant : elles sont faites d'une planche de bois, sec et léger, de 0.m10 de largeur et de 0.m015 d'épaisseur. Pour protéger la face antérieure de la mire, on cloue de chaque côté deux lattes en bois de 0.m005 faisant saillie. La partie inférieure est ferrée comme celle de la mire ordinaire.

Les divisions sont indiquées sur la face de la mire ; elles sont assez apparentes pour que l'observateur puisse les distinguer avec la lunette du niveau. En général, ces divisions, successivement blanches et rouges, ont 0.m01 ou 0.m02 de hauteur. A côté, se trouvent inscrits les chiffres indiquant les graduations en décimètres : ces chiffres

sont renversés, afin que la lecture puisse se faire plus facilement. Des points placés au dessus de ces chiffres servent à distinguer le nombre de mètres. Les fractions de centimètres doivent être appréciées à la vue : cette appréciation, avec un peu d'habitude, se fait facilement et d'une manière très exacte.

On comprend que la grandeur et la couleur des chiffres, les dimensions et la manière de grouper les divisions aient une certaine influence sur l'exactitude des lectures : on est d'accord pour faire ces divisions alternativement rouges vermillon et blanches, pour les grouper par cinq, et pour leur donner de 0m.03 à 0m.04 de largeur. Quant à la hauteur, les opinions varient. Il importe que le fil de la lunette ne couvre pas une portion très notable d'une division pour rendre la lecture incertaine ; or, si on limite à 100m ou à 120m la portée des coups, une mire graduée en doubles centimètres, donne des résultats satisfaisants. Mais, si on dépasse cette portée si on va à 200m-300m et 500m, la lecture de la mire devient impossible car le fil peut couvrir presqu'entièrement une division, et il faut recourir à des divisions plus grandes de 0m.04.

M. Bourdaloue, praticien des plus expérimentés, préfère les divisions de 0m.04 qui, groupées par cinq, donnent 0m.20. Ce mode assez peu naturel, offrirait quelque difficulté pour la lecture et l'inscription des cotes, si son auteur n'avait eu l'heureuse idée de n'indiquer, par chaque chiffre que la moitié de la hauteur de mire correspondante et de ne compter chaque division que pour 0m.02 : il en résulte que si, comme il convient toujours de le faire, on donne deux coups de niveau sur chaque point pour compenser les erreurs de l'instrument, la cote moyenne ne sera autre que la somme des deux lectures consécutives ; on évite ainsi une division par deux, une perte de temps et des chances d'erreur. Toutefois, ce système nécessite un petit travail mental pour l'appréciation des millimètres, car il faut diviser 20.m.m. proportionnellement aux distances du fil aux limites de la division dans laquelle il se trouve compris ou bien évaluer cette fraction de division en dixièmes et la multiplier par deux : il y a là un inconvénient.

On peut l'éviter avec des divisions de 0m.02 numérotées de manière à n'être comptées que pour 0m.01 afin d'obtenir toujours le coup moyen par une simple addition ; les dixièmes de ces divisions seront des millimètres et on les appréciera encore très suffisamment jusqu'à 150 ou 200m avec des lunettes de 0.35 de foyer et grossissant 25 fois. Du reste, on le répète encore ici, les réfractions à fleur de sol sont perfides : on n'est jamais sûr d'une cote prise à 400m ou 500m, malgré les tables de correction, et il convient de ne pas dépasser 125m pour la portée d'un coup de niveau.

Il est difficile de se prononcer sur le meilleur mode de division des mires parlantes, car tout dépend des habitudes prises. On peut dire toutefois que les divers modes indiqués sont tous admissibles et qu'après quelques heures d'opérations avec une mire quelconque, on y est suffisamment habitué pour s'en servir promptement et sûrement.

Il ne faut pas perdre de vue que la lunette renverse les objets, que les lectures y croissent de haut en bas et que, dès lors, il faut prendre pour les dizaines le chiffre supérieur au fil, et pour unités le nombre de divisions comprises entre ce fil et la limite de

la dizaine supérieure. Toutes les mires ne sont pas numérotées de même, la première dizaine à partir du pied porte les unes zéro, sur les autres, le chiffre 1; il faut donc y regarder une fois pour toutes et lire en conséquence; le premier mode est évidemment supérieur au second.

Enfin, il parait convenable de donner aux chiffres au moins la hauteur de cinq divisions et de les faire un peu gros pour en faciliter la lecture.

On voit que cette espèce de mire n'a presqu'aucun des inconvénients signalés dans la première. L'emploi de la mire parlante n'exige presque pas d'intelligence de la part du manœuvre chargé de la porter; et elle laisse à l'opérateur toute la responsabilité de l'opération, car il lit lui même et du premier coup la cote qu'il doit inscrire sur son carnet. Il convient de mentionner en terminant une utile précaution indiquée par M. Bourdaloue, et qui consiste à apprendre à lire sur la mire à l'agent chargé de porter le niveau, l'opérateur lui fait appeler chaque cote à haute voix avant d'en faire l'inscription qui se trouve ainsi contrôlée et qui n'a lieu que si les deux lectures sont identiques ou ne diffèrent que de 0m.001 ou 0m.002 au plus

Nivellement composé. — Rapport et carnet de nivellement. — Quand on peut observer, d'une même station, les cotes des points dont on veut déterminer les hauteurs relatives, l'opération constitue un nivellement simple. Mais lorsque ces points sont séparés par une distance horizontale ou verticale excédant la portée de la lunette ou la hauteur de la mire, il faut alors décomposer l'opération en un certain nombre de nivellements simples exécutés sur des points intermédiaires convenablement choisis; cette série de nivellements simples, rattachés les uns aux autres par les cotes d'un même point prises de deux stations consécutives, constitue un nivellement composé.

Soient A et Z les points à comparer, B, C, D, ... les points intermédiaires dont on doit relever les cotes; on placera le niveau entre A et B, on prendra une première cote a, sur A, une seconde b sur B et on transportera le niveau entre B et C; on prendra deux autres cotes, b_1 sur B et c sur C, et ainsi de suite. On donne le nom de coups arrière ou de cotes arrière aux cotes a_1, b_1, c_1, ... prises sur les points qu'on laisse derrière soi en cheminant de A vers Z, et de coups ou cotes avant aux cotes b, c, ... z obtenues sur les points qu'on a devant soi dans le même sens. On aurait pu cheminer de Z vers A, et le nom de coups arrière aurait alors appartenu aux cotes élémentaires appelées coups avant dans la première hypothèse et réciproquement. En thèse générale, les cotes élémentaires sont dites arrière ou avant suivant qu'elles sont de rang impair ou pair.

Cela posé, il est facile de reconnaître que la différence de niveau entre A et Z ne sera autre que la différence entre la somme de tous les coups arrière et celle de tous les coups avant; le point Z sera au-dessus ou au-dessous du point A suivant que cette différence sera positive et négative. On obtiendrait de même la différence de niveau de deux quelconques des points nivelés en faisant la somme des cotes arrière et celle des cotes avant prises entre ces deux points, et les retranchant l'une de l'autre.

Pour éviter le nombre considérable d'opérations auxquelles conduirait la comparaison de tous les points nivelés deux à deux et rendre en même temps plus clairs et plus intelligibles les résultats d'un nivellement, on rapporte les cotes de tous les points à une même surface de niveau, ce qui est facile puisque la différence entre les deux cotes prises sur un même point de deux stations consécutives fait connaître la différence de niveau des plans de nivellement de ces stations. En désignant par H la cote générale du point A ou sa hauteur au-dessus de la surface générale de niveau de comparaison, et conservant d'ailleurs les notations indiquées ci-dessus pour les coups de niveau, on trouvera pour les cotes générales :

des plans partiels de nivellement.	des points nivelés.
entre A et B $= H + a_1$, ...	$A = H$
B et C $= H + a_1 - b + b_1$, ...	$B = H + a_1 - b$
C et D $= H + a_1 b + b_1 - c + c_1$, ...	$C = H + a_1 - b + b_1 - c$
	$D = H + a_1 - b + b - c + c_1 - d$

et ainsi de suite. Comme on le voit, on obtient la cote générale d'un point N en ajoutant à celle du point précédent M la différence $m_1 - n$ entre le coup arrière donné sur ce point et le coup avant donné sur le point dont on veut obtenir la cote, différence qui peut d'ailleurs être positive ou négative. Du moment qu'on connaît la cote générale d'un seul des points nivelés, celle de tous les autres s'en déduit très facilement.

On peut quelquefois, d'une même station, déterminer les cotes de plusieurs points; on donne alors des coups de niveau sur chacun d'eux après avoir donné un coup arrière sur le dernier point nivelé de la station précédente : toutes les cotes intermédiaires ainsi obtenues sont des cotes avant relativement à la cote arrière unique, et de plus chacune d'elles est en même temps cote avant par rapport à celle qui la précède, cote arrière par rapport à celle qui la suit : le calcul des cotes générales se fait donc toujours de la même manière et sans difficulté. Il convient de remarquer qu'en opérant ainsi on perd la certitude d'éviter toute erreur en ne se plaçant plus à égale distance des points à niveler.

Il importe de recueillir avec ordre les éléments obtenus sur le terrain, et de représenter clairement les résultats d'un nivellement composé fait suivant une ligne déterminée; on peut adopter à cet effet le tableau ci-contre qui contient à la fois les documents primitifs, les cotes finales ou générales et les calculs qui servent à les déterminer.

Les sept premières colonnes sont remplies sur le terrain même, et en cours d'opération. On calcule ensuite dans le cabinet et inscrit dans les colonnes 8 et 9 les différences de niveau de deux points consécutifs, c'est-à-dire la différence entre les cotes arrière et avant prises d'une même station; suivant que la première est plus grande ou plus petite que la seconde, la différence s'inscrit dans la colonne + ou dans la colonne −. Enfin la cote générale de chaque point s'obtient en augmentant ou diminuant la cote précédente de la différence qu'on trouve dans la 8e ou la 9e colonne.

N°s des Stations	Distances horizontales entre les points nivelés	Indication des repères et N°s d'ordre des points nivelés	Cotes des Coups arrière		Cotes des Coups avant		Différence en		Cotes finales	Croquis et Observations
			directement observées	moyennes	directement observées	moyennes	montant +	descendant –		
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7	8	9.	10.	11.
		P. 1.	0.580 0.574	1.154					121, 456	
1	100							0.867		
		2	0.611 0.606	1.217	1,011 1,010	2,021			120, 589	
	160							1,905		
		T_1			1,564 1,558	3,122			118, 684	T_1 repère sur le seuil de la porte de la maison du Sr. X près du pilastre gauche.
							0,707			
		3			1,210 1,205	2,415			119, 391	
2	50						0,115			
		4			1,151 1,149	2,300			119. 506	
	50						0,502			
		5	0,757 0,755	1.512	0,897 0,901	1,798			120, 008	
3	100							0,103		
		6	1,502 1,505	3.007	0,810 0,805	1,615			119, 905	
4	100						1,335			
		7			0,812 0,810	1,622			121, 290	
Totaux	560			6.890		7,056	2,709	2,875		
Différences égales			– 0, 166				– 0,166		– 0,166	

On suppose que chaque cote a été déterminée par deux opérations combinées de manière à dégager leur moyenne des erreurs auxquelles conduirait un instrument mal réglé ; on a indiqué précédemment comment cela pouvait se faire. Il ne faut pas moins avoir soin de régler approximativement le niveau au début des opérations.

A droite du tableau est tracé un croquis représentant, par aperçu, la configuration

du terrain sur la ligne de nivellement et la position relative des divers plans partiels de nivellement. On y a inscrit les distances horizontales ainsi que les cotes moyennes d'arrière et d'avant obtenues dans chaque opération. On doit prendre l'habitude de toujours tracer des croquis de cette espèce en regard des tableaux inscrits sur les carnets de nivellement : cela complète ; contrôle et permet parfois de rectifier les indications données par les colonnes de ces tableaux.

Chaque fois qu'on rencontre soit sur la ligne à niveler, soit à peu de distance un point fixe et dont la hauteur ne puisse pas varier, tel que le parapet d'un pont, le seuil d'une porte ou d'une fenêtre d'une construction voisine, &a, &a..., on ne doit pas manquer d'en relever la cote ; on obtient ainsi une série de repères précieux soit pour vérifier les opérations, soit pour retrouver certains points de la ligne sans recommencer le travail à son origine et en partant seulement d'un des repères ; ces repères, dont on peut numéroter la série, figurent parmi les points nivelés, et la désignation précise de chacun d'eux doit figurer dans la colonne des observations.

La réunion de plusieurs feuilles pareilles au tableau ci-dessus constitue un carnet de nivellement. Chaque page de ce carnet se prête à une double vérification du calcul des cotes, car il doit présenter trois différences égales, savoir :

1° La différence des cotes finales des points extrêmes ;

2° Celle des sommes des colonnes 8 et 9 ;

3° Celle des sommes des colonnes 5 et 7.

Il faut avoir soin de ne pas comprendre dans l'addition des nombres de la colonne 7 les cotes intermédiaires, dans les cas exceptionnels où on aurait été conduit à donner plusieurs coups avant d'une même station : le dernier de ces coups avant ou plus exactement le coup avant donné sur le point qui est l'objet d'un coup arrière dans le nivellement partiel suivant, doit seul entrer en ligne de compte pour la vérification des calculs, et il est bon de passer un léger trait sur toutes les cotes intermédiaires pour ne pas les additionner involontairement.

Le carnet est destiné à recevoir le détail annoté sur place des opérations faites sur le terrain : on doit y inscrire chaque cote immédiatement après l'avoir lue et se garder d'y apporter aucune modification après coup. C'est une pièce minute qui ne peut inspirer de confiance qu'à la condition de rester pure de toute altération. A ce point de vue, il est bon d'astreindre les opérateurs à écrire toutes les cotes à l'encre, sauf à les rectifier à l'encre rouge, mais sans surcharge aucune.

Tout ce qui précède suppose les nivellements rapportés à une surface de niveau inférieure : si cette surface était au contraire supérieure aux points nivelés, toutes les opérations et inscriptions sur le carnet se feraient absolument de même ; mais les calculs indiqués dans les trois dernières colonnes pour arriver aux cotes finales seraient modifiés en ce sens que les additions deviendraient des soustractions, et réciproquement.

Quelle que soit du reste la position de la surface de comparaison, il faut la choisir de telle sorte qu'elle laisse tous les points nivelés d'un même côté, sans quoi les uns

se trouvant au dessus, les autres seraient au dessous, il en résulterait des cotes négatives, une certaine confusion dans les détails &c. des chances d'erreur dans l'ensemble dont les résultats ne seraient pas pas suffisamment clairs et intelligibles à première vue.

Autrefois, les ingénieurs rapportaient généralement leurs opérations à un plan supérieur ; l'usage contraire a prévalu depuis quelques années, et cela vaut beaucoup mieux. Les cotes rapportées à un plan inférieur sont d'autant plus grandes que les points sont plus élevés, ce qui constitue un système de représentation plus naturel et se prête mieux à l'intelligence des résultats.

Il convient, non seulement de préférer le rapport des cotes à un plan inférieur, mais encore d'indiquer toutes les fois que cela se peut faire, la position de ce plan par rapport au niveau moyen du sphéroïde des mers : par là on donne le moyen de rattacher les uns aux autres et de faire servir à une définition générale de la surface terrestre des nivellements effectués partiellement dans des intentions différentes, et pour les besoins du moment. Pour rapporter un nivellement au niveau du sphéroïde des mers ou à une surface parallèle distante de la première d'une quantité fixée, il suffit de connaître la hauteur d'un des points du nivellement au-dessus de ce niveau. Quand le nivellement aboutit à la mer, cela résulte du nivellement même ; dans le cas contraire, on se sert de la méthode d'observations barométriques, de la manière qui sera indiquée plus loin.

Du reste, toutes les lignes de chemins de fer exécutées ou projetées sont rapportées au niveau de la mer ; de plus, le nivellement général de la France qui s'exécute sous la direction de M. Bourdaloue, a déterminé dans tous les départements un certain nombre de points de repères rapportés à ce niveau ; il convient de les prendre pour points de départ de tous les autres nivellements. A défaut de pareils repères, on peut rapporter provisoirement les opérations aux zéros des échelles des fleuves ou à tout autre point fixe, mais il convient toujours de rapporter à la même surface de niveau tous les nivellements faits dans un même service afin de les rattacher les uns aux autres, de les rendre comparables et d'éviter le décousu que présentent les nombreuses opérations faites jusqu'à ce jour, et qui nuit beaucoup à leur utilité.

On ne doit jamais se contenter de faire une fois un nivellement important ; il faut le vérifier, ce qui consiste à le recommencer en revenant sur ses pas. On doit s'attacher, non pas à obtenir la même différence de niveau entre les points extrêmes, mais à retrouver pour tous les points, la même cote, à une petite tolérance près qui varie avec le degré de précision auquel on veut arriver. Il y a des opérations qui se vérifient d'elles-mêmes ; c'est ce qui arrive lorsqu'on a nivelé un périmètre fermé : si on retombe pour la cote d'arrivée sur celle de départ, il est probable qu'on a bien opéré, mais il n'en faut pas moins vérifier le nivellement, car on a pu commettre diverses erreurs égales et de sens contraire.

Une opération de nivellement est susceptible de plus ou moins d'exactitude suivant l'habileté de l'opérateur ; mais il existe dans chaque instrument des causes d'erreur dont on ne peut jamais se mettre complètement à l'abri. Toutefois, une longue

expérience a déterminé les limites d'exactitude dans lesquelles un nivellement, fait avec soin, doit toujours être renfermé. On peut admettre que, sur un myriamètre, un nivellement au niveau d'eau ne doit pas donner plus de 10 à 12 centimètres d'erreur. Les niveaux à pinnules et à miroir ne peuvent guère donner qu'un degré de précision à peu près égal à celui du niveau d'eau.

Avec les niveaux à bulle d'air et à lunette, on doit obtenir une précision bien plus grande. Sur 50 Kilomètres, la vérification d'un pareil nivellement ne doit pas donner plus de 40 à 50 millimètres de différence. Voici les résultats rapportés dans une notice sur les nivellements de M. Bourdaloue, conducteur des ponts et chaussées.

D'Alais à Beaucaire, sur 72	Kilomètres, la différence a été de			0m 020
De la Teste à Bayonne sur 120	"	"	"	0, 080
De Beaucaire à Marseille sur 90	"	"	"	0, 100
De Lyon à Avignon " 220	"	"	"	0, 170

Des nivellements faits dans le département de l'Isère, en terrain fort accidenté, ont conduit à 0m 02 de différence pour 50 Kilomètres.

Le nivellement général de la France a été exécuté dans des conditions telles qu'on est sûr de la cote de chaque point à 0m 05 près. Cette opération, confiée à M. Bourdaloue, comprend environ 13.000 Kilomètres de ligne de base, nivelées chacune trois fois par des brigades différentes et réparties entre trente cinq polygones dont le périmètre dépasse souvent 5 ou 600 Kilomètres. Chaque polygone a été fermé avec un écart variable de 0m 007 à 0m 052 et dont la moyenne est inférieure à 0m 03.

De tels résultats sont fort remarquables, ils établissent à quel degré de précision peut atteindre un nivellement fait avec soin par un opérateur habile.

Clisimètres. — Les niveaux proprement dits permettent d'obtenir la différence de niveau entre deux points, mais on a souvent besoin de connaître la pente de la ligne qui joint ces deux points; cet élément s'obtient à l'aide d'une autre classe d'instruments désignés sous le nom général de Clisimètres.

On dit qu'une ligne est en pente ou en rampe quand la direction suivant laquelle on la parcourt fait un angle obtus ou aigu avec la verticale, c'est-à-dire suivant qu'elle va en descendant ou en montant. On emploie très fréquemment le mot de pente dans un sens plus général; il désigne alors l'inclinaison, quel qu'en soit le sens, d'une ligne sur l'horizontale.

Tous les instruments propres à la mesure des angles verticaux sont des clisimètres puisqu'ils font connaître la valeur angulaire de la pente des lignes de visée.

Mais, dans le service des ponts et chaussées, on évalue plus spécialement les pentes par les tangentes de leurs valeurs angulaires. Ainsi D étant la distance horizontale de deux points; H leur différence de niveau, $\frac{H}{D}$ sera ce qu'on appelle la pente de la ligne qui les joint: H est la pente totale de cette ligne et $\frac{H}{D}$ en est la pente par mètre, c'est-à-dire la tangente de son inclinaison.

Clisimètres à perpendicule. — Tous les niveaux à perpendicule peuvent facilement être employés comme clisimètres.

Le plus simple de tous serait un niveau de maçon sur la traverse duquel on aurait marqué une échelle de pentes dont la graduation serait fort simple, les écarts des fils à plomb, estimés sur la traverse horizontale, étant proportionnels aux pentes.

On peut substituer au fil à plomb (Pl. 26, Fig. 128 bis) une alidade mobile autour du sommet A comme centre et dont l'extrémité porte un vernier qui court sur un arc divisé incrusté dans la traverse inférieure : ce bras porte une bulle qu'on règle de manière qu'elle tombe entre ses repères lorsque les pieds P et Q sont de niveau ; il faut en même temps qu'il y ait coïncidence entre les zéros du vernier et de l'arc divisé : cet arc fera connaître la valeur angulaire de l'inclinaison de la ligne sur laquelle on posera l'instrument. Ce petit appareil a été employé dans la mesure de la méridienne de France pour évaluer l'inclinaison des règles de platine.

Le niveau à perpendicule de Rochette est encore un véritable clisimètre, car le limbe mobile gradué, donne immédiatement l'inclinaison de la ligne de visée déterminée par les pinnules de l'instrument.

M. Burnier a imaginé un clisimètre qui a quelque analogie avec le précédent ; l'arc divisé est fixé à la boîte ; une aiguille composée de deux bras inégaux, mais de même poids, y reste toujours horizontale en se mouvant autour d'un axe passant par son centre de gravité, quelle que soit l'inclinaison qu'on donne à la boîte : cette inclinaison est accusée par le N° de la graduation devant lequel se trouve la pointe de l'aiguille.

Clisimètre à boussole. — (Pl. 29. Fig. 147 à 149.). On a réuni dans cet instrument les moyens de mesurer à volonté les angles horizontaux et verticaux. C'est un niveau à perpendicule de Rochette complété par l'addition dans la même boîte, d'une boussole composée d'une aiguille supportant un petit cercle qu'elle entraîne avec elle et qui a reçu une division en degrés dont le zéro se trouve à l'extrémité nord de l'aiguille. Un repère tracé sur le cadre de la boîte et compris dans le plan de visée, sert à lire l'angle de ce plan avec le méridien magnétique.

Clisimètre à réflexion. — (Pl. 26. Fig. 133 à 137.) Le niveau réflecteur Burel décrit page 58 peut être transformé en clisimètre par une disposition fort simple. La partie supérieure du pendule est percée d'un trou dans lequel on introduit une tige métallique à l'extrémité de laquelle est fixée un poids : à mesure qu'on enfonce cette tige, le poids se rapproche de l'axe de suspension, ce qui fait varier l'inclinaison du miroir sur la verticale : une division graduée sur la tige fait connaître la pente qui correspond à chacune de ces positions.

Les instruments qu'on vient d'indiquer sont très-petits, très-portatifs, très commodes par suite pour des reconnaissances approximatives, mais ils ne comportent qu'une faible exactitude : toutes les fois qu'on veut opérer avec quelque précision, on se sert d'autres instruments et notamment du niveau de pente de Chézy.

Niveau de pente de Chézy. (Pl 30. Fig 153 à 156). — Cet instrument se compose d'une règle en cuivre supportant un niveau à bulle d'air, et aux extrémités de laquelle s'élèvent deux pinnules de hauteurs inégales.

La plus longue est formée d'une plaque mobile entre deux montants verticaux, qui peut monter ou descendre à l'aide d'un pignon dont elle est pourvue engrenant avec une crémaillère fixée sur le bord d'un des montants. (Dans d'autres instruments, la plaque glisse à frottement entre les montants, et un mouvement lent complète le déplacement rapide qu'on lui imprime avec la main.

Dans la plaque se trouve percée un petit trou rond et évasé en cône intérieurement. C'est à ce trou que l'observateur applique son œil pour viser. — A côté se trouve une fenêtre rectangulaire divisée en quatre parties égales par deux fils tendus à angle droit. La croisée de ces fils est à la hauteur du trou conique.

Une échelle graduée, établie sur l'un des montants du cadre, et un vernier gravé sur le bord de la plaque qui glisse le long de ce montant, permettent d'apprécier exactement les divers abaissements ou relèvements de la pinnule.

L'autre pinnule est formée d'une plaque toute semblable à celle que l'on vient de décrire, mais sans échelle ni vernier, cette pinnule devant rester fixe, et n'étant susceptible de prendre, dans le sens vertical, que le mouvement nécessaire pour régler l'instrument. La fenêtre et le trou de cette pinnule sont disposés sur la largeur de la plaque, de telle manière que le trou d'une pinnule correspond au centre de la fenêtre de l'autre pinnule et réciproquement.

Quand la plaque de la grande pinnule est placée à la hauteur convenable pour que le zéro de la graduation du vernier corresponde au zéro de graduation de l'échelle fixe, les points de croisement des fils et les oculaires des deux pinnules doivent se trouver à la même hauteur au-dessus du plan de la règle; de telle sorte que si préalablement on a eu soin de rendre la règle horizontale, la ligne de visée menée par l'oculaire d'une des pinnules et le point de croisement des fils de l'autre pinnule doit être horizontale également. — Dans cette disposition de l'instrument, on peut s'en servir comme d'un niveau ordinaire, ainsi qu'il a été dit précédemment et il remplace alors avantageusement un niveau d'eau.

Dans les niveau de Chézy qu'on construit aujourd'hui, la règle est fixée à un pivot qui peut être rendu vertical à l'aide d'un quelconque des modes de calage adoptés pour les niveaux à lunette et sur lesquels on n'a pas à revenir ici puisqu'ils ont été décrits pages 43 & 44. Cette disposition assure l'horizontalité de la règle dans tous les azimuts; elle est de beaucoup préférable à la disposition primitive qui consistait à relier la règle à une autre règle inférieure mobile autour du goujon d'un genou à coquilles; les deux règles étaient réunies d'un coté par une charnière, de l'autre par une vis qui permettait d'en modifier l'écartement: la règle supérieure n'était presque jamais horizontale que dans un azimut; et la hauteur de cette horizontale variait, très légèrement il est vrai, en passant d'un azimut à un autre; le goujon ne pouvant

par être rendu vertical.

La vérification de cet instrument consiste à rechercher si, quand les zéros du vernier et de l'échelle de la grande pinnule coïncident, le rayon visuel est parallèle au plan horizontal déterminé par le niveau à bulle d'air ; un simple retournement suffit pour cette vérification. S'il y a une correction à faire, on la fait en changeant un peu la hauteur du châssis de la petite pinnule fixe ; ce qui est possible au moyen d'une vis de rectification spécialement destinée à cet usage.

L'échelle gravée sur un des montants du cadre fait connaître la pente des lignes de visée. La graduation de cette échelle ne dépend que de la distance des pinnules, c'est-à-dire de la longueur de la règle, car pour une inclinaison i on doit trouver sur l'échelle une longueur $l \times i$, l étant la longueur de la règle qui est généralement comprise entre 0^{m}30 et 0^{m}40 ; par suite, chaque centimètre de pente, ne correspond, sur l'échelle, qu'à un espace de 0,^{m}003 et 0,^{m}004 qu'on ne peut diviser en dix parties égales pour obtenir des millimètres, car la lecture en serait trop pénible. Aussi a-t-on recours à un vernier ; chaque division de l'échelle correspond généralement à 0^{m}005 de pente et le vernier comprend une longueur égale à quatre de ces divisions qu'on partage en cinq parties, ce qui permet d'apprécier les millimètres.

M. Lefranc, ingénieur en chef des ponts et chaussées, a simplifié cet instrument en le construisant presqu'entièrement en bois (Pl. 29, Fig. 150 à 152) ; il l'a rendu plus léger, beaucoup moins coûteux, plus facile à construire et à réparer partout ; sa règle à 0^{m}50 de longueur, ce qui permet à l'aide du vernier d'apprécier les demi-millimètres de pente.

La portée de ces niveaux de pente est malheureusement très-limitée et n'excède guère celle des niveaux d'eau à cause du diamètre qu'on est forcé de donner aux visières et de la grosseur que les fils croisés doivent avoir pour être nettement aperçus : il ne serait pas prudent de dépasser 40^{m}. Mais on a dans ces derniers temps, perfectionné ces instruments et notablement augmenté leur portée en substituant une lunette aux deux pinnules pour effectuer la visée. On trouvera (Pl. 31) le modèle d'un niveau de pente à lunette dont la portée peut s'étendre jusqu'à 300^{m}.

Le niveau de Chézy se prête facilement à des usages assez variés.

Trouver la pente d'une ligne. Soient $\underline{a}$ et b (Pl. 16, Fig. 160) les points extrêmes de cette ligne ; on place l'instrument de façon que l'oculaire de la pinnule fixe ou de la pinnule mobile selon qu'il s'agit d'une rampe ou d'une pente, se trouve en A dans la verticale du point $\underline{a}$ puis on fait porter en b la mire bB dont le voyant B a été fixé en prenant $bB = aA$. On fait ensuite mouvoir le châssis de la grande pinnule jusqu'à ce que le point de croisement des fils couvre le centre du voyant : dès que cette condition est satisfaite, la pente cherchée est indiquée par l'échelle de l'instrument. C'est ce dont on se rend compte immédiatement en remarquant que le quadrilatère $aABb$ est un parallélogramme.

Trouver la différence de niveau de deux points. Après avoir opéré comme précédemment, on fait descendre la pinnule mobile de manière à ce que le zéro du vernier coïncide avec celui de l'échelle, et on fait abaisser le voyant de la mire jusqu'à ce qu'il arrive en B' dans la ligne de visée devenue horizontale : la différence de niveau cherchée n'est autre que l'abaissement BB' du voyant. Il n'est pas besoin d'ajouter qu'on peut résoudre la question en se servant du clisimètre comme d'un niveau ordinaire.

Trouver la distance entre deux points. Elle est facile à déduire des opérations précédentes qui ont fait connaître la pente p de la ligne ab et la pente totale $P=BB'$ entre ces deux points, la distance cherchée n'est autre que le point $\frac{P}{p}$. Il n'est même pas nécessaire de connaître la pente de la ligne ab; on peut commencer par placer le voyant en B' sur le rayon horizontal AB on relèvera ensuite le châssis mobile jusqu'à ce que la ligne de visée corresponde en une pente p quelconque et on fera amener le voyant en B dans cette ligne de visée ; la distance horizontale sera toujours égal au quotient $\frac{BB'}{p}$ mais on peut alors choisir la pente de telle sorte que le quotient soit facile à calculer, en donnant à p une des valeurs suivantes 0.10, 0.20, 0.05, 0.02. Ce moyen de mesurer les distances serait assez long et n'est pas usité.

Tracer sur le terrain une ligne dont la pente est donnée. — C'est là le principal usage du niveau de Chézy. Pour cela on dispose à l'avance le châssis de la grande pinnule de manière que le rayon visuel ait l'inclinaison voulue, puis on cherche par tâtonnement, autour de sa position un point tel qu'en y posant une mire dont la hauteur est égale à celle de l'oculaire au-dessous du sol, la ligne de foi du voyant soit couverte par le fil horizontal. Quand ce point est trouvé, il est évident que la ligne qui va du pied de la verticale de l'oculaire au pied de la mire, a la pente donnée. On transporte ensuite l'instrument en ce dernier point ; on détermine, par le même procédé, un troisième point, et on continue ainsi de proche en proche le tracé.

Nivellements trigonométriques.

Ce qui a été dit ci-dessus sur la pratique du nivellement, permet d'apprécier la difficulté et, jusqu'à un certain point, le temps que peut entraîner une pareille reconnaissance du terrain.

Quand un pays est très accidenté, les difficultés augmentent, et on n'a plus alors la ressource des nivellements à grande portée ; ce qui rend l'opération plus longue et plus pénible encore. Dans ce cas, il y a avantage à remplacer les nivellements ordinaires à visées horizontales par des nivellements dits trigonométriques, dans lesquels on mesure les hauteurs au moyen des angles. On évalue alors la hauteur des divers points au moyen des distances horizontales et de l'inclinaison sur l'horizontale du rayon dirigé du point de station à l'objet visé. Il sera utile de donner quelques détails sur cette espèce de nivellement.

Les deux angles que fait dans le plan vertical, soit avec la verticale soit avec l'horizontale, le rayon dirigé du point de station à l'objet visé, portent des noms particuliers. L'angle du rayon visuel avec la verticale est la distance zénithale du point visé : l'angle de ce rayon avec l'horizontale est la distance de ce point à l'horizon ; on la nomme hauteur angulaire ou dépression suivant que la distance zénithale est inférieure ou supérieure à 90°. Quand la distance entre la station et le point visé est peu considérable, la détermination de la distance horizontale et de l'une des deux valeurs de la distance zénithale ou de la hauteur angulaire, suffit pour mettre en état de calculer la différence de niveau par la simple résolution d'un triangle rectangle.

Quand la distance est considérable, l'opération est un peu plus compliquée ; car, ainsi qu'on l'a déjà dit quand il s'est agi des nivellements ordinaires, il y a lieu, en ce cas, de tenir compte de la sphéricité de la terre et de la réfraction.

Soient (Pl. 16, Fig. 161.) A et B les deux points dont on veut trouver la différence de niveau. Par ces deux points et par le centre O de la terre, faisons passer un plan vertical.

Soit AB' l'arc du grand cercle de la terre compris entre les deux rayons OA, OB. Cet arc AB représentera la distance horizontale des deux points A et B distance que nous représenterons par D. La différence de niveau cherchée sera la distance B'B que nous appellerons dN.

Si l'on suppose d'abord la réfraction nulle, le rayon visuel dirigé de A sur B donnera immédiatement la distance zénithale et la hauteur angulaire de ce dernier point, la première sera l'angle ZAB, la seconde l'angle BAB'', AB'' étant l'horizontale passant par le point A. La longueur à évaluer sera égale à B'B'' + B''B.

On remarquera d'abord que AB'' peut être considéré comme égal à l'arc AB'. Le calcul indique en effet que la différence entre l'arc et la tangente est tout à fait négligeable dans les limites des distances que peut comprendre l'opération.

Cela admis, on a déjà vu, quand il s'est agi des nivellements, que la longueur BB'' a pour valeur l'expression $\frac{D^2}{2R}$; R étant le rayon de la terre. Il ne reste donc qu'à calculer BB'' qui sera donné par le triangle ABB''.

On a dans ce triangle : $BB'' : AB'' :: \sin A : \sin B$.

L'angle A est le complément de la distance zénithale donnée par l'opération ou la hauteur angulaire du point B.

Quant à l'angle B, on a dans le triangle ABO, $B = 180° - O - BAO$

Or l'angle $BAO = 90° + A$, donc $B = 90° - (A + O)$, et $\sin B = \cos(A + O)$.

On peut donc tirer de la proportion écrite ci-dessus : $BB'' \frac{D \sin A}{\cos(A+O)}$ . . . . (α

Il reste à introduire dans cette formule la correction relative à l'erreur de réfraction. Le rayon lumineux, au lieu de suivre une ligne droite suit une trajectoire courbe, qui, au moins dans nos climats, a généralement sa concavité tournée du côté du centre de la terre. Ainsi, le rayon lumineux parti du point B arrivera à l'observateur placé en A, en suivant, dans le plus grand nombre de cas, la courbe BIA, en sorte

que l'observateur, pour apercevoir le point de mire placé en B, devra diriger sa ligne de visée comme s'il voulait viser le point B_o, placé sur la direction du dernier élément de la courbe.

Il est impossible d'évaluer exactement, dans chaque cas particulier, l'erreur résultant de cette déviation des rayons lumineux. Il faut se contenter d'une valeur moyenne pour laquelle ainsi qu'on l'a déjà dit, on prend les 0.08 de l'angle au centre de la terre que nous avons désigné par O.

En désignant par A_1 l'angle B_oAB'' donné par l'opération, on a $A = A_1 - 0{,}08 \times O$

L'équation (α) devient donc $BB'' = \dfrac{D \sin (A_1 - 0{,}08 \times O)}{\cos (A_1 + 0{,}92 \times O)}$ .... ($\mathcal{C}$)

Quant à O on l'estime par la distance horizontale D. On sait qu'à la surface de la terre, une longueur d'un Kilomètre mesurée suivant un grand cercle correspond à $\frac{54}{100}$ de minute; donc, pour chaque mètre, on aura $0^{m.m}00054$; et par suite, pour une longueur D, le nombre de minutes de l'arc sera exprimé par $0'00054\,D$.

En substituant dans ($\mathcal{C}$) on a $BB'' = \dfrac{D \sin (A_1 - 0'.0000432\,D)}{\cos (A_1 - 0'.0004968\,D)}$

En définitive, comme on a $dN = B'B'' + B''B$

On trouve $dN = 0.0000000785\,D^2 + \dfrac{D \sin (A_1 - 0'.0000432\,D)}{\cos (A_1 + 0'.0004968\,D)}$

en remplaçant $\frac{1}{2R}$ par sa valeur 0,0000000785.

Dans la pratique, on admet souvent que le triangle $B_oB''A$ est rectangle, on admet également, à cause du petit nombre de degrés de l'angle A_1, que l'erreur de réfraction diffère peu de celle que l'on commettrait en visant du point A le point B'' et que cette erreur peut être, en conséquence, exprimée par $\frac{0{,}16\,D^2}{2R}$, valeur déjà trouvée quand on s'est occupé du nivellement ordinaire.

On a alors $\quad dN = B_oB'' + B''B' - BB_o$

ou $$dN = D \tang A + 0.84\,\frac{D^2}{2R} = D \tang A + \frac{2}{3}\,\frac{D^2}{10{,}000{,}000}$$

Quand dN n'excède pas 500^m cette formule donne un résultat qui ne diffère que de quelques centimètres du résultat donné par la première formule.

La correction de l'erreur de réfraction présente toujours de l'incertitude; on peut, dans les cas des nivellements trigonométriques, comme dans le cas des nivellements ordinaires, faire disparaître cette cause d'erreur. Pour cela on prend successivement les angles en chaque point; c'est ce que l'on appelle un nivellement réciproque.

(Pl. 16, Fig. 162) A et B représentant les deux points dont on veut avoir la différence de niveau OA, OB les rayons qui passent par ces deux points, l'arc AB' sera leur distance horizontale, BB' la hauteur cherchée.

Si on mène la corde AB' on aura dans le triangle BAB'

$$BB' \text{ (ou } dN) : AB' \text{ (ou } D) :: \sin A : \sin B.$$

d'où $$dN = D\,\frac{\sin A}{\sin B}$$

Il s'agit d'exprimer les angles A et B en fonction des distances zénithales des deux points, distances que nous appellerons δ et δ'.

Si l'on tire A'B parallèle à AB', les triangles A'OB, AOB' étant semblables, on a OAB' = OBA' et par suite ZAB' = Z'BA'

$$\text{Mais}\quad \begin{array}{l} ZAB' = \delta + A \\ Z'BA' = \delta' + A \end{array} \qquad \text{Donc } A = \frac{1}{2}\,(\delta' - \delta)$$

Quant à B, on a, dans le triangle BAB', l'angle extérieur AB'O = A + B

Le triangle AB'O étant isocèle, on a 2AB'O = 180° − O.

$$\text{Donc}\qquad 90^\circ - \frac{O}{2} = A + B$$

Substituant la valeur trouvée ci-dessus pour A il vient $B = 90^\circ - \dfrac{\delta' - \delta + O}{2}$

$$\text{Par suite, on a}\qquad dN = \frac{D \sin \frac{1}{2}\,(\delta' - \delta)}{\cos \frac{1}{2}\,(\delta' - \delta + O)}$$

Quelle que soit l'erreur de réfraction dont chacun des angles δ et δ' ait été affecté, on peut admettre que la distance étant la même dans les deux opérations faites successivement en A et en B et les couches traversées étant aussi les mêmes, l'erreur est égale pour chacun de ces angles ; ces angles n'entrant dans le calcul que par leur différence, le résultat n'en est pas affecté.

L'angle O est toujours très petit ; car 1000^m à la surface de la terre ne correspondent qu'à 32".4 ; aussi néglige-t-on souvent l'angle au centre O dans la formule ci-dessus qui se réduit alors à $\quad dN = \tan g\, \frac{1}{2}\,(\delta' - \delta)$

Quand dN ne dépassera pas 500^m la différence entre les résultats que donnera cette formule et ceux qu'on aurait déduits de la formule primitive sera au-dessous de 1^m.00.

Les points que l'on prend successivement pour points de mire et points de station sont souvent tels, qu'il est impossible d'y placer l'instrument au moyen duquel on opère. On ne peut donc obtenir directement les distances zénithales de ces points ; on se sert alors des observations faites des points choisis au dessous des signaux et quelquefois hors de leurs verticales ; et, au moyen d'un calcul assez simple, on déduit les distances zénithales cherchées de celles qu'il a été possible d'observer.

Plusieurs instruments peuvent servir à relever les distances zénithales & les hauteurs angulaires ; et, parmi ces instruments, il faut placer en première ligne le théodolite et le cercle répétiteur dont il a déjà été parlé. Mais on se sert souvent aussi d'un autre instrument désigné sous le nom d'Éclimètre

Éclimètre. — Cet instrument (Pl. 32) n'est autre chose qu'un cercle gradué, portant une lunette mobile autour de son centre et fixé sur l'une des faces latérales d'une boussole ordinaire. L'ensemble est monté sur un pivot qu'on peut rendre vertical à l'aide d'un niveau à bulle d'air appliqué à la face postérieure du cercle gradué et qui permet de placer la lunette dans tous les azimuts. L'axe horizontal autour duquel se meut la lunette est par construction perpendiculaire à la fois au plan du cercle et à l'axe du pivot de la boussole, de telle sorte que le cercle doit se trouver vertical en même temps que le pivot.

La graduation du cercle donne les angles parcourus par la lunette dans les

mouvements qu'on lui imprime. Pour obtenir immédiatement les hauteurs angulaires, le zéro du limbe correspond à la position de la lunette dans laquelle son axe optique est horizontal : celle-ci entraîne avec elle deux verniers qui donnent les angles à 1' près.

L'instrument porte trois vis de rappel. La première sert à amener exactement la croisée des fils sur le point de mire, le cercle étant fixe.

La seconde sert à régler la bulle, c'est-à-dire à rendre son horizontale perpendiculaire à l'axe du pivot.

La troisième permet de faire tourner le cercle dans son propre plan pour assurer l'horizontalité du diamètre qui porte le zéro de la graduation.

Pour se servir de l'instrument, on rend d'abord le pivot vertical à l'aide des vis de calage et de la vis de rappel de la bulle.

Avant d'observer les angles, il faut s'assurer de l'horizontalité du diamètre à partir duquel on les compte. Pour cela, on vise un point et on lit l'angle accusé par les verniers, on fait ensuite tourner de 180° la boussole autour de son axe vertical et la lunette autour de son axe horizontal ; si l'instrument est réglé, le même point doit se retrouver sous la croisée des fils. Dans le cas contraire, il y a une erreur de collimation égale à la moitié de la distance angulaire qu'il faut faire parcourir à la lunette pour la ramener sur le point de mire : on fait disparaître cette erreur à l'aide de la troisième vis de rappel et on ramène ensuite entre ses repères à l'aide de la seconde vis, la bulle que cette rectification a déplacé, et l'instrument est reglé ; il convient de recommencer une fois au moins cette opération pour être certain de l'exactitude du résultat.

On peut du reste obtenir des angles exacts avec un instrument non réglé, il suffit d'opérer comme on vient de l'indiquer et de prendre la moyenne des angles lus avant et après le retournement pour éliminer l'erreur de collimation ; il est prudent d'agir toujours ainsi.

L'axe optique de la lunette peut toujours être rendu parallèle au plan du cercle gradué ; mais la verticalité de celui-ci ne résulte que de la construction de l'instrument, on peut toutefois la constater avec un fil à plomb. Les angles lus sur un cercle incliné seraient inexacts, et affectés d'une erreur variable avec cette inclinaison et les distances à l'horizon. Si on veut que cette erreur reste au dessous d'une limite déterminée, 1' par exemple, (et il convient de prendre pour cette limite l'approximation obtenue à l'aide du vernier sur le cercle gradué) on reconnaîtra facilement que l'angle φ du plan du cercle avec le plan vertical ne doit pas dépasser la valeur donnée par la relation

$$\sin^2 \frac{1}{2} \varphi = \sin 30'' \cos \alpha,$$

α étant la hauteur angulaire du point de mire. On peut former d'après cela, le tableau suivant :

Valeurs de α =	5°;	10°;	15°;	20°;	25°;	35°;	45°;
Limites de φ =	4°50';	3°17';	2°40';	2°17';	2°1';	1°39';	1°23';

On a donc une assez grande latitude pour le défaut de verticalité du cercle surtout lorsque l'angle α est petit.

Dans quelques éclimètres on a réduit le cercle gradué à deux portions d'arcs situés au dessus du diamètre horizontal ; cette disposition ne diminue que d'une manière bien peu sensible le volume et le prix de l'instrument, et paraît avoir plus d'inconvénients que d'avantages.

On construit aussi des éclimètres dans lesquels le centre du limbe est placé à l'une des extrémités de la face latérale de la boussole, ce qui double le rayon et la grandeur des divisions en diminuant dans la même proportion les incertitudes de lecture : la réduction du limbe gradué à un arc de cercle divisé en parties égales par le diamètre horizontal est mieux motivée dans ces instruments, qui, toutefois, ne se prêtent pas aux mêmes vérifications que les premiers. L'erreur de collimation y est plus difficile à déterminer ; il faut, pour y arriver, observer les distances zénithales réciproques de deux points ; en les désignant par δ et δ' et par C l'angle des verticales de ces points, il est facile de reconnaître que l'erreur de collimation est égale à $\pm\left(\frac{1}{2}(\delta+\delta') - 90^\circ - 0,42\,C\right)$.

Cet instrument n'a pas la précision du théodolite ; cependant il est généralement employé pour les opérations ordinaires. On comprend d'ailleurs qu'un nivellement trigonométrique n'est pas susceptible d'une aussi grande exactitude qu'un nivellement exécuté avec le niveau à bulle et à lunette. Dans les nivellements trigonométriques qu'il a exécutés pour la mesure d'un arc du méridien, l'astronome Delambre a constaté que, même avec des instruments très perfectionnés, la différence entre deux opérations consécutives atteignait 1, 2, ou même trois toises. Il attribue souvent les incertitudes de l'opération aux erreurs de la réfraction qui sont tout à fait variables. Les cotes de la nouvelle carte de France obtenues par des nivellements trigonométriques faits au moyen de l'éclimètre, ne sont exactes qu'à deux mètres près.

Au reste, le but qu'on se propose dans un nivellement trigonométrique, n'est pas celui qu'on veut atteindre dans un nivellement ordinaire ; le premier n'a pas besoin du degré d'exactitude qui est indispensable dans le second.

Dans les opérations qu'un Ingénieur des Ponts et chaussées peut avoir à faire, le nivellement trigonométrique est spécialement destiné à donner promptement une idée générale du terrain, quand on manque de cartes topographiques ; souvent aussi à compléter une reconnaissance déjà commencée au moyen d'un nivellement plus exact, pour certaines parties et dans certaines directions. Ce dernier cas est même un des plus favorables ; on peut alors se rattacher de temps en temps à des points ou à des lignes de repères qui ne laissent aucune incertitude, et éviter ainsi l'accumulation d'erreurs qui se produirait presque certainement si on n'opérait qu'avec l'éclimètre, car on peut évaluer à 0m.03 au moins l'erreur possible sur une cote déduite d'une seule observation faite à 100m de distance horizontale.

Dans tous les cas après avoir choisi une station, on prend de cette station et dans chacun des azimuts où l'on peut placer la lunette de l'instrument, tous les points remarquables, tous ceux qui peuvent être nécessaires pour représenter les sections faites dans le terrain par les plans verticaux répondant à chacune des positions de l'axe de la lunette. C'est ainsi que l'on opère spécialement quand on veut ultérieurement tracer sur le plan des courbes horizontales représentatives du terrain dont il sera parlé plus loin.

Ce n'est pas seulement par la manière d'opérer qu'un nivellement est expéditif, c'est surtout par le choix judicieux des points nivelés. un petit nombre de points bien choisis peut donner une idée nette du terrain. il importe d'opérer de façon à pouvoir admettre que la pente est sensiblement uniforme entre deux points nivelés.

On se sert généralement, pour viser, d'une mire ordinaire dont il convient, pour abréger les calculs, de placer autant que possible le voyant à la hauteur de l'axe de rotation de la lunette. — Souvent quand le pays est très couvert, une mire n'a pas une hauteur suffisante il faut alors se servir de signaux, ce sont des perches au haut desquelles on place un voyant peint comme celui des mires, mais plus grand et blanc ou noir, suivant qu'il doit se détacher sur le terrain ou sur le ciel. On choisit aussi quand cela est possible, un arbre, une maison, un clocher. Enfin, on sait que dans certains cas, on construit de grands signaux fixes, mais c'est pour des opérations plus importantes que celles dont il est question ici. La réduction des distances zénithales aux sommets des signaux devient alors nécessaire.

Pour pouvoir déterminer les hauteurs réelles au moyen des distances zénithales ou des hauteurs angulaires, il faut connaître les distances horizontales qui séparent de la station les points nivelés.

Souvent l'opération du nivellement et le levé du plan se font simultanément. En même temps qu'on fixe, par rapport à une station et à une base, la position d'un point, on prend sa hauteur à l'éclimètre. Quand on opère avec la planchette, ces deux opérations simultanées peuvent se faire fort simplement.

Quelquefois aussi, on se sert des plans que l'on a à sa disposition, celui du cadastre par exemple; et on se contente de rapporter les stations sur ces plans et d'y mesurer directement les longueurs. Cette méthode n'offre qu'une assez médiocre exactitude; mais elle est cependant dans beaucoup de cas, très-suffisante pour arrêter les bases d'un avant-projet.

Un nivellement trigonométrique exige, comme toutes les opérations sur le terrain, la tenue d'attachements réguliers. Les résultats des opérations doivent être inscrits avec le plus grand soin sur un carnet spécial.

Ce carnet se compose d'une succession de tableaux disposés de manière à présenter, en regard les unes des autres, les indications suivantes, dans une première colonne, la désignation des points de station; dans une seconde, la désignation des points nivelés; dans une troisième, les hauteurs angulaires; dans une quatrième, les distances comprises entre les divers points nivelés et la station; dans une dernière enfin, les observations de toute espèce qui peuvent contribuer à rendre plus sûr, plus exact et plus prompt, le travail restant à faire dans le cabinet.

Quand, ensuite, au moyen des résultats du nivellement trigonométrique, on veut obtenir les cotes de hauteur des points nivelés, il faut avoir soin de résumer dans les diverses colonnes d'un tableau, les valeurs successivement déduites des calculs; il importe, en effet, de conserver les traces de ces calculs, afin de pouvoir faire les vérifications, qui seraient reconnues nécessaires.

Il convient de réunir dans un même carnet les observations et les résultats des calculs. Dans ce cas, on peut disposer les tableaux de la manière suivante.

Indication des stations.	Désignation des points observés.	Hauteurs angulaires.	Distance de la station aux points observés	Observations.	Calcul.	Différences de niveau	Hauteurs absolues

Nivellements barométriques. — Il se présente parfois des cas dans lesquels les diverses opérations qui ont été expliquées précédemment, ne sont pas nécessaires, et où il suffit de déterminer, par rapport au niveau de la mer, la position de quelques points singuliers, d'un faîte, d'une gorge de montagne. On a alors recours aux nivellements barométriques.

On connaît la propriété caractéristique du baromètre : si dans un bain de mercure on plonge un tube fermé à sa partie supérieure et dans lequel on a fait préalablement le vide, le mercure s'élève dans ce tube jusqu'à ce que la colonne qui surmonte la surface du bain, exerce sur cette surface une pression égale à celle qui est exercée par l'atmosphère au point où l'appareil se trouve placé. — Si on change la position de cet instrument, si on le transporte en un autre point sensiblement plus élevé dans l'atmosphère, la pression atmosphérique venant à diminuer par suite de la réduction de hauteur des couches supérieures superposées ; la colonne de mercure, devra en conséquence, baisser.

Il était naturel de chercher à déduire de ce fait un procédé pratique pour la mesure des hauteurs. Mais il était clair, à priori, que les causes qui influent sur le phénomène, sont nombreuses et de nature diverses. Il a donc fallu composer une formule qui tînt compte d'une manière suffisamment exacte de toutes les circonstances capable d'influer sur le résultat. Laplace, en donnant cette formule, a fait du baromètre un instrument de nivellement.

Il est inutile de rapporter ici textuellement le chapitre, assez court d'ailleurs, que cet illustre géomètre a consacré, dans le 4e livre de la mécanique céleste, à la mesure des hauteurs par le baromètre ; ses calculs et diverses expériences l'ont conduit à la formule suivante.

$$z = 18336^{\text{mèt.}} \left\{ 1 + 0,002845 . \operatorname{Cos} 2\psi \right\} . \left\{ 1 + \frac{2(t-t')}{1000} \right\} . \left\{ \left(\frac{1+z}{a} \right) . \log . \frac{h}{h'} + \frac{z}{a} . \ 0.868589 \right\} .$$

dans laquelle $\underline{h}$ représente la hauteur du mercure et $\underline{t}$ la température de l'air à la station inférieure ; h' et t' les quantités analogues à la station supérieure ; ψ une moyenne entre les latitudes de ces stations ; $\underline{a}$, la distance au centre de la terre de la station inférieure ; z, la différence de niveau des deux stations.

Depuis, on a fait entrer dans cette formule, d'une manière explicite, la correction relative aux variations de température du baromètre, et on y a apporté d'autres légères modifications ou simplifications de forme, dans le but d'en rendre l'application immédiate plus commode. Quelques mots suffiront pour rendre compte de ces changements.

1°. Pour corriger rigoureusement l'erreur résultant de la différence de température des colonnes barométriques aux deux stations, il faudrait ramener par le calcul les hauteurs de ces colonnes à ce qu'elles devraient être, en partant, pour l'une et pour l'autre, du volume du mercure à 0°. On se borne à multiplier la hauteur $\underline{h'}$, à laquelle correspond presque toujours la plus petite température, par $\{1 + K(T - T')\}$, T et T' désignant les températures des baromètres aux stations inférieure et supérieure, et K la différence entre le coëfficient de dilatation du mercure dans le verre et celui du laiton de l'échelle du baromètre; cette différence ayant pour valeur $0,0016124 = \frac{1}{6200}$, la correction se réduit à remplacer h par $h'\left(1 + \frac{T - T'}{6200}\right)$.

2°. Au lieu de laisser subsister dans la formule les termes $\left(1 + \frac{z}{a}\right)$ et $\frac{z}{a}\ 0,868589$ introduits par la correction relative à la variation que subit l'intensité de la pesanteur selon que, sur la même verticale, on se trouve plus ou moins élevé dans l'atmosphère, on les a supprimés et remplacés par une légère augmentation du coëfficient numérique 18336. On a reconnu qu'on tenait très-suffisamment compte de la variation de la pesanteur pour les différences qu'elle produit dans le poids des colonnes atmosphériques comme dans les poids et les hauteurs des colonnes barométriques en remplaçant le coëfficient numérique 18336 par le coëfficient 18393.

En conséquence de ces deux modifications, la formule a pu être écrite sous la forme suivante :

$$z = 18370\,(1 + 0,002845 \cos 2\psi)\left(1 + 2\,\frac{t - t'}{1000}\right)\left\{\log h - \log h'\left[1 + \frac{(T - T')}{6200}\right]\right\}$$

Quand on opère sous des latitudes qui ne diffèrent que de quelques degrés de la latitude moyenne, on néglige le facteur $1 + 0,002845 \cos 2\psi$.

Cette formule est assez compliquée, et son emploi serait pénible, s'il fallait en calculer directement tous les termes, dans chaque cas particulier : aussi a-t-on dressé des tables qui abrègent et facilitent beaucoup les calculs. M. Oltmanns a dressé le premier ces tables; depuis quelques années on en a étendu les limites en profitant en outre de quelques déterminations nouvelles : elles sont insérées dans tous les annuaires du bureau des longitudes et on ne croit pas nécessaire de les reproduire ici.

A défaut de tables, on pourra calculer les différences de niveau par une formule extrêmement simple, facile à retenir, à laquelle M. Babinet a ramené la formule primitive : c'est la suivante :

$$z = 32\,(500 + t + t')\,\frac{h - h'}{h + h'}$$

dans laquelle t, t', h, h' ont les mêmes significations que ci-dessus : on suppose toutefois que les hauteurs et ont été ramenées à la même température, en d'autres termes, que la hauteur de la colonne barométrique à la station supérieure a été multipliée par $1 + \frac{T - T'}{6200}$

Cette formule approchée donne des résultats qui diffèrent de 5m au plus de ceux auxquels conduirait la formule exacte pour des différences de niveau n'excédant pas 2000m.

Il convient d'ajouter à ce qui précède quelques explications sur la manière dont on procède aux opérations sur le terrain.

Deux baromètres sont particulièrement employés; ils sont connus d'après les noms de leurs inventeurs, sous la dénomination de baromètre de Gay-Lussac et de baromètre de Fortin.

Ces instruments sont décrits d'une manière complète et assez détaillée dans tous les cours de physique pour qu'il soit inutile de revenir ici sur leur construction, sur les soins qu'elle exige et sur les précautions à prendre pour l'observation des hauteurs barométriques. On rapellera seulement qu'il y a peu d'instruments aussi fragiles et aussi sujets à avaries qu'un baromètre lorsqu'on a à le faire voyager; il faut renverser avec soin les baromètres à siphon de manière à remplir la grande branche; il faut également remplir le tube des baromètres de Fortin aux dépens du mercure de la cuvette: il faut caler surtout soigneusement l'instrument dans son étui avec du son ou des rognures de papier afin d'éviter tout choc brusque. Les baromètres anéroïdes, dont le transport est plus facile, ne peuvent servir à la mesure des hauteurs qu'autant qu'ils ont été divisés directement dans le vide, ce qui n'a pas eu lieu pour les instruments livrés au commerce même dans ce cas, ils ne sauraient inspirer autant de confiance que de bons baromètres à mercure.

Une opération est toujours faite par deux observateurs. Chacun d'eux doit être muni d'un baromètre et du thermomètre.

Avant de commencer l'opération, il faut comparer la marche des deux baromètres dans le même lieu, afin de s'assurer qu'ils donnent des résultats identiques. S'il n'en était pas ainsi, on ne pourrait les employer qu'à la condition de corriger les observations d'après les résultats de cette épreuve préalable.

Les instruments ainsi vérifiés, l'un des observateurs se place à la station inférieure, celle à laquelle on veut comparer les hauteurs des autres stations. L'autre observateur va successivement se placer à ces stations.

Le premier observateur doit inscrire de dix minutes en dix minutes la hauteur de la colonne du baromètre, les degrés indiqués par le thermomètre fixé à l'instrument et le thermomètre libre, afin d'avoir des observations faites à peu près simultanément avec les opérations des autres stations.

L'observateur qui occupe successivement ces stations, note exactement à chacune d'elles, les résultats que lui donne chaque instrument et l'heure à laquelle ces résultats sont pris.

Les carnets qui servent à chacun des observateurs doivent donc contenir plusieurs colonnes; la première indique la station; la seconde, l'heure de l'observation; la troisième, la hauteur de la colonne barométrique; la quatrième la hauteur du thermomètre accolé au baromètre, la cinquième, la hauteur du thermomètre libre. On note avec soin dans une dernière colonne, les circonstances atmosphériques qui se sont produites.

Toutes les observations faites, on y applique la formule et on obtient les différences de hauteur cherchées.

Pour avoir quelque confiance dans les résultats ainsi obtenus, il faut avoir la moyenne d'au moins cinq ou six observations faites à la même heure et à des jours différents, il faut se garder d'opérer en temps d'orage ou de grands vents. Il faut autant que possible n'opérer jamais qu'au milieu de la journée. Il est indispensable enfin, de maintenir toujours les instruments à l'ombre.

Les explications qui ont été données ci-dessus sur les causes diverses et nombreuses qui peuvent influer sur le résultat, suffiront pour faire comprendre que ce résultat renferme toujours un peu d'incertitude.

En résumé, on trouve des différences qui peuvent atteindre 4 ou 5 mètres ; pour les opérations auxquelles le baromètre est employé, cette approximation est presque toujours suffisante, et cet instrument peut rendre de véritables services dans les régions montagneuses où les nivellements ordinaires exigeraient un temps et des peines énormes, dans les cas fort rares où ils ne seraient pas absolument impraticables.

Ensemble des opérations à faire sur le terrain.

Les divers instruments dont il a été question, jusqu'ici ont chacun une destination spéciale: les uns servent à mesurer les distances, d'autres à relever les angles horizontaux, d'autres encore à obtenir les angles verticaux, les derniers enfin servent à niveler. Les documents à recueillir pour l'étude des projets rendent donc nécessaire la possession d'un spécimen de chacun de ces instruments et obligent à envoyer successivement plusieurs opérateurs sur le même terrain pour en obtenir le plan et le nivellement. Voici comment on a procédé, en général, jusques dans ces derniers temps.

L'Ingénieur doit avant tout parcourir les diverses directions admissibles pour la voie de communication qu'il s'agit d'ouvrir: les petits instruments portatifs dont il a été question peuvent être fort utiles dans ces reconnaissances pour relever approximativement quelques angles et certaines cotes de hauteur. En suivant une direction qui paraisse simplement possible, on chemine en ayant soin de planter un piquet à chaque changement de direction (Pl. 34, Fig. 172.): on laisse ainsi derrière soi une ligne brisée 1....2—2....3—3....4—4....5 qui servira de base aux travaux ultérieurs. On mesure ensuite la longueur des divers alignements droits de cette ligne de base, on en relève les angles 1,2,3 — 2,3,4 — 3,4,5 — et on en fait le nivellement en prenant, au niveau à lunette et à bulle d'air, les cotes de tous les piquets et, en général, celles de tous les points A B C D E F G, etc, où il y a changement de déclivité dans ce profil longitudinal. On trace alors une série de lignes droites a a', bb', cc', dd', ee', etc, perpendiculaires aux différents alignements de la base et passant chacune par un des points nivelés A B C de ce premier profil : on procède enfin au nivellement successif de chacune de ces lignes en y relevant les cotes de tous les points d'inflexion du sol et mesurant les distances horizontales entre ces points : on se procure

ainsi une série de profils en travers, normaux à la ligne de base, levés en général avec un niveau d'eau, ou autre instrument analogue.

On rapporte sur le papier le plan de la ligne de base, l'emplacement des divers profils en travers et on marque sur ceux-ci la position de chaque point nivelé à côté duquel on inscrit entre parenthèses la cote qui représente son altitude. On obtient ainsi un plan coté, à l'aide duquel on peut se livrer à tous les essais et tâtonnements nécessaires pour arrêter dans le cabinet le tracé de l'axe de la voie projetée.

Il faut que le plan et le profil en long de la ligne de base soient relevés avec beaucoup d'exactitude — que les profils en travers s'étendent à 200^m ou 300^m de part et d'autre de cette ligne — que les points relevés sur chacun d'eux soient assez rapprochés et surtout choisis de telle sorte que la cote de tout point non relevé puisse s'obtenir avec une approximation suffisante par une moyenne proportionnelle entre les cotes des points voisins.

Cette méthode permet d'arriver au résultat cherché, le plan coté; mais elle nécessite l'emploi d'une chaîne, d'un goniomètre, d'un niveau à lunette et à bulle d'air, et d'un autre niveau moins exact et plus prompt: on se sert successivement de ces divers instruments, ce qui oblige à revenir plusieurs fois sur le même point: enfin elle est très-longue dans un terrain accidenté et devient presque impraticable dans certains endroits fort tourmentés des montagnes.

Ces inconvénients disparaîtraient tous si un seul instrument permettait d'obtenir d'une même station les éléments nécessaires à la complète détermination d'un point: distance zénithale, angle azimuthal, distance horizontale. Or, cet instrument existe, car tout Théodolite est parfaitement apte à un pareil service, pourvu qu'on ajoute simplement au réticule de sa lunette deux fils horizontaux servant à évaluer les distances par le procédé de la stadia.

M. Porro, dont il a déjà été question à propos de la mesure des bases et de la lunette anallatique, a construit un instrument spécial qu'il a nommé Théodolite olométrique ou Tachéomètre et qui réunit toutes les conditions nécessaires pour lever un plan coté, de 400^m à 800^m d'étendue, d'une seule station et sans que l'opérateur ait à se déplacer: il y a même ajouté une boussole. Dans ses ouvrages spéciaux, et notamment dans un long mémoire inséré aux Annales des Ponts et Chaussées, 1852, il a montré tout le parti qu'on pouvait tirer de cet instrument et indiqué la marche à suivre dans l'étude des tracés. Malheureusement, malgré beaucoup de dispositions ingénieuses, l'instrument de M. Porro, laisse à désirer: la lecture des indications de la boussole est difficile par suite du défaut de clarté; il en est de même d'un autre organe plus important, le cercle horizontal; le calage est imparfait; la construction en est peu solide et peu soignée, enfin, il est fort difficile de faire voyager cet instrument sans l'exposer à des avaries fréquentes et parfois assez graves pour l'empêcher de fonctionner. Tels sont les motifs qui ont sans doute empêché le tachéomètre de se répandre dans la pratique.

Cependant, la méthode de M. Porro est bonne, expéditive et simple en réalité, quoiqu'elle paraisse compliquée dans le long exposé qu'il en a fait: après être restée longtemps dans un oubli presque complet, elle en est sortie par les soins de M. Moinot, ingénieur civil, qui l'a appliquée à plus de 1500 Kilomètres d'études de chemins de fer et qui a publié sur ce sujet une brochure fort claire et bonne à consulter. M. Moinot a dû renoncer au tachéomètre de M. Porro: il en a fait établir un autre modèle, qui n'est qu'un théodolite ordinaire pourvu d'une lunette anallatique et d'une aiguille aimantée. Cet instrument, dont certains organes sont encore disposés d'une manière peu commode, est plus solide que celui de M. Porro et mieux approprié aux besoins de la pratique: il est représenté Pl. 35 et 36, et la légende en donne une description détaillée.

Voici, réduite à sa plus simple expression, la méthode de M. Porro et son application aux études de tracés faites par M. Moinot.

On obtient la position relative de tous les points à lever, tant en plan qu'en hauteur, en les rapportant à trois axes de coordonnées rectangulaires: l'un de ces axes est vertical, on choisit pour les deux autres situés dans le plan horizontal, le méridien magnétique et la perpendiculaire à ce méridien. Le tachéomètre étant en station, l'opérateur, sans se déplacer, détermine la position de chaque point au moyen de trois nombres lus sur l'instrument (Fig. 174, Pl. 34) et qui sont:

g distance inclinée, en mètres; c'est la différence des lectures faites sur les deux fils de stadia.

a orientation du point; c'est l'angle compris entre la ligne de visée et le méridien magnétique: on le lit sur le cercle horizontal.

V inclinaison, lue sur le cercle vertical, de la ligne de visée: c'est la distance zénithale du point relevé.

De ces éléments on déduit, en se reportant à ce qui a été dit page 19, les résultats suivants.

$d = g \sin^2 V$, distance horizontale Am en mètres.

$t = d \tang V$, altitude Mm du point de la mire visé par le fil du milieu.

$\left.\begin{array}{l} x = d \sin a \\ y = d \cos a \end{array}\right\}$ coordonnées rectangulaires, Ap, mp déterminant la position du point sur le plan horizontal.

En supposant que les piquets 1. 2. 3... (Fig. 173) représentent la ligne de base des études, on place successivement le tachéomètre sur chacun d'eux, on le cale, on fait tourner le cercle horizontal jusqu'à ce que l'aiguille aimantée coïncide avec le zéro de son arc divisé, on fixe alors le cercle et on dirige successivement la lunette sur les deux piquets voisins, et on fait alors la lecture des fils de la lunette et des angles marqués par les deux cercles et on inscrit immédiatement ces éléments dans les colonnes 4, 5 et 6 d'un carnet ainsi disposé.

Indication des Stations.	Hr de l'instt en Son	Nos des points	Angle — Hal	Angle — Val	Lecture des fils	Nombres générauxs	Hauteur du pointage du fil axial sur la mire — Suivt les divisions	Hauteur du pointage du fil axial sur la mire — en mètre	Distance Hle = $g \sin^2 V$	Hr V = $d \tang V$	Différence — en Montée $= t - m$	Différence — en Descente $= m + t$ ou $m - t$	Altitude — de l'instt	Altitude — du point	Calcul de la moyenne des deux observations des piquets de station et Désignation des points de détail.
				V		g		m	d	t	+	−			

et on calcule sur le champ les quantités $d = g \sin^2 V$ et $t = d \tang V$ qui donnent la distance horizontale et la différence de niveau des deux piquets consécutifs. Ces calculs se font sur le terrain même, à l'aide des règles logarithmiques analogues aux règles à calcul ordinaires mais spécialement construites à cet effet : cette opération est facilitée par la division centé-simale des cercles en 400 grades.

La ligne de base est ainsi relevée deux fois puisque, de chaque piquet, on fait une observation d'avant et une d'arrière sur les piquets adjacents. La tolérance pour les distances des piquets (éloignés, en général, de 200m. à 300m.) n'excède pas 0m. 50 ; pour la hauteur, on admet 0m. 10 à 0m. 15. Si l'écart entre les deux nombres successivement obtenus pour la même distance ou la même différence de niveau ne dépasse pas cette limite, ils sont tenus pour bons et on en prend la moyenne : dans le cas contraire, on recommence les opérations discordantes.

On passe ensuite aux points de détails qui ne sont levés qu'une fois, de la même façon que les piquets de base, mais plus rapidement. L'opérateur fait ainsi un tour d'horizon en relevant tous les points utiles à la détermination du relief du sol : ceux-ci doivent être choisis avec soin par un chef de brigade expérimenté qui leur donne un No. d'ordre et y fait successivement placer le porte-mire : on n'y enfonce pas de piquet, et il ne reste pas trace de l'opération après les observations faites. On conçoit du reste qu'une erreur sur un point isolé ne saurait avoir de conséquences graves ni vicier l'ensemble. Ces points de détail doivent s'étendre sur une zone de 250m. environ, et plus si besoin est, de chaque côté de la ligne de base. Un carnet de croquis est indispensable ; on y fait figurer les alignements de la base et on y indique approximativement la position des points de détails avec indication de leurs numéros d'ordre : le chef de brigade est chargé de la tenue de ce carnet sans lequel des erreurs ou des confusions se produiraient assez souvent.

Les opérations sur le terrain terminées, on calcule les coordonnées de tous les piquets de base : les données et les résultats de ce calcul s'inscrivent sur un carnet dont voici le type.

N° des sommets	Angles suivant l'orientat° du Tachéomètre		Orientation rectifiée.	Distances entre les sommets	Côtés rectangulaires des triangles successifs				Distances comptées à partir de l'origine.		Indication des signes
	Mesurés en arrière.	Mesurés en avant.			Sinus.		Cosinus.		des Sinus ou de la Méridienne	des Cosinus ou de la Perpendiculaire	Cosinus.. Sinus.... Sinus Cosinus (400, 100, 300, 200)
					Positif.	Négatif.	Positif.	Négatif.			
					+	−	+	−	Kil. Mètres d.	Kil. Mètres d.	

La colonne orientation rectifiée a pour but de rapporter les directions de tous les côtés de la base à une orientation unique qui est généralement celle du premier côté relevé. Les angles azimutaux d'une même ligne, mesurés de ses deux extrémités, doivent différer de 200^{gr} s'ils diffèrent de 200^{gr} $\pm\ \omega$, l'orientation du côté suivant serait erronée de ω; on corrige en conséquence de $\pm\ \omega$ l'angle azimutal d'avant de ce côté, et l'orientation ainsi rectifiée s'inscrit dans une colonne spéciale. Le calcul des coordonnées des sommets (qui se fait aussi avec la règle logarithmique) est chose trop simple pour exiger aucune explication : il faut toutefois faire attention aux signes à donner aux sinus et cosinus ; il est bon en tout cas, de choisir les axes de manière que tous les sinus soient positifs et de faire en sorte que tous les sommets soient compris dans un même quadrant.

On rapporte enfin les opérations sur le papier ; c'est chose facile pour les sommets déterminés par leurs coordonnées, car un double décimètre suffit pour cela. Il est bon, quand un point est rapporté, de vérifier sa distance au point précédent et l'angle de son orientation avant de passer au suivant.

Le rapport des points de détail se fait à l'aide d'un rapporteur dont le centre est placé sur le sommet de station et dont le diamètre est divisé : on inscrit sur le champ le N° d'ordre du point, puis sa cote de hauteur lorsque tous les points relevés d'une même station sont fixés.

On arrive ainsi à la confection du plan côté : la ligne de base y est rapportée avec toute la précision possible, et les points de détail avec une approximation qui s'est toujours trouvée plus que suffisante pour arrêter le tracé de la voie projetée.

Cette méthode est simple, expéditive et très supérieure, en pays accidenté, à celle des profils en travers. M. Moinot a formé des opérateurs rompus à son usage qui se chargent à forfait des études relatives aux avant-projets. On pourra très utilement consulter pour de plus amples détails sur ce sujet, une brochure publiée par M. Moinot en 1865.

Représentation graphique
des résultats des opérations du levé des plans et du nivellement.

Dès que par les opérations dont il a été successivement question ci-dessus, on a déterminé les distances et les angles qui doivent fixer les positions des points remarquables

d'une certaine étendue de terrain, il s'agit d'obtenir, par le dessin, une représentation graphique des résultats des opérations qui permette de percevoir nettement ces résultats et de les embrasser d'un coup d'œil.

Lorsque les opérations ont été circonscrites dans un espace de pays assez peu étendu pour qu'on puisse négliger d'y tenir compte de la courbure de la terre, et que de plus, les angles pris des diverses stations ont été préalablement réduits à l'horizon, rien n'est plus facile que d'obtenir cette représentation graphique ou du moins la projection des points sur le plan horizontal. Il suffit d'appliquer directement sur le plan dans leur véritable grandeur, les angles réduits à l'horizon et de réduire, suivant une proportion déterminée, toutes les distances ramenées à l'horizon; cette proportion fixe l'échelle du plan.

Quand l'étendue des opérations ne permet pas d'y considérer la courbure de la terre comme négligeable, la question est moins simple, alors même que les angles et les distances observés auraient été préalablement ramenés aux angles et aux distances correspondants, mesurés sur le sphéroïde des mers. On sait, qu'en effet, la surface d'une sphère n'est pas développable et que, par conséquent, ce n'est qu'approximativement qu'on peut reproduire les figures tracées sur une portion quelque peu étendue de la surface terrestre.

Dans ce dernier cas, on a recours à un artifice qui consiste, en général, à substituer à la portion de surface terrestre que l'on veut représenter, un plan ou une surface développable; l'un et l'autre choisis de telle manière qu'en s'y projetant, les figures tracées sur la surface terrestre ne se trouvent pas trop altérées dans leurs formes, leurs proportions ou leurs dispositions relatives. On a, sur cette donnée, imaginé des systèmes divers de projection. On n'en parlera pas ici parce qu'il en a déjà été traité d'une manière détaillée dans les cours de l'École Polytechnique, et que d'ailleurs ces différents systèmes ne reçoivent pas, dans le service des Ponts et Chaussées, une application assez usuelle pour qu'il y ait lieu de s'y arrêter longuement.

Dans presque toutes les opérations qui intéressent les travaux publics, on n'a à lever que des plans topographiques, dans l'étendue desquels la surface de la sphère peut être considérée, sans erreur sensible, comme se confondant avec le plan tangent. Entre la longueur d'un arc de grand cercle de la sphère terrestre, ayant un développement de 100.000 mètres, et la longueur de la tangente menée par le milieu de l'arc et limitée par les deux rayons qui passent par les extrémités de l'arc, la différence n'est point de 3^{m}. On voit donc que si l'on prend la surface du cercle décrit avec la moitié de cette longueur de tangente pour rayon au lieu et place de la calotte sphérique qui y correspond, on ne commet qu'une erreur réellement insignifiante, puisqu'elle reste certainement au-dessous des erreurs inévitables que comportent des opérations de levé de plans sur une surface de terrain aussi étendue.

Les plans employés dans le service des Ponts et Chaussées s'exécutant, en conséquence, dans les conditions de simplicité que nous avons indiquées en commençant, la représentation graphique des résultats des levés ne peut, en ce qui se rapporte à ces plans présenter aucune difficulté sérieuse.

Le plan dressé, si on avait uniquement en vue de conserver, sous une forme simple et nette, les résultats des opérations exécutées sur le terrain, il suffirait pour compléter la détermination des points dont il se serait agi de fixer la position, d'écrire à côté de la projection en plan de chaque point, la cote de hauteur correspondante. Cette manière de rapporter les résultats des opérations de nivellement et de levé de plans, est souvent employée; elle offre même de grands avantages lorsqu'il s'agit d'arrêter en plan le tracé d'une voie de communication qui ne peut sortir de limites assez resserrées que des études préalables ont fait poser : mais un plan exécuté dans ce système ne fournit à ces premières études que des éléments sans liaison entre eux qu'il faut péniblement et isolément comparer les uns avec les autres; il ne parle pas aux yeux, il ne permet pas d'acquérir une intelligence exacte et rapide du relief du terrain d'en saisir les formes d'ensemble ni les relations des parties. On a donc dû rechercher des modes de représentation propres à rendre la lecture du plan plus commode et plus prompte et à faire ressortir presque subitement les formes et les irrégularités du sol.

Dans la plupart des cartes anciennes (et ce mode de configuration du terrain a été encore reproduit dans quelques cartes de date assez récente) on avait cherché à donner une idée des irrégularités du sol au moyen d'un rabattement sur le plan horizontal de projection. Mais on a été obligé de renoncer à ce procédé, qui avait l'inconvénient grave de cacher une grande partie des détails du plan.

On essaya plus tard d'indiquer les mouvements du sol au moyen de hachures tracées sur la projection des terrains indivis, à peu près dans le sens des pentes. Comme toutefois ces hachures n'étaient astreintes à aucune loi, ni pour leur longueur, ni pour leur grosseur, ni même absolument pour leur direction, les indications données par ce nouveau procédé eussent été extrêmement vagues. Pour leur donner un peu plus de précision, on avait recours, comme moyen auxiliaire, à la reproduction des effets qu'offrent, dans la nature, les oppositions d'ombre et de lumière. On admettait que le terrain était éclairé par un faisceau de rayons lumineux parallèles, venant du Nord-Ouest et faisant avec l'horizon un angle de 45°. Grâce à cette convention, on produisait des effets variés qui faisaient apprécier jusqu'à un certain point, les relations de hauteur des divers sommets. Dans les dessins minutes, le lavis venait ajouter à l'effet des hachures.

Mais ce procédé laissait encore beaucoup à désirer, et on n'est parvenu à obtenir un résultat satisfaisant que quand on a assigné invariablement à ces hachures la direction des lignes de plus grande pente du terrain, et que l'on a complété les indications de ces lignes au moyen des courbes horizontales représentant les sections faites dans le terrain à différentes hauteurs.

L'idée ingénieuse d'employer à la représentation des formes du terrain un système de lignes horizontales, appartient au géographe Français Philippe Buache il l'a appliquée en 1732, à une carte de la Manche, pour indiquer les lignes d'égale profondeur de la mer. Mais, c'est seulement vers 1780, que le géographe Ducarla

la fin entrer dans la pratique.

Pour l'application de cette idée, on conçoit une série de sections faites dans le terrain par des plans horizontaux équidistants; l'intersection de ces plans avec la surface du sol donne lieu à autant de courbes qu'on projette toutes sur le plan. Tous les points de chacune d'elles sont de niveau entre eux et déterminés par une seule cote (Pl. 37. Fig. 180.)

Le tracé de ces courbes n'offre aucune difficulté. On pourrait les tracer d'abord par points sur le terrain, à l'aide d'un niveau, relever ensuite la position de ces points et les rapporter sur le plan; mais il est en général plus expéditif de lever un certain nombre de profils suivant des lignes concourantes, parallèles ou obliques et de déterminer sur chacun d'eux les points dont les cotes sont celles des diverses courbes qu'on veut tracer. Il importe seulement que les profils soient assez rapprochés, et les points nivelés sur chacun d'eux choisis avec assez de discernement, pour qu'on puisse admettre que le terrain présente une pente uniforme entre deux quelconques des points voisins dont on a obtenu les cotes. Dès lors une simple proportion suffira pour déterminer, sur chaque profil, la position d'un point dont la cote est donnée, et par suite pour effectuer le tracé des courbes de niveau qui ne sera autre que la réunion, par une ligne continue, de tous les points ayant une même hauteur. On comprend, d'après cela, combien il importe d'habituer l'œil à apprécier rapidement les diverses ondulations du sol.

Quant aux lignes de plus grande pente, elles sont perpendiculaires dans l'espace aux courbes horizontales, et il en est de même de leurs projections sur le plan; leur tracé ne souffre donc aucune difficulté. Ces lignes sont généralement à double courbure et leurs projections ne seraient pas dès lors rectilignes: mais lorsque les courbes de niveau sont parallèles ou suffisamment rapprochées, les lignes de plus grande pente se tracent suivant des droites normales aux courbes; dans le cas contraire on les infléchit de manière à les rendre légèrement curvilignes et à peu près normales aux courbes non parallèles.

Les lignes de plus grande pente sont aussi destinées comme les hachures que l'on employait autrefois, à compléter la représentation des reliefs, en exprimant d'une manière plus marquée, les mouvements des pentes: elles ne se tracent pas d'une manière continue, on les interrompt (Fig. 181) à la rencontre des courbes horizontales, et les hachures qui, dans une tranche, représentent les lignes de pente, ne se trouvent pas, en général, dans le prolongement de celles qui leur correspondent le plus exactement dans les tranches inférieures et supérieures.

Afin de rendre plus facilement appréciables les différences de pente par les nuances que produisent ces hachures, on est convenu de les espacer du quart de leur longueur, ou, ce qui revient au même, de décomposer les intervalles entre les courbes horizontales en trapèzes d'une largeur moyenne égale à leur hauteur, et d'intercaler, dans chacun de ces trapèzes, trois hauteurs. On est, de plus, convenu de forcer le trait de la hachure de manière à lui donner une épaisseur inversement proportionnelle à la hauteur. Quand d'ailleurs on passe d'un terrain en pente à un terrain d'inclinaison presque

nulle, les hachures se terminent aussi fines que possible, afin de rendre le moins dur possible le passage de la teinte qu'elles produisent au blanc du papier.

Le tracé des courbes de niveau permet de se faire, à la seule inspection du plan, une idée très claire et très nette de la configuration et du relief du sol, d'en apprécier assez exactement les déclivités suivant que les courbes sont plus ou moins rapprochées, car les pentes sont en raison inverse de la distance qui les sépare sur le plan, enfin de construire le profil du terrain suivant une direction quelconque.

La distance des plans horizontaux qui déterminent les courbes de niveau est d'autant moindre que l'échelle du plan est plus grande; il conviendrait même pour rendre immédiatement comparable les effets produits par les divers plans, de rendre constant le rapport de l'équidistance à l'échelle. Pour les minutes de la Carte de France dressées par les Officiers d'État-Major, et dont l'échelle est de $\frac{1}{40.000}$ la distance de ces courbes est de 10.m 00; elle est de 20.m 00 pour la gravure de cette carte qui s'exécute à l'échelle de $\frac{1}{80.000}$.

C'est d'après les échelles qui sont adoptées, que l'on classe les divers dessins par lesquels on représente la surface terrestre. On distingue des cartes géographiques, chorographiques et topographiques.

Les cartes géographiques embrassent de grandes étendues de terrain; elles ne donnent que les points principaux et peu de détails; on n'y retrouve pas les courbes horizontales ou les lignes de plus grande pente, les chaînes de montagne y sont indiquées par quelques traits seulement, leur échelle, varie de $\frac{1}{1.000.000}$ à $\frac{2}{2.000.000}$.

Les cartes topographiques reproduisent au contraire les lignes horizontales et les lignes de plus grande pente, elles indiquent tous les détails principaux des terrains, leur échelle de $\frac{1}{1.000}$ à $\frac{1}{100.000}$.

Les cartes chorographiques forment l'intermédiaire entre les deux autres. Leur échelle varie de $\frac{1}{200.000}$ à $\frac{1}{500.000}$.

Quant aux échelles applicables au service des Ponts et Chaussées, elles avaient été réglées d'après un avis du Conseil général des Ponts et Chaussées, en date du 21 Vendémiaire an VIII et rendues obligatoires par une circulaire de M. Molé, Directeur général des Ponts et Chaussées, en date du 6 Décembre 1815.

Mais, quoiqu'une décision de l'Administration n'eût changé les prescriptions de cette circulaire, l'usage avait introduit diverses modifications qui, depuis, ont servi de base à un nouvel avis de la section des routes et ponts du Conseil général des Ponts et Chaussées. Cet avis a été approuvé, comme mesure générale, par l'Administration, et une circulaire ministérielle du 14 Janvier 1850 a arrêté un programme pour la rédaction des projets, et fixé ainsi qu'il suit les principales dispositions relatives aux cartes et plans.

Pièces à produire.	Echelle.	Prescriptions particulières.
		1° Avant-projets.
1° Extrait de carte	Ad libitum.	1. Les accidents de terrain sont toujours figurés sur le plan général au moyen soit de courbes horizontales, soit de hachures, soit de teintes conventionnelles, et l'on y inscrira, en outre, entre crochets, autant de cotés de hauteur au-dessus du niveau de la mer, que l'on aura pu en recueillir, et particulièrement celles qui se rapportent aux faîtes et aux thalwegs. Les extraits de cartes devront être calqués sur les cartes gravées ou manuscrites qui existent dans les bureaux et notamment sur celles du Dépôt de la Guerre.
2° Plan général	On adoptera suivant le cas l'une des échelles suivantes : $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{2000}$, $\frac{1}{2500}$, $\frac{1}{5000}$, ou $\frac{1}{10.000}$. On fera usage autant que possible des plans du cadastre	2. La carte et le plan général seront orientés. 3. La direction de chaque cours d'eau sera indiquée par une ou plusieurs flèches. 4. Pour établir une concordance parfaite entre le plan et le nivellement, on rapportera sur le plan, avec précision, les points principaux du profil en long notamment les bornes miliaires ou Kilométriques, s'il en existe, tous les pieds de pentes et sommets de rampes, les piquets d'angles et les points où doivent être placés les ouvrages d'art. De plus, lorsque cela pourra être utile pour faciliter l'examen du projet, on rabattra le profil en long sur le plan. 6. Lorsqu'il s'agira du tracé d'une route, d'un canal ou d'un chemin de fer, le plan général devra présenter des deux côtés du tracé, et sur une largeur totale qui ne sera, pas en général, de moins d'un Kilomètre des rangées transversales de cotés de nivellement en nombre assez grand pour justifier complètement le choix de la direction proposée. Les chemins transversaux et, au besoin les limites de propriétés fourniront les directions naturelles pour ces nivellements. Ils seront compris autant que possible, entre des limites

Pièces à produire.	Échelle.	Prescriptions particulières.
		naturelles, telle que le flanc d'un coteau et une ligne de thalweg, ou le bord d'un cours d'eau
		2° Projets définitifs.
Plan général	On adoptera, suivant les cas, l'une des échelles suivantes : $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{2000}$, $\frac{1}{2500}$. $\frac{1}{5000}$ ou $\frac{1}{10.000}$ On fera usage, autant que possible, des plans du cadastre.	15. Les accidents du terrain seront toujours figurés sur le plan général, au moyen, soit de courbes horizontales, soit de hachures, soit de teintes conventionnelles. 16. Le plan général sera orienté, et la direction de chaque cours d'eau y sera indiquée par une ou plusieurs flèches. 17. On rapportera sur le plan général tous les points du profil en long, sans exception. Les rayons des arcs de cercle, et, pour les paraboles les rayons de courbure aux points de tangence ainsi qu'au sommet, seront cotés avec exactitude.

Copie et réduction des cartes et plans. — On a fréquemment besoin d'avoir plusieurs expéditions d'un même plan ou d'un même dessin : divers moyens sont employés pour se les procurer.

On peut placer sous l'original une ou plusieurs feuilles de papier, et piquer tous les points essentiels du dessin avec une pointe fine qui traverse les feuilles superposées sur lesquelles on achève facilement ensuite la reproduction. — Plus souvent, on se sert de papier calque qui constitue le mode le plus simple de reproduction ; mais il faut avoir soin de coller sur toile les dessins faits sur ces sortes de papier. — Parfois, on divise l'original et le papier qui doit recevoir la copie en un même nombre de petits carrés égaux par deux séries de droites se coupant à angle droit et servant de coordonnées à l'aide desquelles on rapporte les divers points de l'un sur l'autre.

Si l'échelle doit changer dans la copie ce dernier mode d'opérer est seul applicable : il faut seulement que les côtés des carrés de l'original et ceux de la copie soient dans le rapport voulu. De plus, toutes les longueurs prises au compas sur l'original doivent être reportées sur la copie en se trouvant modifiées dans le même rapport ; on se sert pour cela soit d'un compas, soit d'un angle de réduction.

Ce procédé est assez long, et on a imaginé un instrument qui permet d'arriver plus promptement au même but.

Pantographe. — Cet instrument n'est autre chose que l'assemblage de

quatre règles formant un parallélogramme articulé à ses sommets dont les côtés restent constants, mais dont les angles peuvent varier. Sur un côté, se trouve un pivot fixe autour duquel peut tourner tout le système, sur le second côté, est un calquoir qu'on promène sur le dessin ; sur le troisième côté est un crayon qui décrit la copie. Ces trois pièces une fois mises en ligne droite y restent toujours, comme il est facile de le reconnaître le calquoir et le crayon décrivent des figures semblables et qui sont dans un rapport égal à celui de leurs distances au pivot qu'on peut changer à volonté. Cet instrument permet de reproduire un dessin dans sa grandeur naturelle, de le diminuer ou de l'amplifier, il donne de très bons résultats, mais demande à être manié par un opérateur adroit et exercé.

Mode de représentation du terrain adopté dans le service des Ponts et Chaussées.

Quel que soit le perfectionnement qu'ait apporté, dans l'exécution des cartes topographiques, le mode de représentation du terrain exposé ci-dessus, il ne présente pas encore une précision suffisante, quand il s'agit d'évaluer des volumes de terre à déplacer. Il faut, en effet, que l'on puisse, dans ce cas, substituer à la surface réelle une surface géométrique d'une définition simple, et qui représente le terrain de la façon la plus exacte possible ; c'est ce que l'on n'obtiendrait pas avec les courbes horizontales. On complète donc dans ce cas, les indications du plan par un système de profils dont il y a lieu d'expliquer la disposition et l'usage.

Dans la construction des voies de communication, on n'a, en général, à considérer que des zones allongées. Un premier profil, levé suivant l'axe du projet, indique par ses cotes successives, tous les changements de pente du terrain suivant cette direction ; il représente l'intersection de ce terrain par la surface cylindrique verticale qui correspond à l'axe du projet. On l'appelle le profil en long. Puis, à chaque changement de pente indiqué par les cotes du profil en long, on prend un profil en travers, c'est-à-dire un profil qui, dans un plan vertical normal à la surface cylindrique comprenant le profil en long, qui donne également une cote à toutes les inflexions du terrain.

Si ces profils sont assez rapprochés, s'ils sont exactement raccordés au profil en long, on aura ainsi une suite de sections dans le terrain, très propres à le définir : on verra tout à l'heure comment.

Les profils dont il s'agit ne servent pas, comme dans le cas des cartes topographiques, à composer une représentation du terrain ; chacun d'eux est reproduit par un dessin.

Le profil en long se rapporte sur une feuille de papier qui le comprend dans tout son développement. Une ligne parallèle à la plus longue marge représente l'intersection de la surface cylindrique qui renferme l'axe du profil par la surface de niveau à laquelle le nivellement tout entier est rapporté. Des lignes perpendiculaires à cette ligne horizontale, et tracées, soit au-dessus, soit au-dessous d'elle, représentent les ordonnées verticales

de chaque point. L'extrémité de ces ordonnées est réunie par une ligne continue qui représente la section faite dans le terrain par la surface cylindrique verticale passant par l'axe du tracé.

Quant aux profils en travers, on les rapporte de la même manière. Ce sont de petits profils en long; et chacun d'eux a une cote qui lui est commune avec le profil en long.

On inscrit sur les lignes horizontales qui représentent le plan de nivellement, entre les ordonnées verticales, les distances qui séparent les divers points nivelés. Sur les ordonnées sont inscrites les cotes de hauteur.

Les échelles que l'on adopte pour l'établissement du profil en long et du profil en travers, sont très variables.

En ce qui concerne le profil en long, l'Avis du Conseil des Ponts et Chaussées, en date du 21 Vendémiaire an VIII avait fixé, pour l'échelle, un millimètre par mètre pour les longueurs, et un millimètre pour les hauteurs. On n'accusait pas ainsi d'une manière suffisamment apparente les changements d'inclinaison du terrain: on a donc été amené à prendre pour les hauteurs, une échelle plus grande que pour les longueurs; elle est aujourd'hui fixée au décuple.

Quant aux profils en travers, on a conservé l'échelle prescrite par l'instruction de l'an VIII. Elle est, pour les hauteurs, comme pour les longueurs, de 0m 005 par mètre, 1/200e.

Il ne sera pas inutile de donner, en ce qui concerne les profils, un extrait de la circulaire précitée du 14 Janvier 1850.

Pièces à produire.	Échelles.	Prescriptions particulières.
		1° Avant-projets.
Profil en long.		7. Le nivellement sera, autant que possible, rapporté au niveau de la mer.
Longueur.....	Celle du plan général.	
Hauteur.......	Décuple de celle des longueurs.	8. Les cotes de longueur seront inscrites sur deux lignes tracées au dessous du profil, parallèlement à la rive du papier. Sur la première ligne seront inscrites les longueurs partielles entre deux cotes consécutives de nivellement; sur la seconde, les mêmes longueurs cumulées à partir de l'origine. S'il s'agit d'un tracé de route ou de chemin de fer, on inscrira sur une troisième ligne la longueur et la déclivité de chaque pente ou rampe; s'il s'agit d'un projet de navigation, on y indiquera, au besoin, les distances entre les principaux ouvrages d'art.
		Pour les chemins de fer, on cotera sur une quatrième ligne

Pièces à produire.	Echelles.	Prescriptions particulières.
		les longueurs des alignements droits ainsi que les longueurs et les rayons des courbes. Enfin pour tous les projets, sur une ligne établie au dessus du profil, on indiquera la longueur du tracé dans la traversée de chaque commune. 9 La longueur du tracé sera divisée en Kilomètres; l'origine sera indiquée par un zéro et les extrémités des divers Kilomètres seront marquées par des chiffres romains. Chacune de ces divisions principales sera subdivisée en fractions exactes du Kilomètre, lesquelles seront numérotées en chiffres arabes. La longueur des entre-profils ainsi numérotés devra être constante dans toute l'étendue d'un même avant-projet. S'il est nécessaire d'établir des profils intermédiaires, on les placera, autant que possible, à des distances du profil normal qui précède immédiatement, exprimées par des nombres entiers, sans fraction de mètre, et on les désignera, par le numéro de ce profil normal, auquel on ajoutera les indices a, b, c, etc...... 10 Le profil en long indiquera toujours la coupe du terrain par un simple trait noir. Les lignes du projet seront tracées en rouge. Les surfaces de remblai seront lavées en rouge et celles de déblai en jaune. Les cotes de remblai et de déblai seront inscrites en rouge et placées, celles de remblai immédiatement au dessus, et celles de déblai immédiatement au-dessous de la ligne du terrain excepté sur les points où cette ligne se trouvera très-rapprochée de celle du projet, auquel cas les cotes devront être inscrites, au dessus des deux lignes à la fois, s'il y a remblai et au dessous, s'il y a lieu. 12 Lorsqu'il y aura lieu de comparer plusieurs tracés, les nivellements respectifs de ces tracés, entre les mêmes points du plan, seront ou superposés ou placés les uns au dessus des autres, mais toujours sur une même feuille. On emploiera pour les lignes et écritures relatives à chaque tracé la couleur qui aura été affectée à ce tracé sur le plan.

Pièces à produire.	Échelles.	Prescriptions particulières.
Profils en travers.	$\frac{1}{200^e}$ pour les longueurs et pour les hauteurs.	13 Les profils en travers comprendront une étendue au moins double de celle du terrain à occuper. La cote prise sur l'axe sera distinguée des autres par l'emploi d'un caractère spécial ou plus prononcé. Cette cote sera la même que celle du profil en long. Les cotes des profils en travers et celle du profil en long appartiendront toujours à un même plan général de comparaison; seulement pour ne pas avoir de trop longues ordonnées, on pourra rapporter ces profils à une ligne passant à un certain nombre de mètres au dessus ou au-dessous du plan de comparaison, mais en laissant les cotes telles qu'elles doivent être pour indiquer les hauteurs prises par rapport à ce plan. 14 Tous les dessins seront cotés avec exactitude.
		II. Projets définitifs.
Profil en long.	La même que pour les avants-projets.	Comme aux N.os 7, 8, 9 et 10, en ajoutant que l'on indiquera sur le profil les sondages qui auront été faits, notamment sur l'emplacement des tranchées et des remblais d'une certaine hauteur ainsi que dans le lit des rivières, pour les projets des ponts ou des travaux de navigation.
Profils en travers.	La même que pour celle des avant-projets.	Comme au N.° 13, en y ajoutant seulement que l'on mettra, en tête du cahier des profils en travers, les profils types de la route, du canal ou du chemin de fer à exécuter.

Les diverses sections du terrain, ainsi définies par une ligne polygonale différant le moins possible de la ligne courbe et ondulée de ce terrain, il reste à définir la surface comprise entre ces diverses sections. — Pour fixer la forme de cette surface, on l'a considérée comme se confondant entre deux profils consécutifs avec la surface gauche engendrée par une droite s'appuyant sur ces deux profils, et parcourant, dans son mouvement générateur sur les côtés correspondants des directions polygonales, des espaces proportionnels.

On voit que l'on obtiendra, par un tel mode, des résultats d'autant plus exacts qu'on aura choisi plus judicieusement la position des profils transversaux, qu'on aura multiplié davantage ces profils, et qu'on les aura définis eux-mêmes par un plus grand nombre de points convenablement déterminés.

On voit de plus que, par ce mode de représentation, on pourra toujours remplacer une surface irrégulière, et qui ne serait pas susceptible d'être géométriquement définie par un plus ou moins grand nombre de surfaces réglées gauches ou planes. Il sera d'ailleurs toujours possible de définir de la même manière les nouvelles formes, superficielles à substituer aux formes naturelles, pour l'exécution du projet. C'est en conséquence à la géométrie ordinaire qu'il appartiendra de résoudre, avec le degré d'exactitude que comporteront d'une part la précision des opérations faites sur le terrain, d'autre part le temps qu'on voudra consacrer aux calculs, un des problèmes importants qui se représentent constamment dans la rédaction des projets des voies de communication de toute espèce, et qui consiste à évaluer les masses qu'il faudra remuer pour apporter au relief du sol les modifications projetées.

On voit, en effet, d'après ce que nous venons dire, que la solution de ce problème revient à évaluer les volumes compris entre les surfaces gauches qui définissent le terrain naturel et les surfaces réglées, gauches ou planes, qui définissent les formes superficielles que l'on veut y substituer.

Cette solution est donnée par les méthodes de cubature, des déblais et remblais.

2. Cubature des déblais et remblais.

Il est aisé de reconnaître que, d'après la nature du système de génération des surfaces limitatives que nous venons d'adopter pour représenter le relief du sol naturel et celui du projet ; les volumes à évaluer pourront toujours se décomposer en un plus ou moins grand nombre de prismes terminés latéralement par des plans verticaux, et, à leurs bases inférieures ou supérieures, par des surfaces réglées planes ou gauches.

Or, chacun de ces prismes, (Fig. 182) pourra être décomposé par un plan perpendiculaire à ses arêtes, en deux prismes droits dont une des bases serait plane et horizontale, l'autre base seule étant gauche. C'est donc à la cubature d'un pareil solide que le problème se réduit.

Soient (Pl. 37, Fig. 183) A'B'C'D' la surface inférieure plane et horizontale, BC et AD ou AB et CD les directrices de la surface gauche supérieure : On sait que la surface gauche sera la même, que l'on choisisse pour la génération de la surface ABCD l'un ou l'autre de ces systèmes de lignes.

Concevons deux plans passant par BCD et BAD : ils se coupent suivant BD. De même, deux autres, passant par ADC et ABC se couperont suivant AC. Ces lignes BD, AC ne couperont point la surface gauche, puisque les plans dont elles sont les intersections ne la coupent pas ; elles ne seront pas sur cette surface, puisque les génératrices sont les seules droites qui puissent s'y appliquer ; elles seront donc au-dessus ou au-dessous, et si l'une AC, est au-dessous, l'autre BD sera au-dessus ; dans cette hypothèse la somme des deux prismes AA'D'C'D, AA'B'C'CB correspondants à AC sera plus petite que le volume cherché ; la somme des deux prismes correspondants à BD sera plus grande, et le

volume cherché sera précisément la moyenne entre les deux sommes.

En effet, considérons le tétraèdre $ABCD$ qui est la différence de ces deux sommes; par un point quelconque I menons un plan parallèle aux deux droites AB, CD; ce plan détermine dans les plans supérieurs des prismes deux intersections $I'''I''$ et II' parallèles à DC, et deux autres $I'I''$ et II''' parallèles à AB; donc la figure $II'I''I'''$ est un parallélogramme. On voit d'ailleurs facilement que $DI : CI'' :: DA : CB$; donc la diagonale II'' du parallélogramme est une génératrice de la surface gauche. Il en serait de même pour tout parallélogramme obtenu de la même manière. Donc, la surface gauche divise en deux parties égales le tétraèdre $ABCD$; donc pour avoir le volume Σ cherché, il suffit d'ajouter à la somme S des prismes inférieurs, la moitié du tétraèdre T ou de retrancher cette même quantité de la somme S' des prismes supérieurs.

$$\Sigma = S - \frac{1}{2}T, \quad \Sigma = S + \frac{1}{2}T \qquad \text{d'où } \Sigma = \frac{S+S'}{2}$$

ce qu'il fallait démontrer.

Soient h', h'', h''', h^{iv}, les hauteurs des quatre arêtes du solide, et B', B'', B''', B^{iv}, les surfaces des triangles servant de base aux quatre prismes que nous avons considérés dans l'avant-dernier paragraphe, B ayant, pour un quelconque des quatre triangles, l'indice qui ne se reproduit pas dans les indices des valeurs de h appliquées aux arêtes verticales correspondant à ce triangle.

Si dans l'équation $\Sigma = \frac{S+S'}{2}$ on exprime S et S' en fonction de ces hauteurs et de ces bases, on obtiendra la formule générale du volume cherché, de laquelle on déduira ensuite aisément toutes les expressions applicables aux formes particulières de ce volume.

1° Cas général : solide ayant une base quadrilatère quelconque.

$$\Sigma = \frac{1}{2}\left\{\frac{B'(h''+h'''+h^{iv})}{3} + \frac{B''(h'+h'''+h^{iv})}{3} + \frac{B'''(h'+h''+h^{iv})}{3} + \frac{B^{iv}(h'+h''+h''')}{3}\right\} \ldots (A)$$

2° Base trapézoïdale.

On suppose le plan des arêtes h' et h'' parallèle à celui des arêtes h''' et h^{iv}. Dans la formule A il faut faire $B'=B''$ et $B'''=B^{iv}$, ce qui donne

$$\Sigma = \frac{B'(h'+h''+2h'''+2h^{iv})}{6} + \frac{B'''(h'''+h^{iv}+2h'+2h'')}{6} \ldots\ldots (B)$$

Si l'on désigne par l la plus courte distance comprise entre les deux côtés parallèles de la base et par $b'_{''}, b'''_{iv}$, les longueurs mêmes des côtés de celle-ci auxquels correspondent les arêtes h', h'' et h''', h^{iv}, cette formule pourra s'écrire ainsi :

$$\Sigma = \frac{b'''_{iv}\,l}{2}\;\frac{h'+h''+2h'''+2h^{iv}}{6} + \frac{b'_{''}\,l}{2}\;\frac{h'''+h^{iv}+2h'+2h''}{6} \ldots (B')$$

3° Base rectangulaire.

Si on nomme b la base du rectangle, il faut dans la formule (B') faire $b'''_{iv} = b'_{''} = b$, et l'on obtient ainsi :

$$\Sigma = bl\;\frac{h'+h''+h'''+h^{iv}}{4} \ldots\ldots (C)$$

4° Base triangulaire.

Si on appelle b la base du triangle h', h'' et h''' les arêtes correspondantes à chacun de ses sommets,

Il faut, dans la formule (B'), faire $b'''_{IV}=0$, $b'_{II}=b$, $h'''=h^{IV}$, et l'on trouve :

$$\Sigma = \frac{bl}{2}\;\frac{h'+h''+h'''}{3}\;.\;.\;.\;.\;.\;D$$

5°. Base triangulaire, deux des arêtes étant nulles, ce qui donne un tétraèdre.

Si l'on appelle h l'arête qui n'est point nulle, il suffit de faire dans la formule (D), $h'=h$, $h''=0$, $h'''=0$, ce qui conduit à

$$\Sigma = \frac{bl}{2}\cdot\frac{h}{3}\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(E)$$

Méthodes approximatives.

Ces formules suffisent pour tous les cas de cubature des travaux de terrasses. Mais leur application devant conduire, en général, comme on le verra plus tard, à des calculs fort longs et fort compliqués, on a cherché des méthodes plus expéditives donnant des résultats suffisamment approchés.

Méthode d'évaluation par la moyenne des aires extrêmes. – La première à laquelle on a dû songer, a été celle de l'évaluation des cubes par le calcul de moyennes de longueurs ou de surfaces.

Ainsi, par exemple, dans le cas qui se présente le plus ordinairement, celui d'un solide, terminé latéralement par deux plans verticaux parallèles, on a déterminé l'aire de chacune des surfaces parallèles; et, multipliant la demi-somme de ces aires par la distance comprise entre leurs plans, on a admis que ce cube était le cube cherché.

Il est facile de voir que, quand la base horizontale du solide est un rectangle, ce calcul est exact; mais qu'il devient généralement fautif quand la base, ainsi que cela a lieu le plus généralement, est un trapèze.

Ce mode de calcul donne en effet, pour formule générale :

$$\Sigma = \frac{b'''_{IV}\,l\,\frac{h'''+h^{IV}}{2} + b'_{II}\,l\,\frac{h'+h''}{2}}{2}$$

en nommant b'_{II} et b'''_{IV} les côtés parallèles de la base, l leur distance et $\frac{h'+h''}{2}$, $\frac{h'''+h^{IV}}{2}$ les hauteurs moyennes correspondantes dans les aires des deux surfaces parallèles.

Or, cette formule se confond avec la formule (C), quand $b'_{II}=b'''_{IV}=b$, c'est-à-dire quand la base est un rectangle, cas auquel convient la formule (C); et, sauf un cas qui va être indiqué ci-après, elle ne se confond pas, quand la base est un trapèze, avec la formule (B) qui est alors applicable.

Dans ce dernier cas, la différence D entre la formule (F) et la formule (B') est

$$D = \frac{l}{2}\left\{\frac{h+h''-(h'''+h^{IV})}{6}\right\}(b'''_{IV}-b'_{II})$$

On voit que cette différence devient nulle quand $b'''_{IV}=b'_{II}$, ce que nous savions déjà; mais que, de plus, elle s'annule également quand la hauteur moyenne des aires est

la même dans les surfaces latérales parallèles.

Cela tient à ce que, quand la hauteur moyenne ou la largeur des deux surfaces parallèles reste la même (Fig. 184), toutes les aires des sections déterminées dans le solide, parallèlement à ces surfaces, varient comme les premières puissances des nombre représentant les distances de ces sections à un même point fixe, tandis que, dans le cas contraire, elles varient suivant une loi plus compliquée.

Dans la première hypothèse, le produit de la moyenne des aires extrêmes par la distance qui les sépare, ou le produit de cette distance par l'aire de la section moyenne, ou l'application de la formule (B') donnent des résultats absolument identiques.

Dans le second cas, la méthode de la moyenne des aires mène à des valeurs qui peuvent être assez éloignées des cubes exacts.

Méthode d'évaluation par l'aire de la section moyenne. — Dans le 5e cahier des Annales des Ponts et Chaussées, de 1836, M. de Noël a proposé de substituer à cette méthode une méthode consistant à prendre pour expression du volume d'un entreprofil, le produit de la longueur de cet entreprofil; par l'aire de la section moyenne.

Dans ce cas, la base de cette section sera $\frac{b'_{II}+b'''_{IV}}{2}$

La hauteur sera $\frac{h'+h''+h'''+h^{IV}}{4}$

Et on aura pour le volume

$$\Sigma = l\,\frac{b'_{II}+b'''_{IV}}{2}\left\{\frac{h'+h''+h'''+h^{IV}}{4}\right\} \ldots\ldots\ldots (G)$$

Si on cherche la différence entre les résultats donnés par cette formule (G) et ceux donnés par la formule exacte (B'), on obtient, en appelant D' cette différence,

$$D' = \frac{l}{2}\left\{\frac{(h'+h'')-(h'''+h^{IV})}{12}\right\}(b'_{II}-b'''_{IV})$$

Si on compare cette valeur de D' avec la valeur précédemment trouvée pour D; on voit qu'elle est de signe contraire; l'une de ces valeurs est donc trop grande, l'autre trop petite, mais on remarquera que, dans le second cas, l'erreur est moitié de ce qu'elle est dans le premier.

On voit d'ailleurs que, pour les deux cas, l'erreur devient nulle, dans les mêmes circonstances.

Pour représenter aux yeux la différence des résultats comparatifs que peuvent donner les précédentes méthodes, dans le cas, où ni les largeurs, ni les moyennes de hauteurs des aires extrêmes ne sont les mêmes, nous appliquerons ces trois modes d'évaluation à un cas particulier.

Soient a et a' les côtés de deux carrés formant les surfaces parallèles du solide et l la distance entre ces deux surfaces; on aura pour le volume :

1° Suivant la méthode exacte . . . . $(a^2+aa'+a'^2)\,\frac{l}{3}$
2° Suivant la méthode de la moyenne des aires . . . . $\frac{a^2+a'^2}{2}\,l$
3° Suivant la méthode de l'aire moyenne . . . . $\left(\frac{a+a'}{2}\right)^2 l$

Si l'on pose $a' = a + K$, que l'on développe et que l'on réduise, il viendra :

1°. Méthode exacte . . . . $(a^2 + aK + \frac{K^2}{3})\,l$.

2°. Méthode de la moyenne des aires . . . . $(a^2 + aK + \frac{K^2}{2})\,l$.

3°. Méthode de l'aire moyenne . . . . $(a^2 + aK + \frac{K^2}{4})\,l$.

Construisons géométriquement (Fig. 185) les termes de la valeur exacte : $a^2 l$ représentera le parallélipipède construit sur le petit carré ; le terme aKl les deux prismes triangulaires appliqués latéralement sur deux faces longitudinales du parallélipipède et le terme $\frac{K^2 l}{3}$ la petite pyramide intercalée entre les deux prismes.

L'erreur est de la moitié du volume de cette petite pyramide $\frac{K^2 l}{6}$ dans le cas de la moyenne des aires, et du quart du même volume $\frac{K^2 l}{12}$ dans le cas de la méthode de M. de Noël.

Ce qui précède étant bien compris, nous pouvons passer à l'application des deux méthodes généralement employées.

Quand, dans les dispositions d'un projet la surface du terrain naturel est au-dessus de la surface qu'il s'agit de lui substituer, il faut, pour l'exécution du projet, enlever le volume de terre compris entre les deux surfaces. On dit, en pareil cas, que le projet est en déblai ; et le volume à enveler s'appelle volume de déblai.

Quand, au contraire, la surface du terrain est au-dessous de la surface qu'il s'agit de lui substituer, il faut pour l'exécution du projet, rapporter sur le terrain naturel le cube de terres nécessaires pour combler le vide existant entre les deux surfaces. On dit alors que le projet est en remblai et le volume à rapporter s'appelle volume de remblai.

L'application que nous nous proposons, revient donc à déterminer les cubes de déblais et de remblais à effectuer pour donner au terrain naturel, défini comme nous l'avons supposé dans une précédente leçon, les formes qui conviennent à une voie de communication projetée, route, canal, &ª.

Application générale de la méthode dite exacte. — Supposons qu'il s'agisse d'une route.

Dans le cours de construction de routes, on détaillera les considérations d'ordres divers d'après lesquels se fixent le profil longitudinal et le profil transversal d'une pareille voie de communication. Pour le moment, nous admettrons que ce profil longitudinal, c'est-à-dire le profil suivant l'axe qu'aura la route après sa construction, aussi bien que la forme du profil transversal, soit pour le cas de déblai, soit pour le cas de remblai, ont été préalablement arrêtés.

Soit $A, B, C, \ldots\ldots N$, (Pl. 38, Fig. 186.) le profil longitudinal du terrain naturel suivant l'axe du tracé de la route $A_2 B_2 C_2 \ldots\ldots N_2$ le profil longitudinal adopté pour la route à construire.

Ces deux lignes sont les développements des intersections déterminées par un même cylindre vertical sur le terrain naturel et la surface de la route projetée. La première se représente ordinairement à l'encre noire, et les cotes qui la déterminent s'appelleront, par abréviation, cotes noires, la seconde se représente à l'encre rouge, ainsi que les

..ces qui y sont relatives, et ces cotes s'appellent cotes rouges. Il en est de même des cotes de tous les points à considérer sur le terrain naturel ou sur le terrain modifié. Il faut dire, toutefois, qu'on attribue plus particulièrement le nom de cotes rouges aux différences des cotes noires et des cotes rouges (définies comme nous venons de le dire), qui correspondent à un même point de projection horizontale; c'est-à-dire, en d'autres termes, aux longueurs des arêtes verticales des solides de déblai et remblai, longueurs que nous avons désignées dans les formules des paragraphes précédents par h', h'', h''', h^{IV}.

Soient de plus $a\,b\,c$ .... n (Fig. 187) la projection horizontale de la partie de tracé correspondante à la portion du profil longitudinal ABC..... N et (Pl. 39, Fig. 189) $A'_1 A''_1 A, A'''_1 A^{IV}_1$, $B'_1 B''_1 B, B'''_1 B^{IV}_1$, $C'_1 C_1 C''_1$........ $N'_1 N''_1 N^2_1 N_1 N'''_1$ les profils transversaux au moyen desquels sont représentées les formes naturelles du terrain sur une certaine largeur à droite et à gauche du profil longitudinal.

Ces profils, dont l'emplacement est indiqué par les lignes $a'a''$ $b'b''$ $C'C''$..... $n'n''$ sur le plan (Fig. 187) où se trouve marquée la projection horizontale du tracé, sont supposés pris perpendiculairement à l'axe du tracé, et à des distances ab, bc, cd,..... .. les uns des autres, déterminées de telle manière que la représentation du terrain par une série de surfaces gauches s'appuyant sur ces lignes directrices, soit d'une exactitude suffisamment approchée.

Dans la figure 186 la ligne $ABCDE$.... N représente la ligne $abcde$.... n de la projection horizontale (Fig. 187) rectifiée, et les lignes $A'A^{IV}$, $B'B'''$, $C'C''$,.... $N'N'''$ (Fig. 189), les tracés $a'a''$, $b'b''$, $c'c''$.... $n'n''$ des profils transversaux sur le plan horizontal, tracés autour desquelles on suppose que ces profils ont fait une révolution de 90° pour se rabattre sur le plan. Lorsque les distances horizontales comprises entre les profils et les ordonnées d'un même profil, et les longueurs des ordonnées elles mêmes y sont rigoureusement rapportées dans leurs véritables dimensions réduites à l'échelle (a), une figure de cette espèce représente donc à la fois les deux projections verticale et horizontale de chacun des points qui servent à définir soit la surface du terrain naturel, soit la surface du projet. Dans les explications qui vont suivre, c'est toujours par l'indication simultanée des projections horizontale et verticale d'une ligne faisant partie d'un profil transversal que nous désignerons cette ligne elle même.

Tout ce qui précède et tout ce qui suit est du reste complètement indépendant de la nature de la voie de communication projetée; une seule chose varie de l'une

---

(a) Pour ménager l'espace, on se dispense ordinairement de rapporter sur le papier les distances comprises entre les profils et les ordonnées des profils même dans leur véritable grandeur réduite; on n'altère en rien l'exactitude d'un profil en diminuant toutes les ordonnées de ce profil d'une même quantité; et les opérations graphiques relatives aux lignes de passage dont il sera question un peu plus loin se peuvent faire également, de quelque manière qu'on ait réduit, en les rapportant, les distances entre les profils; pourvu qu'on se rappelle que ces opérations ne donnent plus alors que des résultats superficiels.

à l'autre, c'est la configuration du profil en travers; ainsi dans la (Pl. 39) les profils (Fig. 189) sont relatifs à une route ou à un chemin de fer, les profils (Fig. 190) sont relatifs à un canal, mais les raisonnements et les méthodes sur lesquelles sont fondées les calculs de terrassements s'appliquent indifféremment à toutes les voies et à tous les profils.

Le profil transversal des voies de communication n'est pas ordinairement le même dans le cas de déblai et dans le cas de remblai. — Nous supposerons que l'on adopte les profils indiqués (Fig. 188) pour les divers cas qui se pourront présenter.

Ce qui précède étant posé, on concevra sans peine que l'on puisse sur les profils où se trouve représenté le terrain (Fig. 189), tracer, à la hauteur indiquée par les cotes du profil en long les profils transversaux de la voie de communication projetée. Ce dessin fait, le calcul des cotes rouges des profils en travers ne présente aucune difficulté, celle sur l'axe étant connue, et les lignes du terrain et du projet étant bien déterminées. Mais on a de plus besoin de connaître, pour chaque profil, la distance de l'axe à laquelle a lieu la rencontre du talus $\underline{ac}$ la route avec le terrain naturel $\underline{bc}$ (Fig. 188). La distance $\underline{on}$ est connue et résulte du gabarit adopté pour la route; la distance $\underline{mn}$ à obtenir, se calcule d'après une règle fort simple et qui ne souffre pas d'exception. En désignant par t et t' les pentes par mètre du talus et du terrain, on aura $\underline{mn} = \frac{ab}{t-t'}$ si les deux pentes sont dans le même sens, et $m'n' = \frac{a'b'}{t-t'}$ si ces pentes sont en sens inverse.

Le relief du terrain naturel et celui de la route à construire, se trouvant ainsi parfaitement définis, il s'agira d'appliquer les méthodes enseignées précédemment au calcul des déblais et des remblais que comporte l'exécution du projet.

Considérons les volumes compris dans un entreprofil quelconque, et faisons voir que l'on peut toujours diviser cet entreprofil en un certain nombre de solides rentrant tous dans la catégorie de ce que nous savons cuber.

Cette division se fera au moyen de plans verticaux perpendiculaires aux profils.

Soit (Pl. 40, Fig. 191) $h''H''$ la projection horizontale de l'axe de la route dans l'étendue d'un entreprofil et $i'h'K'$, $I'H'K'$ les projections des profils transversaux extrêmes de cet entreprofil, déterminés, le premier par les cotes noires $i'i''$, $h'h''$, $K'K''$ et par les distances horizontales $i''h''$, $h''K''$; le second par les cotes noires $I'I''$, $H'H''$, $K'K''$ et par les distances horizontales $I''H''$, $H''K''$.

Soient aussi tracés à des hauteurs déterminées par les cotes rouges du profil longitudinal, les profils transversaux de la route $m\,n\,o\,p\,q\,r\,s\,t$, $MNOPQRST$. Dans le cas supposé, nous sommes en déblai sur l'axe dans chacun des profils.

Occupons nous d'abord de la partie à gauche de l'axe où les déblais se correspondent.

Nous avons pour le terrain naturel une première surface gauche engendrée par une droite se mouvant sur $i'h'$, $i''h''$ ($h'K'$, $h''K''$) en restant parallèle au plan vertical passant sur l'axe; cette première surface gauche s'arrête à la génératrice ($h'H'$, $h''H''$)

à partir de laquelle les directrices deviennent $(h'K', h''K'')$ et $(H'K', H''K'')$.

La première surface gauche est coupée par le talus $m\,n\,MN$ du fossé suivant une ligne qui, ainsi que toutes les lignes analogues résultant de l'intersection des surfaces du terrain par les surfaces du projet, s'appelle ligne de passage et est tracée habituellement à l'encre bleue sur le plan. Les lignes de passage sont des courbes de nature hyperbolique, mais, vu leur très faible courbure, on les considère comme des lignes droites, de telle sorte que pour déterminer chacune d'elles, on se contente d'en trouver deux points. Dans le cas qui nous occupe, la ligne de passage sera donc immédiatement connue ; puisque nous en avons un premier point (m, m') dans le premier profil, et un deuxième point (M, M'') dans le deuxième profil, cette ligne est donc $(m\,M\,m\,M$

Maintenant, si on prend pour règle de mener un plan vertical de division toutes les fois qu'on rencontrera discontinuité de surface, soit dans le terrain naturel, soit dans le projet, il faudra mener un tel plan par $n''N''$ et l'on obtiendra ainsi un premier solide projeté sur le trapèze $m''M''n''N''$ et ayant pour arêtes verticales les cotes rouges $n\,n'\,N\,N'$ les deux autres étant nulles : les formules précédemment données, mettent à même d'en calculer immédiatement le volume.

Puis, on aura un second solide projeté sur le rectangle $n''N''\ O''o''$ et ayant pour arêtes verticales, les cotes rouges nn', NN', OO', oo' : pour celui-là, et pour tous les suivants qui sont également projetés sur des rectangles $o''O''P''p''$ ..... jusqu'à $A''a''$, on pourra employer soit la méthode exacte, soit la méthode expéditive qui est exacte alors et même, on pourra prendre l'aire totale du premier profil depuis $n\,n'$ jusqu'à $a\,a'$, et l'aire totale du deuxième profil depuis $N\,N'$ jusqu'à A' et appliquer la méthode expéditive à l'évaluation en bloc de tous ces solides partiels.

A partir du point $(A'A'')$ c'est un remblai dans le deuxième profil qui correspond à un déblai dans le premier ; et dès lors il faut chercher les lignes de passage limitatives du déblai et du remblai

Il y a divers moyens de déterminer ces lignes.

1° Un premier procédé est également susceptible d'être considéré comme procédé graphique et comme procédé par calcul : appliquons-le à la recherche du point de passage situé sur les génératrices $q\,Q$, $q'\,Q_1$.

Un plan vertical passant par $q''Q''$ coupe la surface gauche suivant une génératrice rectiligne qu'on peut facilement rabattre en $q'_1\,Q'_1$ en prenant $q''q'_1 = q'$ et $Q''Q'_1 = Q''Q'$. Il coupe le plan de la route suivant une droite qu'on rabat tout aussi facilement en prenant $q''q_1 = q''q$ et $Q''Q_1 = Q''Q$ et menant q_1Q_1. Le point α d'intersecti[on] des deux rabattements, ramené en α' est le point de passage cherché. donc $A''\alpha'$ e[st] la ligne de passage.

On voit facilement ici pourquoi on a choisi le point α' situé sur $q''Q''$, c'est que ce même point appartient aussi à la ligne de passage suivante correspondante au talus $q\,r$, QR du fossé.

Si on veut déterminer le point par le calcul, il suffit de calculer l

distance $\alpha' q''$. Or, en menant $Q'_1 \pi$ parallèle à $Q_1 q_1$, on a :

$$Q'_1 \pi : \alpha q_1 :: q'_1 \pi : q_1 q'_1$$

Ou bien en appelant x la distance cherchée, l la distance des deux profils, h la cote rouge $qq = q_1 q'_1$ et h' la cote rouge $QQ' = Q_1 Q'_1$

$$l : x :: h + h' : h, \text{ d'où } x = \frac{lh}{h+h'}$$

En prenant $Q''_1 \alpha'$ pour inconnue, on trouverait de même $x' = l \frac{h'}{h+h'}$

Ce sont là des formules très-simples qu'on a l'occassion d'appliquer dans un très grand nombre de cas.

2° On peut encore arriver à la détermination des points de passage à l'aide des pentes de chacune des génératrices que l'on considère.

Il est clair effectivement que si l'on envisage la cote rouge $Q_1 Q'_1 = QQ' = h$ et les deux droites $Q\alpha$ $Q'\alpha$ partant de chacune des extrémités de cette cote pour se rencontrer à une distance x de $Q_1 Q'_1$, on aura, en appelant r et r' les inclinaisons sur l'horizontale, positives ou négatives des deux droites $Q_1 \alpha$ et $Q'\alpha$;

$$h' = r'x' - rx', \text{ d'où l'on tire } x' = \frac{h'}{r'-r}$$

D'après cette formule il est clair que l'on a de même $x = \frac{h}{r'-r}$

Si l'on prend garde, comme il convient, aux signes respectifs de r et r', il est facile de voir que les expressions de x et de x' sont égales à celles auxquelles on est arrivé dans le paragraphe précédent.

Revenons à la division de nos solides.

Quand, dans un profil, on a un fossé, et quand dans le profil en regard on a un talus, on suppose le fossé prolongé dans la longueur de l'entreprofil jusqu'à sa rencontre avec le terrain naturel. — Figurons donc le fossé dans le deuxième profil par les lignes $QRSE$ et cherchons à déterminer les lignes suivant lesquelles les surfaces qui s'appuient sur les contours $qrst$, $QRSE$, viennent couper la surface gauche représentant le terrain. Il suffit pour cela de fixer les points où les arêtes du fossé qQ, rR, sS, tE, viennent rencontrer cette surface gauche. Or, α' est le point déjà précédemment déterminé où l'arête qQ vient rencontrer la surface du terrain naturel ; les points β', γ' situés sur les deux arêtes qui limitent le fond du fossé, se trouvent par les procédés qui ont été indiqués pour la détermination du point α'. — Quant au point t'', il se déduit immédiatement de la position du point t. — Ainsi $A''\alpha'\beta'\gamma't''$ sera la ligne limitative des déblais, et il ne reste plus à trouver, pour avoir le cube total des déblais que le volume de solides correspondants ; volume facile à calculer, car ces solides ont respectivement pour bases les trapèzes $a''A''\alpha'q''$, $q''\alpha'\beta'r''$, $r''\beta'\gamma'S''$ et le triangle $s''\gamma't''$ et leurs arêtes verticales sont connues, deux d'entre elles étant au nombre des cotes rouges du premier profil, et les deux autres étant nulles.

Il nous reste à parler des solides correspondant au remblai. La succession d'un talus à un fossé demande un certain raccordement. Pour éviter l'obstruction partielle du fossé qui résulterait de la différence d'inclinaison des talus de déblai et de remblai dont

l'un est à 45° et l'autre à 3 de base pour deux de hauteur, on supposera, selon ce qui se pratique ordinairement, que ce raccordement est effectué par une surface gauche engendrée par une droite assujettie à rester constamment parallèle au plan vertical h″H″ et à s'appuyer, en outre, dans toutes ses positions, sur la directrice (QT, Q″T″) et sur une ligne brisée dont les projections sont, pour la première partie (α'6', QR) et pour la deuxième (6'T', RT).

Les droites limitatives du remblai, sont, en conséquence, en projection horizontale α'6' et 6'T″.

Pour la cubature de ce remblai, trois solides sont dès lors à considérer. Ces solides ayant respectivement pour base le triangle A″α'Q″ le trapèze Q″α'6'R″ et le triangle R″6'T″, et des arêtes verticales qui sont, ou nulles, ou données par les cotes rouges du 2e profil, leur volume se calculera sans difficulté.

Les opérations que nous venons d'appliquer à un entreprofil présentant un spécimen de tous les calculs à faire pour évaluer les déblais et remblais compris dans un nombre quelconque d'entreprofils, on est désormais en mesure de calculer, dans tous les cas, les volumes à déplacer, avec tout le degré d'exactitude que comportera la représentation du terrain par des surfaces gauches engendrées comme nous l'avons supposé précédemment.

Mais les calculs opérés par la méthode que nous venons d'appliquer sont extrêmement longs et pénibles, comme nous l'avons déjà dit plus haut : aussi, à moins qu'il ne s'agisse de déblais d'une nature très coûteuse, est-ce aux méthodes expéditives qu'on a recours généralement.

Application générale de la méthode de la moyenne des aires. – Nous avons déjà vu que quand il s'agit d'un solide dont la projection est un rectangle, la méthode de la moyenne des aires extrêmes donne un résultat exact.

Si dans l'étendue d'un entreprofil, les solides sont tous en déblai ou tous en remblai, et si en même temps, ils sont, dans leur ensemble, projetés horizontalement suivant un rectangle, il est clair qu'en prenant la moyenne de la somme des aires servant de base à ces solides dans les profils transversaux extrêmes, et en multipliant cette moyenne par la longueur de l'entreprofil, on aura encore un résultat exact.

Mais, si, dans les profils transversaux extrêmes, les largeurs du déblai ou du remblai ne sont pas les mêmes, l'application de la méthode devient fautive ; et le résultat que l'on obtient est plus grand que le résultat exact, d'une quantité équivalente à la moitié du volume des petites pyramides détachées de la masse totale par des plans verticaux, menés parallèlement à l'axe de l'entreprofil par les points extrêmes des aires des profils transversaux : ainsi, dans l'entreprofil de la planche 40, la méthode expéditive conduira à un cube excédant le cube réel du produit du triangle m bb' par le sixième de la longueur de l'entreprofil ; Il serait facile de calculer, et, par suite, d'éliminer cette erreur.

La méthode admet implicitement que les sections parallèles équidistantes faites dans un entreprofil en allant d'un profil extrême à l'autre, décroissent en proportion arithmétique (Pl. 41, Fig. 192) ; ou, en d'autres termes, elle suppose que si

l'on construit un trapèze dont les bases aient des longueurs proportionnelles aux aires des profils extrêmes et dont la hauteur égale la longueur de l'entreprofil, la longueur de toute parallèle aux bases du trapèze menée à une distance quelconque de la première base est proportionnelle à l'aire de la section faite dans l'entreprofil, à une distance correspondante du premier profil, et que, par conséquent, l'aire du trapèze a une valeur proportionnelle au volume de cet entreprofil.

L'extension de cette hypothèse au cas où, des deux surfaces extrêmes d'un entre-profil, l'une est en déblai et l'autre en remblai, entraîne à considérer dans ce cas, l'ensemble des solides de l'entreprofil, comme pouvant être représenté (Fig. 192.) par les aires de deux triangles opposés par le sommet et ayant pour bases des longueurs proportionnelles aux aires extrêmes de déblai et de remblai, et pour hauteurs, des longueurs proportionnelles à ces bases; l'aire d'un de ces triangles représentant le volume en déblai, et celle de l'autre, le volume en remblai.

Il est moins facile de préciser, en pareil cas, quelle est la limite des erreurs dans lesquelles on peut être induit par cette extension donnée à l'application du principe sur lequel repose la méthode.

Déterminons les formules qui sont la conséquence de ces hypothèses plus ou moins approchées de la vérité.

S'il s'agit d'un entreprofil (Fig. 194) dont les aires extrêmes D et D' ou R et R' soient toutes deux en déblai ou toutes deux en remblai, et dont la longueur soit l, on aura pour le volume.

$$\left(\frac{D+D'}{2}\right)l \quad \text{ou} \quad \left(\frac{R+R'}{2}\right)l$$

Si des aires extrêmes (Fig. 195,) l'une, D, est entièrement en déblai, et l'autre, R, entièrement en remblai, les volumes de déblai et de remblai seront respectivement :

$$\frac{D}{2}\cdot\frac{Dl}{D+R} = \frac{D^2}{D+R}\times\frac{l}{2}, \quad \text{et} \quad \frac{R}{2}\cdot\frac{Rl}{D+R} = \frac{R^2}{D+R}\times\frac{l}{2}$$

Mettons ces formules en regard.

Cas de deux profils en déblai . . . . $(D+D')\cdot\frac{l}{2}$

Cas de deux profils en remblai . . . . $(R+R')\cdot\frac{l}{2}$

Cas d'un profil en déblai correspondant à un profil en remblai . . . .
- déblai . . . $\frac{D^2}{(D+R)}\cdot\frac{l}{2}$
- remblai . . $\frac{R^2}{(D+R)}\cdot\frac{l}{2}$

Quand, dans un entreprofil, l'un ou l'autre, ou l'un et l'autre des deux profils extrêmes présentent à la fois des parties en déblai et des parties en remblai, on décompose le premier profil en parties entièrement en déblai ou en remblai correspondant à des parties de l'autre profil où il n'y ait également que du déblai ou du remblai, et l'on calcule les volumes partiels compris dans les subdivisions de l'entreprofil par

l'application des formules du paragraphe précédent.

Cette subdivision de l'entreprofil s'effectue d'ailleurs,

Soit (Fig. 196), en menant des plans verticaux perpendiculaires aux profils par chacun des points de passage du déblai au remblai ou du remblai au déblai dans l'un ou l'autre des profils,

Soit plus simplement, (Fig. 197) en prenant pour lignes séparatives des droites allant respectivement des points de passage d'un profil aux points de passage qui leur correspondent plus ou moins exactement dans l'autre profil.

Soit encore (Fig. 198), quand un profil entièrement en déblai ou entièrement en remblai se trouve en regard d'un profil partie en déblai et partie en remblai, en divisant le profil entièrement en déblai ou en remblai, en parties respectivement proportionnelles aux surfaces de déblai et de remblai qui sont en regard dans l'autre profil.

Ou enfin (Fig. 199), dans ce même cas, en combinant la surface entièrement en déblai ou en remblai d'un profil avec la partie de surface aussi en déblai ou en remblai de l'autre profil, et considérant la partie en remblai ou en déblai de ce dernier profil comme ayant, en regard sur l'autre profil, une aire de même nature, de superficie nulle.

Ces diverses manières d'opérer, qui comportent des degrés d'approximation différents, peuvent être tour à tour employées suivant les cas. Il convient de combiner leur usage de telle façon que sans donner lieu à des erreurs trop fortes, on conserve à la méthode de cubature, par la moyenne des aires, le caractère expéditif qui la distingue essentiellement. Le premier moyen est généralement le plus exact, et le dernier le plus prompt.

Lorsque, pour abréger le calcul des aires de déblai ou de remblai des profils, on se sert des tables dont il sera question ci-après, on obtient la valeur de ces aires sans connaître la figure qu'elles affectent et leur disposition sur les profils dont elles dépendent; on ne peut, dans ce cas, convenablement appliquer à l'évaluation des volumes correspondant à ces aires que le procédé indiqué en dernier lieu (Fig. 199). — Ce procédé qui est très prompt, revient, comme on le voit aisément, à multiplier séparément chaque aire d'un profil ou la somme des aires, soit de déblai, soit de remblai de ce profil, par la demi-somme des longueurs de l'entreprofil qui le précède et de l'entreprofil qui le suit: c'est ainsi qu'on opère toujours dans la pratique.

Application générale de la méthode de M. de Noël. — Nous avons vu que, quand il s'agit de cuber un solide unique, dont la projection horizontale est un trapèze, la méthode d'évaluation qui consiste à prendre pour expression du volume le produit de la distance des surfaces parallèles par l'aire de la section faite au milieu de la longueur du solide, donnait un résultat plus approché que la méthode expéditive généralement employée. Il serait donc à désirer que la première de ces méthodes fût substituée à la seconde, si elle n'avait point, à d'autres égards, de notables désavantages dans son application pratique.

D'abord, elle exige de plus longues opérations préalables, soit sur le terrain soit au cabinet, il faut, en effet, indépendamment du profil longitudinal et des profils transversaux qui sont toujours nécessaires pour définir la configuration du sol, déterminer directement ou par le calcul, le profil transversal correspondant au milieu de l'entreprofil.

En second lieu, elle est inapplicable dans son principe même toutes les fois qu'il s'agit d'un entreprofil dont les aires extrêmes sont, l'une en déblai, l'autre en remblai; dans cette circonstance, et dans le cas particulier d'une projection horizontale rectangulaire, l'aire de la section menée à égale distance des profils extrêmes, n'est pas la demi-somme, mais la demi-différence des aires extrêmes; on n'obtiendrait donc, dans ce cas particulier, et à peu de chose près dans le cas général dont il dépend, que la différence de volumes de déblai et de remblai, tandis qu'il est indispensable de connaître les valeurs absolues de l'un et de l'autre.

Nous pensons donc qu'on doit s'en tenir, quant à présent, à la méthode expéditive ordinairement en usage.

Tables de déblais et de remblais.

Quelque simplification qu'ait déjà apportée dans le métré des terrassements l'application des méthodes de cubature approximative dont il vient d'être parlé, ce métré est encore une opération longue et pénible toutes les fois qu'il s'agit d'un projet de route ou de chemin de fer de quelque importance. Plusieurs ingénieurs se sont préoccupés de cette difficulté, et divers procédés ont été successivement proposés pour éviter, soit le dessin de tous les profils en travers, soit le calcul de toutes les cotes rouges et de la surface de ces profils. Parmi tous ces procédés, le plus simple et le plus usité est l'emploi de tables de déblais et de remblais. Nous allons exposer sommairement les principes sur lesquels se fonde ce mode d'évaluation des terrasses.

C'est à M. Fourier, Ingénieur des Ponts et Chaussées, que l'on paraît devoir les premières tables de déblais et de remblais. Il les avait rédigées dans le but spécial de les appliquer au service d'une des divisions des routes stratégiques de l'Ouest, dont il était alors chargé. L'utilité de ces tables ayant été constatée, l'Administration des Travaux publics fit successivement dresser en 1835, 1836 et 1837, par M. Coriolis, cinq tables différentes s'appliquant aux largeurs de route 7, 8, 9, 10 et 12 mètres.

Voici une notion succincte du mode de calcul au moyen duquel ces tables ont été dressées:

Soit (Pl. 42, Fig. 200) m n q, q' n' m' le profil adopté pour la route à construire; le vide n q, q' n' étant destiné à recevoir la chaussée pavée ou empierrée, qui doit occuper la partie centrale. On a commencé par substituer à ce profil brisé, une droite horizontale pp', choisie de telle sorte que le déblai o q q' o' à faire au-dessus, soit égal aux remblais m n o p, m' n' o' p' à faire au-dessus et l'on a considéré les calculs comme devant s'appliquer à ce profil simplifié, suivant lequel s'effectuent d'abord les terrassements

qu'on complète ultérieurement par un petit remaniement qui sert à mettre en relief la forme de l'encaissement et des accotements de la route. On admet généralement que cette horizontale passe à la hauteur du bord extérieur des accotements, circonstance qui ne se présente qu'assez rarement; mais on peut évaluer la petite hauteur $mp = h$ dont l'accotement serait en remblai sur l'horizontale en question : on trouvera facilement $h = \frac{c[e-0{,}04a]-0{,}04a^2-0{,}01c^2}{2a+c}$,

a étant la largeur de chaque accotement supposé incliné à 0^{m},04 de pente par mètre, la chaussée ayant pour largeur c, pour épaisseur e, et un bombement de $\frac{1}{50}$e de sa largeur.

Cette formule suppose le fond de l'encaissement composé de deux lignes droites; si ce fond est curviligne, le dernier terme $\frac{c^2}{100}$ deviendrait $\frac{4}{3}\frac{c^2}{100}$.

En examinant les diverses valeurs que prend h suivant les valeurs qu'on est dans l'usage de donner à a, c et e, on reconnaît que h est presque toujours compris entre 0^{m},00 et 0^{m},05. L'hypothèse faite ci-dessus sur la position de l'horizontale pp' n'aurait donc d'autre résultat que de conduire à un fossé trop profond d'un très petit nombre de centimètres, ce qui ne peut avoir aucun inconvénient. Dans les cas extrêmement rares du reste, où se trouverait pour h une valeur négative, il faudrait, avant d'effectuer le petit remaniement destiné à reproduire le relief de la route, augmenter la profondeur du fossé de la valeur absolue de h, toujours très petite en pareil cas.

On a encore admis dans la confection des tables, que le profil du terrain pouvait être représenté, tant à droite qu'à gauche de l'axe, par une seule ligne droite plus ou moins inclinée à l'horizon : Cette hypothèse est presque toujours conforme à la réalité; elle est commode pour les calculs et se prête à un mode de levé fort simple pour les profils en travers: il suffit de donner un coup de niveau sur l'axe, et deux autres à 10^{m} du premier, de part et d'autre de l'axe; en prenant les différences de la première cote aux deux autres et y reculant la virgule d'un rang, on obtiendra sans calcul les pentes des deux lignes qui définissent le terrain.

Cela posé, il est facile de calculer la surface de chaque demi-profil en fonction des constantes qui déterminent le profil de la route et des deux variables $\underline{y}$, cote rouge sur l'axe, et $\underline{x}$ pente transversale du terrain. Mais une seule formule ne peut suffire, car $\underline{y}$ peut être en déblai ou en remblai, $\underline{x}$ en pente ou en rampe; de là, quatre cas principaux qui se subdivisent eux-mêmes en plusieurs autres et conduisent à neuf systèmes de formules renfermées dans le tableau ci-contre.

Dans ce tableau, l, l', l'', h, f ont la signification indiquée par la figure 201; t et t' représentent l'inclinaison des talus de déblai et de remblai; F est la surface du fossé au-dessous de l'horizontale du profil; D et R sont les surfaces de déblai ou de remblai de chaque demi-profil; L la largeur prise par la route à droite ou à gauche de l'axe, document qui n'est pas donné par les tables et sur lequel on reviendra bientôt.

Examinons rapidement, dans l'ordre où ils figurent sur le tableau, les divers cas qui peuvent se présenter, et remarquons tout d'abord que lorsque le déblai à creuser pour ouvrir le fossé se réduirait à un triangle, on admet que le fossé est supprimé et remplacé par un talus de remblai.

	Inégalités caractéristiques	Nos des cas	Superficies de remblai	Superficies de déblai	Largeur des demi-profils
y en déblai, x en rampe		1	$R = 0$	$D = \frac{(l''t+y)^2}{2(t-x)} - \frac{l''^2t}{2} - F$	$L = \frac{l''t+y}{t-x}$
y en déblai, x en pente	$y \geqq lx$	2	$R = 0$	$D = \frac{(l''t+y)^2}{2(t+x)} - \frac{l''^2t}{2} + F$	$L = \frac{l''t+y}{t+x}$ (cas 2 et 3)
	$y < lx$, $y+h > (l'+f)x$	3	$R = \frac{(lt-y)^2}{2(t-x)} + \frac{y^2}{2x} - \frac{l^2t}{2}$	$D = \frac{(l''t+y)^2}{2(t+x)} - \frac{l''^2t}{2} + F + R$	
	$y+h \leqq (l'+f)x$	4	$R = \frac{lt'-y}{2(t'-x)} + \frac{y^2}{2x} - \frac{l^2t}{2}$	$D = \frac{y^2}{2x}$	$L = \frac{lt'-y}{t'-x}$
y en remblai, x en rampe	$y-h > l'x$	5	$R = \frac{(lt'+y)^2}{2(t'+x)} - \frac{l^2t'}{2}$	$D = 0$	$L = \frac{lt'+y}{t'+x}$
	$y > lx$, $y-h < l'x$	6	$R = \frac{(lt+y)^2}{2(t+x)} - \frac{l^2t}{2}$	$D = \frac{(l''t-y)^2}{2(t-x)} - \frac{l''^2t}{2} + F + R$	$L = \frac{l''t-y}{t-x}$ (cas 6 et 7)
	$y \leqq lx$	7	$R = \frac{y^2}{2x}$	$D = \frac{(l''t-y)}{2(t-x)} - \frac{l^2t}{2} + F + R$	
y en remblai, x en pente	$y+(l'+f)x < h$	8	$R = \frac{(lt+y)^2}{x(t-x)} - \frac{l^2t}{2}$	$D = \frac{(l''t-y)^2}{2(t+x)} - \frac{l''^2t}{2} + F + R$	$L = \frac{l''t-y}{t+x}$
	$y+(l'+f)x \geqq h$	9	$R = \frac{(lt'+y)^2}{2(t'-x)} - \frac{l^2t'}{2}$	$D = 0$	$L = \frac{lt'+y}{t'-x}$

1° **Cote en déblai, terrain en rampe** (Fig. 202). En pareil cas, il ne peut jamais y avoir de remblai ; une seule et même formule, la première est toujours applicable.

La surface de déblai est égale à $ApQC + F$, et $ApQC = BCQ + BAp$.

Or $Ap = l''$; $BA = l''t$; $BC = l''t + y$; l'horizontale $QLH = \frac{BC}{t-x}$;

On a donc $D = \frac{(l''t+y)^2}{2(t-x)} - \frac{l''^2t}{2} + F$

2° **Cote en déblai, terrain en pente** (Fig. 203). – Trois cas peuvent se présenter ici, suivant que la ligne du terrain occupe une des trois positions CQ, CQ', CQ'' ; c'est-à-dire suivant qu'elle passe au-dessus de m, entre m et o, ou au dessous de o.

Ces trois cas seront caractérisés par les relations :

$$y > lx \;:\; y < lx \text{ et } y+h > (l'+f)x \;:\; y+h \leqq (l'+f)x$$

Dans le premier cas $R = o$ et D est représenté par la même formule que ci-dessus, en y changeant toutefois le signe de x.

Le 2e cas est le plus compliqué ; le profil se trouve à la fois en déblai et en remblai.

Le remblai $mrs = B'CS + CAR - B'mA$.

Or, $AB' = lt$; $CB' = lt - y$; $SH' = \frac{CB'}{t-x}$; $CA = y$; $AK = \frac{y}{x}$, ce qui conduit à

$$R = \frac{(lt-y)^2}{2(t-x)} + \frac{y^2}{2x} - \frac{l^2t}{2} .$$

Le déblai D se compose de $CAR + snoQ'$; or, $CAr = CBQ' + rQ'p - ABp$.
Donc $D = CQ'B - ABp + rQ'p + snoQ' = CQB - ABp + mnop + mrs$

Ce qui conduit à $D = \frac{(l''t+y)^2}{2(t+x)} - \frac{l''^2 t}{2} + F + R$

Le troisième cas donne également lieu à un déblai CAK et à un remblai mKQ'' dont on trouve facilement les valeurs de la même manière.

3°. Cote en remblai, terrain en rampe (Fig. 204). – Il y a encore trois cas possibles suivant que la ligne du terrain occupe une des trois positions CQ, CQ', CQ'', c'est-à-dire suivant qu'elle passe au-dessous de n et m, ou entre n et m ou au-dessus de m.

Ces diverses positions sont caractérisées par les inégalités et conduisent aux formules 5, 6 et 7 du tableau qu'on justifierait en suivant la marche indiquée pour le 3°.

4°. Cote en remblai, terrain en pente (Fig. 205). – Il n'y a plus ici que deux cas possibles, suivant que la ligne du terrain passe au dessus ou au-dessous du point o. A ces deux positions correspondent les formules et les inégalités 8 et 9

A l'aide de ces neuf groupes de formules, on peut calculer des tables pour tous les profils possibles; en ayant soin de substituer, tant dans les formules elles mêmes que dans les inégalités qui en déterminent l'application, les valeurs numériques des constantes relatives au gabarit considéré. La méthode du calcul par différence abrège et simplifie notablement l'ensemble des calculs à effectuer pour chaque gabari.

Dans les tables dressées par ordre de l'Administration, les valeurs de x croissent de 0m 005 en 0m 005 depuis 0m 00 jusqu'à 0m 10; puis de 0m 01 en 0m 01 jusqu'à 0m 25. Les valeurs de y croissent de 0m 01 en 0m 01 de 0m 00 à 1m 00 et de 0m 02 en 0m 02 depuis 1m jusqu'à 3m.

Pour se servir de ces tables, on cherche d'abord la page au haut de laquelle se trouve indiquée la cote y du remblai ou du déblai sur l'axe, se rapportant au profil dont il s'agit de déterminer la surface; puis, on prend dans la colonne des pentes ou dans celles des rampes sur les lignes horizontales correspondantes aux inclinaisons connues de chaque moitié de profil transversal les valeurs des aires de déblai ou de de remblai qui y sont inscrites; et il ne s'agit plus que de faire la somme des valeurs des aires de même nature répondant à chaque moitié du profil considéré.

Dans le cas où le profil n'est pas déterminé par deux lignes droites partant d'un même point de l'axe du profil et où un demi-profil présente, par exemple, la forme indiquée (Fig. 206,) il faut prolonger l'une des lignes Qb ou bc, et calculer l'aire comme s'il s'agissait de la surface $AC'Qm A$ ou $A'CQ'om$; puis, dans le premier cas, retrancher de l'aire donnée par les tables le triangle bcc'; dans le second cas, le triangle QbQ'. L'Administration a fait calculer une table spéciale pour la recherche de la surface de ces triangles. Cependant l'opération se complique notablement dès que la section du terrain ne peut plus être représentée par une ligne droite, et il n'y a généralement plus d'avantage à se servir des tables dès qu'il est nécessaire de calculer la surface de plus d'un triangle par profil

Malgré l'impuissance qu'elles présentent dans le cas spécial, fort rare du

reste, qu'on vient d'examiner ; malgré le défaut d'étendue des limites entre lesquelles sont comprises les valeurs des variables, les tables ont rendu et rendront encore de très-grands services.

Mais elles ont un autre inconvénient assez grave, elles ne font pas connaître un élément indispensable pour l'évaluation de la surface des terrains à acquérir ; c'est la largeur des profils, c'est-à-dire la distance à l'axe du projet du pied ou de la crête des talus : Il faudrait donc, pour obtenir cet élément, ou bien dessiner les profils pour y mesurer la largeur prise par la route, ou bien la calculer à l'aide des formules qui figurent dans la dernière colonne du tableau ci-dessus.

Pour obvier à ces inconvénients sans augmenter outre mesure le volume des tables, l'Administration en a fait calculer de nouvelles qui ont paru en 1838 et dont la rédaction a été confiée à M. Lalanne, Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées.

M. Lalanne a remarqué que, dans les neuf systèmes de formules qui doivent servir de base à ces tables comme aux anciennes, il n'entrait que deux quantités variables, toutes les autres $l', h', l'', F, f, h, t, t'$ étant constantes pour une route donnée, et que les produits $lt, lt', lt'', \frac{l^2t}{2}, \frac{l'^2t'}{2}, \frac{l''^2t}{2}$ étaient faits une fois pour toutes. Il a réuni ces résultats numériques dans un tableau qui, avec celui des formules générales, sert à établir facilement le système de formules applicables à chaque cas particulier.

Il a remarqué aussi que le nombre des éléments variables dans les formules était peu considérable ; ces éléments sont en effet :

Pour les numérateurs { des surfaces : $y^2, (lt \pm y)^2, (l't \pm y)^2, (l''t \pm y)^2$; des largeurs $l't \pm y,\ \ l''t \pm y$ }

Pour les dénominateurs { des surfaces $2x,\ \ 2(t \pm x),\ \ 2(t' \pm x)$; des largeurs $t \pm x,\ \ t' \pm x$ }

Dès lors, si pour les calculs d'une expression de la forme $\frac{(A+y)^2}{2(B \pm x)}$ (où A et B sont des constantes déterminées d'avance) on trouvait dans des tables la valeur des deux termes de cette expression fractionnaire, une division suffirait pour en obtenir la valeur. Si les tables donnent les logarithmes des numérateurs et le complément de ceux des dénominateurs, il suffira d'une addition et de la recherche d'un nombre dans une table de logarithmes pour obtenir la valeur de l'expression. C'est ainsi que les tables nouvelles ont été construites.

Elles sont disposées conformément aux types ci-dessous ; la table 1 donne les numérateurs, et la table 2 les dénominateurs.

Table 1.

y	$Log \frac{1}{2} y$	$Log\, 2y$	y^2	$Log.\, y^2$	1.00	1.33	1.50	1.67	2.00	2.33	2.50	2.67	3.00	3.33	3.50	3.67	4.00	4.33	4.50	4.67	5.00	5.33	5.50	6.00	6.50	7.00	7.50	8.00	8.50	9.00	9.50	10.00
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Table 2.

x	$\text{Log}\,\frac{1}{2x}$	$\text{Log}\,\frac{1}{2(\frac{1}{2}+x)}$	$\text{Log}\,\frac{1}{2(\frac{1}{2}-x)}$	$\text{Log}\,\frac{1}{2(\frac{2}{3}+x)}$	$\text{Log}\,\frac{1}{2(\frac{2}{3}-x)}$	$\text{Log}\,\frac{1}{2(1+x)}$	$\text{Log}\,\frac{1}{2(1-x)}$	$\text{Log}\,\frac{1}{2(2+x)}$	$\text{Log}\,\frac{1}{2(2-x)}$	$\text{Log}\,\frac{1}{2(6+x)}$	$\text{Log}\,\frac{1}{2(6-x)}$	$\text{Log}\,\frac{1}{2(10+x)}$	$\text{Log}\,\frac{1}{2(10-x)}$

Pour avoir le nombre correspondant à un numérateur tel que $(A \pm y)^2$ ou $A \pm y$ on observera d'abord que la partie constante A doit se trouver parmi les nombres 1.00, 1,33 1,50, 1.67 etc, qui occupent la première ligne horizontale et la droite de la table 1. On cherchera dans les différentes pages de cette table, celle où la cote variable y, avec son signe, se trouve dans la colonne verticale, qui commence par A; puis on suivra la ligne horizontale sur laquelle est posée cette côte, jusqu'à la rencontre de la colonne verticale intitulée Log. y^2 pour $(A \pm y)^2$ ou de la colonne Log. $2y$ pour $(A \pm y)$, dans laquelle se trouvera le nombre cherché. Les signes + et − placés en haut et en bas des colonnes verticales qui renferment les éléments variables, s'appliquent à tous les nombres qui sont immédiatement au-dessous ou au-dessus, sauf les changements de signe toujours indiqués par une forte ligne horizontale qui sépare les nombres affectés du signe + des nombres affectés du signe −

L'usage de la table 2 est aussi facile. Lorsque l'on a un dénominateur tel que $2(B \pm x)$, on cherche d'abord x dans la première colonne verticale à gauche; on suit la ligne horizontale qui commence par x jusqu'à la rencontre de la colonne verticale qui est intitulée Log $\frac{1}{2(B \pm x)}$; le nombre placé dans cette colonne est le nombre cherché.

D'après la manière dont la colonne intitulée Log. $2y$ a été calculée dans la table 1 on devra prendre, dans la table 2, la même valeur pour le dénominateur $B \pm x$ que pour $2(B \pm x)$ lorsqu'on veut obtenir la valeur de $\frac{A \pm y}{B \pm x}$.

Lorsqu'on a trouvé séparément les deux nombres correspondant aux deux termes d'une fraction, on en fait la somme et obtient le logarithme de la valeur de cette fraction; il n'y a plus qu'à chercher le nombre correspondant dans les tables de Callet ou de Lalande.

Mais les tables nouvelles ont une propriété éminemment utile et remarquable, car elles permettent de se passer des tables de logarithmes; voici comment on peut y suppléer.

On cherchera soit dans la colonne Log $\frac{1}{2}y$, soit dans la colonne voisine Log. $2y$, le nombre qui se rapproche le plus du logarithme de la fraction obtenue, comme il a été dit tout à l'heure: le résultat cherché sera la moitié du nombre qui se trouve dans la colonne y sur la même ligne horizontale que celui auquel on s'est arrêté dans la colonne Log $\frac{1}{2}y$; ou le double de ce nombre de la colonne y, si l'on s'est arrêté dans la colonne Log. $2y$. On peut aussi obtenir à moins de 0,02 près la valeur des fractions comprises entre 0 et 320.

Ces tables sont incontestablement inférieures aux précédentes, dans les limites où celles-ci sont applicables; il faut en effet:

1° Chercher dans le tableau général quelles sont les formules applicables d'après les valeurs de y et de x.

2° Chercher le nombre correspondant au numérateur dans la table 1 et écrire huit chiffres.

3° Chercher le nombre correspondant au dénominateur dans la table 2 et écrire huit autres chiffres.

4° Faire la somme de ces deux nombres et l'écrire.

5° Chercher le nombre correspondant à cette somme dans l'une des colonnes $Log.\frac{1}{2}y$ ou $Log. 2y$, le diviser ou le multiplier par 2.

6° Enfin retrancher une constante du nombre ainsi obtenu.

Dix minutes sont nécessaires pour calculer un profil, bien qu'on n'ait pas à le dessiner.

Mais ces tables ont, en revanche, les avantages suivants :

Elles donnent les largeurs des profils.

Elles s'appliquent aux diverses largeurs de route, de 3ᵐ à 16ᵐ entre fossés.

Elles s'appliquent à des inclinaisons de talus de $2\frac{3}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{10}$ de base pour 1 de hauteur.

Les déclivités du terrain y varient de 0ᵐ003 en 0ᵐ003 jusqu'à 0ᵐ600

Les cotes rouges sur l'axe y varient de 0ᵐ02 en 0ᵐ02 jusqu'à 16ᵐ

Elles n'occupent que quarante pages d'impression, et elles pourraient être réduites à vingt si on avait limité à 6ᵐ chiffre très suffisant pour les routes, à part d'infiniment rares exceptions — le maximum du déblai ou du remblai sur l'axe.

Ces avantages, et surtout la facilité avec laquelle on pourrait en déduire un système de tables analogues à celles de M. M. Fourier & Coriolis font du travail de M. Lalanne un ensemble disposé de la manière la plus remarquable et la plus ingénieuse, et pouvant être directement ou indirectement d'une grande utilité ; quoiqu'on n'en ait pas tiré jusqu'à ce jour tout le parti possible.

Pour terminer ce qu'il convient de dire sur les tables numériques qui ont été successivement proposées pour éviter le dessin et le calcul des superficies des profils transversaux, il reste à parler d'un autre système, dont l'auteur, M. Macaire, conducteur des ponts et chaussées, est parti d'une base différente et qu'on peut faire connaître en peu de mots.

Soit le cas simple d'une cote en déblai avec terrain en rampe, et supposons, comme cela a généralement lieu, le talus de déblai incliné à 45°. En menant deux verticales par les points Q et p (Fig. 207) et désignant leurs longueurs par V et V' on les exprimera sans peine en fonction des données et des variables car $V'=y+l''x$ et $V=\frac{V'}{1-x}$, le talus $\underline{t}$ étant égal à 1.

Or, on déduira très simplement de ces deux lignes la superficie du déblai, la largeur $Q'A=H$ du profil et la longueur $pQ=T$ du talus, élément utile dans certains cas. La superficie du déblai est égale à la somme des surfaces des triangles $apQ=S$, $aCQ=S$, augmentée de celle du fossé. On trouvera facilement

$$D=S+S'=\frac{l''V}{2}+\frac{y(l''+V)}{2} \quad H=l''+V \quad T=V\sqrt{2}.$$

Une série de calculs simples conduirait donc à la détermination des inconnues.

Les tables de M. Macaire ont pour but d'éviter ces calculs.

En y entrant par l'inclinaison x du terrain, on trouve tout fait le produit $l''x$ auquel il faut ajouter y pour avoir V'; puis, sur la même horizontale, on trouve le coëfficient $\frac{1}{1-x}$ par lequel il faut multiplier V' pour avoir V.

Ayant ainsi obtenu la valeur de V en rentrant dans la table par cette valeur prise dans la colonne portant la lettre V en tête, on trouve sur la même ligne H, S et T.

Il reste, pour obtenir D à ajouter à S la moitié du produit yH.

Comme dans les autres systèmes de tables, il y a quatre cas principaux donnant lieu à onze systèmes de formules. La première chose à faire est de déterminer à quel groupe de formules appartient chaque cas particulier. M. Macaire a imaginé pour cela un procédé graphique ingénieux à l'aide duquel on obtient en outre immédiatement la longueur T du talus. En entrant alors dans les tables par cette longueur, on trouve en regard H, S et V; il reste encore à calculer $\frac{1}{2}yH$ pour l'ajouter à S et obtenir la surface cherchée.

Le système de M. Macaire, dont les tables ont été publiées dans les annales des Ponts et Chaussées (1er Sem. 1846), a les avantages : 1° – de donner sur une même ligne trois des quantités cherchées parmi lesquelles est la longueur du talus qu'aucune autre table ne donne; 2° – d'être applicable dans des limites fort étendues, car y varie de 0m.01 en 0m.01 jusqu'à 6m., et x de 0m.001 en 0m.001 jusqu'à 0m.600; 3° – de devenir applicable avec un petit supplément de calculs, à d'autres largeurs que celle de 10m. pour laquelle elles sont établies; 4° – de n'occuper que dix pages d'impression.

Ce système a les inconvénients :

1° d'exiger une étude assez approfondie de la méthode qui doit être appliquée par des agents intelligents et faits à son usage.

2° d'exiger au moins cinq opérations arithmétiques, non compris la recherche graphique des formules applicables, ce qui demande de sept à dix minutes par profil.

3° de ne pouvoir servir que pour une largeur de fossé et une inclinaison de talus déterminées.

Enfin, M. l'Ingénieur en chef Lefort a publié des tables numériques dans lesquelles les pentes du terrain x varient de 0m.01 en 0m.01 entre 0m.00 et 0m.25; les cotes sur l'axe y varient de 0m.10 en 0m.10 entre 0m.00 et 16m.; une colonne spéciale donne en outre les largeurs des demi-profils. Ces tables ne faisant varier les cotes que par décimètre tandis qu'elles sont données en centimètres, on a dû y introduire une colonne de différences dans laquelle on trouve le nombre à multiplier par le chiffre des centimètres de la cote sur l'axe pour ajouter ensuite ce produit à la superficie qu'on lit en regard du nombre de décimètres de cette cote. Cette disposition, adoptée pour éviter de décupler le volume de ces tables, en rend l'usage plus long et moins commode que celui des tables dont nous avons parlé en premier lieu.

En résumé, les tables de M.M. Fourier et Coriolis ont une incontestable

supériorité ; mais lorsqu'on en dépasse les limites, il faut consacrer un temps assez long à chaque profil pour en calculer les superficies sans les dessiner. Cet inconvénient a conduit à rechercher des moyens plus simples et plus prompts d'arriver au même résultat ; on a trouvé une solution élégante et toute nouvelle de cette question dans la construction des tableaux graphiques.

Tables graphiques.

On sait que, quand deux variables ont entre elles une relation déterminée, si l'on représente les valeurs de ces variables par des coordonnées dans un plan, parallèlement à deux axes ayant une origine commune, et, si l'on fixe géométriquement la position des points qui correspondent à ces valeurs, l'ensemble des points constitue une ligne droite ou courbe, au moyen de laquelle on peut retrouver ultérieurement les valeurs de l'une de ces variables en fonction des valeurs de l'autre. Il s'en suit que l'on peut remplacer par une courbe plane, les tables dans lesquelles la série des valeurs d'une quantité variable est donnée en regard des valeurs successives d'une autre variable dont la première est fonction, tables que l'on désigne sous le nom de tables à simple entrée. La table des logarithmes, par exemple, qui met en regard les séries de valeurs déduites des deux termes de l'équation $y = \log x$, peut être remplacée par la courbe que représente cette équation : au moyen de cette courbe, une mesure directe de l'ordonnée y donnera, pour chaque valeur de l'abscisse x, la valeur correspondante du logarithme.

On peut de même considérer une table à double entrée — telles que celles de MM. Fourier et Coriolis — comme exprimant la loi suivant laquelle une variable dépend de deux autres. Une relation entre trois variables ne peut plus être représentée par une courbe plane, mais elle peut l'être par une surface courbe dont la forme et les ondulations sont très propres à peindre aux yeux les propriétés principales de la loi à deux variables indépendantes qu'on a voulu représenter.

L'établissement d'une surface courbe de ce genre, rapportée à trois axes rectangulaires semble d'abord exiger les trois dimensions de l'espace ; mais il est facile de remplacer, par des constructions effectuées sur un seul plan, celles qu'il faudrait effectuer dans l'espace et de représenter d'une manière très claire et très nette la surface courbe sur une surface plane. Il suffit pour cela de se rappeler les conventions admises pour représenter le relief du terrain sur les cartes topographiques et de faire une nouvelle application de la même idée au cas actuel.

Soit $F(x, y, z) = 0$, la loi, ou la surface courbe, à représenter sur un plan.

En faisant successivement dans cette relation $z = a$, $z = 2a$, $z = 3a$ .... on obtiendra les équations d'une série de courbes de niveau qui ne seront autres que les intersections de la surface par des plans équidistants parallèles à celui des xy : pour conserver ces courbes exactement en grandeur naturelle, et autant que possible dans leurs positions relatives, il suffit de les projeter parallèlement à elles-mêmes

sur le plan des $x\,y$. En inscrivant ensuite sur chacune de ces courbes le chiffre ou la cote a, $2a$, $3a$, . . . indiquant la hauteur du plan qui l'a déterminée, on complètera la représentation graphique, sur une surface plane, de la surface

Le tableau graphique ainsi construit permet d'obtenir toute valeur de z correspondante à des valeurs données de x et de y, et cela sans calcul aucun. Les axes ayant été divisés en parties égales, à une échelle quelconque, et les abscisses et les ordonnées passant par ces points de division restant tracées sur le tableau après la construction des courbes, il suffit de suivre de l'œil la verticale et l'horizontale qui correspondent aux valeurs données de x et de y jusqu'à leur intersection : la cote de la courbe sur laquelle tombera cette intersection sera la valeur de z. Il arrivera fréquemment que les deux lignes ainsi suivies de l'œil ne se couperont pas sur une des courbes du tableau, mais entre deux d'entre elles, et la valeur de z sera comprise entre les cotes de ces deux courbes : on estimera alors le rapport des plus courtes distances du point d'intersection aux courbes voisines, et ce rapport fera connaître la fraction qu'il faut ajouter à la cote de l'une des courbes pour avoir la valeur de z. Ce mode de lecture à vue conduit sensiblement aux mêmes résultats qu'une interpolation numérique et peut s'appliquer à toute espèce de tableaux graphiques.

Tel est le principe qui a conduit à l'idée ingénieuse et féconde des tableaux graphiques. M. Lalanne l'a appliquée pour la première fois au calcul des surfaces de déblai et de remblai en 1843, et des tableaux spéciaux, dressés sous sa direction, furent envoyés à cette époque par l'Administration aux ingénieurs chargés de la rédaction de projets de chemins de fer.

Ces tableaux gravés sur une même feuille de papier, sont au nombre de quatre et correspondent aux quatre combinaisons possibles d'une cote sur l'axe en déblai ou en remblai avec un terrain en rampe ou en pente.

Les courbes qu'on aurait dû y tracer sont représentées par une des relations suivantes :

$$z = \frac{(A \pm y)^2}{2(B+x)} + C \qquad z = \frac{(A \pm y)^2}{2(B \pm x)} + \frac{y^2}{2x} + C \qquad z = \frac{(A \pm y)^2}{2(B \pm x)} + \frac{(A' \pm y)^2}{2(B' \pm x)} + \frac{y^2}{2x} + C$$

dans lesquelles A, A', B, B', C sont des constantes déterminées d'après le gabarit de la voie à établir. En faisant successivement $z = 1, 2, 3, \ldots\ldots 10, 20 \ldots\ldots$ les courbes à construire seront du 2.e, 3.e ou 4.e degré suivant les cas. On aurait pu diviser l'axe des ordonnées en parties égales aux diverses cotes sur l'axe, celui des abscisses en parties égales aux diverses pentes du terrain, et construire ensuite par points les diverses courbes de niveau correspondantes aux valeurs de z : c'est ce qui a été fait sur le tableau représenté (Pl. 43, Fig. 208). Mais la construction par points d'un grand nombre de courbes est longue, pénible et sujette à des inexactitudes, quels que soient les procédés et les artifices employés.

M. Lalanne est arrivé à remplacer ce tableau par un autre représenté Fig. 209 et qui ne contient que des lignes droites, tout en étant propre exactement aux

même usage que le premier. Il a créé pour cela, non pas une science nouvelle, mais une application toute nouvelle d'une branche de la science dont il a présenté la théorie sous le nom de géométrie anamorphique : il convient d'en exposer succinctement le principe.

Il a remarqué qu'un tableau graphique une fois construit pouvait être déformé d'une manière quelconque par le retrait du papier, par son enroulement sur une surface développable ou pour toute autre cause sans cesser de conduire à des lectures exactes, car les intersections des horizontales et des verticales n'en restent pas moins sur les mêmes courbes ; qu'on pouvait même changer la loi de graduation des axes des coordonnées sans altérer en rien les propriétés du tableau, pourvu que les courbes fussent modifiées en conséquence et décrites par points, de telle sorte que les horizontales et verticales portant les mêmes numéros de graduation vinssent toujours se rencontrer sur la courbe portant la même cote. En effet le mode de lecture à vue n'exigeant que des mesures relatives et non absolues, conduira toujours aux mêmes résultats sur les divers tableaux construits comme on vient de l'indiquer et quel que soit le mode arbitraire de graduation des coordonnées qu'on ait adopté. Cette transformation peut offrir un avantage notable dans certains cas en permettant de remplacer les courbes primitives par d'autres plus facile à construire.

Soit $f(x, y, z) = 0$ . . . . (1)

la relation qui lie les trois variables ; supposons qu'on puisse la transformer de manière à y séparer les variables et à la mettre sous la forme

$$F\left(\varphi(x), \psi(y), \pi(z)\right) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

et faisons $\varphi(x) = x'$, $\psi(y) = y'$, $\pi(z) = z'$ . . . . (3)

L'équation (2) deviendra $F(x', y', z') = 0$ . . . . (4)

et sera généralement d'un degré moins élevé que l'équation primitive.

Maintenant, si, au lieu de graduer les axes des coordonnées en parties égales, on les divise suivant les lois exprimées par les relations (3) les courbes de niveau obtenues sur la surface que représente l'équation (4) pourront être beaucoup plus simples que celles de l'équation (1) suivant le degré en x' et y' de l'équation (4)

Il est très possible que, dans les relations (3), x', y' et z' ne soient pas nuls en même temps que x, y & z ; il en résultera simplement, dans le nouveau mode de graduation, un déplacement de l'origine, et l'origine des nouveaux axes devra porter sur les anciens, un numéro de graduation tel que les relations (3) soient satisfaites. Ces relations pourront même conduire à un déplacement de la partie positive des axes.

Mais bien que les équations (1) et (4) représentent des surfaces très-différentes, les tableaux graphiques qu'on déduira des courbes de niveau de chacune d'elles conduiront exactement aux mêmes résultats.

Ce principe de la graduation des coordonnées, qui n'est qu'une extension de la féconde conception de Descartes, est la base des tableaux graphiques de M. Lalanne.

Ainsi reprenons l'équation $z = \dfrac{(a+y)^2}{2(t-x)} - c$ . . . . (a)

qui représente la surface de déblai d'un demi-profil avec cote en déblai et terrain en

rampe : les variables s'y trouvent séparées d'avance.

En la mettant sous la forme $(a+y)^2 = 2(z+c)(t-x)$ . . . . (b)

et posant $y' = \log\,(a+y)$ $\qquad x' = \log\,(t-x)$ . . . . (c)

il vient $y' = \frac{1}{2}x' + \frac{1}{2}\left\{\log.2 + \log.(z+c)\right\}$ . . . . (d)

Les courbes de niveau de cette nouvelle surface sont donc de simples lignes droites parallèles, inclinées à 1 de base pour $\frac{1}{2}$ de hauteur ayant pour ordonnées à l'origine $\frac{1}{2}\log\,(2(z+c))$; par suite le tableau graphique est des plus faciles à construire ; il suffit d'y graduer les axes, non plus suivant la série des nombres naturels, mais suivant les valeurs fournies par les relations (C).

On remarquera seulement que l'axe des ordonnées n'est pas déplacé, car x' est nul en même temps que x, le talus t étant égal à 1 dans la pratique ; que le sens positif de l'axe des abscisses est interverti, car x' est négatif pour toute valeur positive de x, que l'origine des ordonnées se trouve au-dessus de l'ancienne d'une quantité égale à log. a, ce qui déplace de la même quantité l'axe des abscisses parallèlement à lui-même ; enfin que le sens positif des ordonnées reste le même ; telles sont les conséquences des relations (C).

La Fig. 209 n'est autre chose que l'anamorphose de la Fig. 208, établie d'après les principes et le mode de graduation qu'on vient d'exposer : on l'a seulement ramenée à l'ordre primitif, quant au sens dans lequel sont comptées les déclivités du terrain naturel. M. Lalanne a ainsi construit les quatre tableaux envoyés aux ingénieurs en 1843.

Il convient de remarquer que ces tableaux à lignes droites ne sont applicables que dans les cas où le profil est entièrement en déblai ou en remblai : dans les cas particuliers où il y a à la fois déblai et remblai dans un profil, l'anamorphose n'est plus possible, car les formules qui représentent les deux natures de surfaces auraient conduit à des lois de graduation différentes pour les coordonnées. Pour ne pas perdre l'avantage de trouver sur le même tableau les valeurs de ces surfaces, M. Lalanne a conservé le double système de courbes primitives dans de petits tableaux supplémentaires, convenablement placés pour se rattacher aux autres parties, et n'occupant d'ailleurs qu'un espace très restreint : ces tableaux constituent de petits triangles, détachés des rectangles principaux, et correspondant à la valeur limite $y = lx$ en deçà de laquelle il y a déblai et remblai dans le même profil ; les courbes qui y figurent sont tracées d'une manière différente et marquées d'un D ou d'un R suivant qu'elles sont relatives au déblai ou au remblai.

Enfin, un autre élément important dans la rédaction des projets, la largeur des profils, peut être obtenue à l'aide de quatre tableaux analogues aux précédents et que M. Lalanne a également fait établir sur une feuille séparée : l'anamorphose ici n'était plus nécessaire, car la formule $L = \dfrac{A \pm y}{t \pm x}$ conduit à des courbes de niveau rectilignes.

M. Lalanne a montré de plus qu'on pouvait construire un tableau ne

présentant encore que des lignes droites et sur lequel on pourrait lire la superficie de déblai ou de remblai et la largeur du profil, quelles que fussent la largeur de la voie et l'inclinaison des talus.

Ce dernier avantage est bien facile à obtenir, car il suffit, au lieu de graduer numériquement les axes des y' et des x' suivant les valeurs de y et de x, de les graduer suivant les valeurs de $A+y$ et de $t \pm x$: en même temps, au lieu d'inscrire sur les lignes inclinées les valeurs de z, on y inscrira les valeurs de $z+c$. Ce simple changement de chiffres suffit pour donner au tableau toute la généralité possible.

Pour un gabarit donné, A, t et c sont des constantes déterminées ; on entre alors dans le tableau par les valeurs de $A+y$ et de $1 \pm x$ relatives à chaque profil en travers, et il suffit de déduire la constante c de la cote de la courbe sur laquelle se coupent les deux lignes suivies de l'œil. Pour obtenir la superficie cherchée, il suffirait d'y tracer les deux systèmes d'obliques relatives l'une aux largeurs, l'autre aux surfaces ; mais une nouvelle anamorphose permet de ne conserver sur le tableau qu'un seul système d'obliques à 45°. applicables à la fois aux deux éléments cherchés.

Les courbes de niveau des tableaux primitifs, a-t-on dit, sont des droites représentées par l'équation (d) ci-dessus, inclinées à 1 de base pour $\frac{1}{2}$ de hauteur, ayant pour ordonnées à l'origine $\frac{1}{2} \log(2(z+c))$ les axes de coordonnées y' et x' étant d'ailleurs gradués d'après les relations (c).

Or, si on substitue à cette graduation de l'axe des abscisses une autre graduation exprimée par

$$x'' = \frac{1}{2} \log(t \mp x) = \frac{1}{2} x'$$

l'équation (d) deviendra $y' = x'' + \frac{1}{2} \log(2(z+c))$ . . . . (e)
et représentera des obliques inclinées à 45°. sur les deux axes.

D'un autre côté, la largeur du demi-profil est représentée par

$$l = \frac{A+y}{t \mp x} \quad \text{ou bien} \quad y' = x' + \log. l \quad \ldots\ldots\ldots \quad (f)$$

Cette équation dans laquelle y' et x' ont les mêmes valeurs que ci-dessus, montre que les largeurs s'obtiendront par les mêmes obliques que les superficies, pourvu qu'à la relation $x'' = \frac{1}{2} x'$ on en joigne une nouvelle, savoir :

$$\frac{1}{2} \log(2(z+c)) = \log. l' \quad \text{d'où} \quad z+c = \frac{1}{2} l^2,$$

ce qui veut dire que les cotes relatives aux superficies doivent être les moitiés des carrés des cotes relatives aux largeurs.

Un pareil tableau a toute la généralité possible, car il est applicable à toutes les largeurs de plate-forme, à toutes les inclinaisons de talus, au déblai comme au remblai, et fait connaître les superficies et les largeurs. Mais il vaut toujours mieux opérer sur un tableau dressé pour le gabarit adopté, afin d'éviter les trois additions ou soustractions à faire avant ou après la lecture, et les erreurs qui peuvent en résulter.

Enfin M. Lalanne a construit des tableaux plus récents (Pl. 44, Fig. 211 et 212)

auxquels l'a conduit l'anamorphose des tableaux hyperboliques de M. Davaine, et qui ont la plus grande analogie avec celui dont on vient d'indiquer le principe. Ils ne présentent également que des horizontales, des verticales et des lignes inclinées à 45° dans les deux sens. On y entre par la cote sur l'axe comptée sur les obliques dirigées ainsi et par la pente du terrain comptée sur les horizontales. À la rencontre de ces deux lignes on trouve une verticale, dont la cote donne la superficie, et une oblique / dont la cote exprime la largeur qu'on lit sur l'échelle inférieure. Cette échelle porte une double graduation faisant connaître, l'une, la largeur du profil, l'autre, la longueur du talus comprise entre la plate-forme et le terrain naturel, éléments que ne donnent pas les tables primitives.

Deux spécimens de ces tableaux ont été dressés sous la direction de M. Lalanne pour les besoins des Compagnies des chemins de fer du Nord et de l'Est qui font calculer les terrassements de leurs nouvelles lignes à l'aide de ces tableaux graphiques.

M. Davaine, Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, a également construit des tables graphiques, dont il a imaginé le principe dans une note insérée dans les annales (1849, 1er semestre), et dont le point de départ est un peu différent : voici leur mode de construction.

Quelle que soit la voie projetée, son profil présente presque toujours une plate-forme horizontale comprise entre deux talus d'inclinaison déterminée.

En menant (Pl. 42, Fig. 213) une verticale CD par le milieu de cette plate-forme, elle divise la surface de déblai ou de remblai en deux quadrilatères tel que OBCD dont on se propose d'évaluer la surface. Cette surface est la différence des triangles ODS, BCS : le dernier est connu et constant pour un gabarit donné : le premier a un de ses côtés vertical, les deux autres coïncidant l'un avec le talus, le 3e avec le terrain naturel.

En traçant la verticale OS' et la parallèle au talus DS', on forme un parallélogramme OSDS' double, en surface, du triangle ODS, seul inconnu.

Supposons maintenant qu'en prenant les lignes OS, OS' comme axes de coordonnées, nous ayons construit une suite d'hyperboles, dont les deux lignes OS, OS' seraient les asymptotes, ces hyperboles seront représentées par une équation de la forme $xy = P$; en sorte que tous les parallélogrammes dont le sommet D tombera sur la même hyperbole auront une même surface. La mesure de cette surface sera facilement connue et pourra être inscrite à l'avance sur la figure. Ce chiffre fera dès lors immédiatement connaître la superficie d'un parallélogramme quelconque inscrit entre la courbe et les deux axes de coordonnées. Si on n'a écrit que la moitié de la surface du parallélogramme, on trouvera directement sur le tableau la superficie du triangle ODS. Enfin, si n'ayant en vue qu'un seul patron de route, on a retranché d'avance de ce dernier nombre celui qui exprime la surface du triangle constant BCS, on obtiendra immédiatement, par la lecture du chiffre inscrit sur la courbe, la surface du quadrilatère ODCB, résultat cherché.

Un pareil tableau étant construit, il ne s'agit plus que d'y appliquer chaque demi-profil et de lire la cote de la courbe sur laquelle tombera le point D pour en connaître la superficie. Mais le dessin des profils ferait perdre à la méthode son caractère

expéditif, et il n'est nullement nécessaire.

Le point D se trouve en effet placé à l'intersection des lignes S'D et OD : la première est une parallèle à l'axe des abscisses ayant pour ordonnée $OS' = SC + CD$, c'est-à-dire $A + y$, A étant constant pour chaque gabarit déterminé : la seconde part du point O et représente l'inclinaison transversale du terrain.

Or, ces lignes se trouvent tracées à l'avance sur les tableaux de M. Davaine (Pl. 43, Fig. 210). L'axe des ordonnées y a été divisé en parties égales à 0m 10, à l'échelle de la figure, les points de division ont été numérotés, et par chacun d'eux on a mené une parallèle aux abscisses : Une autre série de lignes droites tracées autour du point O, est dirigée suivant la série des pentes régulièrement croissantes ou décroissantes de 0m 025 en 0m 025. — Il n'y a plus dès lors qu'à suivre de l'œil les deux lignes de chaque système qui correspondent aux valeurs de la cote sur l'axe et de la déclivité du terrain naturel pour chaque profil et à lire la cote de la courbe sur laquelle elles viennent se rencontrer.

Le même tableau permet d'obtenir la largeur AP de chaque profil, car on la lira facilement si on a eu le soin de tracer une horizontale quelconque servant d'échelle, dont le zéro soit à la rencontre de la verticale OS', et de mener par les points de division de cette ligne des parallèles aux ordonnées.

Un même tableau est applicable à toutes les largeurs de plateforme, tant que l'inclinaison des talus ne varie pas, et pour lui conserver toute la généralité possible, il faut placer le zéro de l'échelle des ordonnées au point O et inscrire sur chaque courbe la surface du demi parallélogramme correspondant ; on entre dans ce tableau par l'ordonnée $lt + y$ et par la ligne oblique représentant la déclivité du terrain, puis on retranche la constante $\frac{l^2 t}{2}$ de la cote de la courbe correspondante. Si les talus de déblai et de remblai étaient les mêmes, un seul tableau suffirait pour les deux natures de surfaces en supposant seulement les profils renversés dans le cas de remblai : la demi largeur l de la plate-forme peut d'ailleurs n'être pas la même dans les deux cas.

Si on veut éviter la soustraction indiquée ci-dessus, et trouver immédiatement la superficie OBCD, on inscrira sur les courbes la valeur réelle de ces quadrilatères, et on placera le zéro de l'échelle des hauteurs au point G, intersection de l'axe des ordonnées avec la parallèle aux abscisses menée par le point C : on entre alors dans le tableau par la véritable donnée de la question, la cote sur l'axe qui est égale à GS'. Si le même tableau devait servir pour les déblais et les remblais, il faudrait inscrire une seconde graduation sur l'axe des ordonnées ; car la largeur de la plate forme n'étant pas la même dans les deux cas, le zéro de l'échelle ne se trouverait pas à la même position sur cet axe.

Dans les cas indiqués par les fig. 214, l'extrémité du profil étant en déblai ou en remblai quand l'axe est en remblai ou en déblai, les chiffres du tableau seraient fautifs et ne donneraient plus que la différence des deux natures de surface du profil, car ces chiffres ne sont autres que la différence des surfaces des triangles ODS et BCS ; cette différence, qui peut être négative, devrait donc être augmentée de la superficie du

triangle KCD retranchée en trop

En pareil cas, il faut considérer le profil comme étant en remblai ou en déblai, suivant que l'extrémité du talus se trouve elle-même en remblai ou en déblai et porter négativement à partir du zéro G la cote sur l'axe GS': la largeur du profil lue sur le tableau est exacte, mais la superficie ne l'est plus et il faut l'augmenter de celle du triangle KCD. La hauteur CD en est connue, et M. Davaine indique un procédé assez simple pour en déterminer la base KC, mais il est aussi prompt de calculer directement cette superficie représentée par l'expression $\frac{y^2}{2x}$.

M. Davaine avait d'abord annoncé qu'un tableau une fois construit pouvait servir pour une autre inclinaison de talus en modifiant les cotes des courbes et l'échelle des hauteurs, celles des pentes et des largeurs étant conservées; mais il a reconnu plus tard que pour appliquer au talus $\frac{1}{n}$ un tableau dressé pour le talus $\frac{1}{m}$, il fallait multiplier par $\frac{n}{m}$ tous les nombres inscrits sur les courbes, sur l'échelle des hauteurs et sur celle des pentes.

M. Lalanne a prouvé qu'une seule modification était suffisante, et que pour passer du talus t au talus t', il suffisait d'augmenter les pentes du terrain naturel de $t-t'$, c'est-à-dire de déplacer le zéro de l'échelle des pentes, ou mieux de remplacer la ligne médiane du tableau par deux autres inclinées à $t-t'$ sur cette ligne médiane.

En réalité, il faudrait autant de tableaux qu'on aurait de talus différents: car on ne peut charger une même échelle d'une série de graduations différentes.

M. Lalanne a appliqué les principes de l'anamorphose au tableau de M. Davaine; il a transformé les hyperboles primitives en hyperboles équilatères, puis en lignes droites inclinées à 45° sur les axes des coordonnées; les lignes concourantes qui représentaient les pentes sont devenues parallèles entre elles et perpendiculaires aux précédentes; enfin les hauteurs sont comptées sur l'axe des ordonnées; les largeurs sur celui des abscisses. Ces tableaux sont représentés Pl. 44.

Les tableaux à hyperboles sont plus difficiles à établir que ceux à lignes droites parallèles, quels que soient les artifices de construction auxquels on puisse recourir; de plus, l'obliquité souvent considérable des lignes qu'on doit suivre de l'œil, y rend les lectures pénibles et sujettes à erreur. La lecture est plus prompte et plus sûre sur les tableaux de M. Lalanne dont l'usage tend à se propager et qui ont été adoptés par de grandes Compagnies de Chemins de fer.

On pourra utilement consulter sur ces matières les intéressants articles que M. Lalanne a publiés dans les annales des Ponts et Chaussées (Années 1846 et 1850)

Outre les divers systèmes dont on vient de parler et qui ont obtenu, en grand, une consécration pratique, il en a été proposé ou appliqué, dans certains cas, plusieurs autres pour abréger les calculs de terrassements:

On a eu l'idée de découper, dans du papier fort, la forme des profils à calculer et d'évaluer ensuite les surfaces en les pesant, le poids du mètre carré de papier étant

supposé constant et connu ; il faudrait donc, non seulement dessiner les profils, mais encore les découper et les peser, ce qui serait fort long.

Quelques Ingénieurs se sont servi de chassis à fils croisés (Pl. 45, Fig. 215) dont la surface se trouve divisée ainsi en petits carreaux, répondant chacun à l'échelle des profils, à une surface de 1^{m}; et d'évaluer les superficies en appliquant successivement le châssis sur chaque profil.

M. l'ingénieur en chef Cousinery a indiqué dans les annales une méthode de calcul par le trait permettant d'obtenir la superficie d'un triangle et d'un quadrilatère à l'aide d'un simple double décimètre transparent.

M. l'Ingénieur en chef Dupuit a proposé de décomposer chaque surface à calculer en une série de trapèzes ayant entre ordonnées parallèles une largeur constante de 1^{m} à l'échelle, et de mesurer ensuite ces ordonnées en y promenant une roulette (Pl. 45 - Fig. 216) munie de cercles gradués et d'indicateurs qui font connaître la somme des ordonnées parcourues. Cette roulette est à peu près le seul moyen pratique qui ait été proposé en dehors des tables.

Divers planimètres, ou instruments destinés à la mesure des surfaces, ont aussi été construits : ils sont fondés sur la même idée que la roulette de M. Dupuit. Ils sont d'un usage aussi prompt, d'un prix beaucoup plus élevé, et conduisent à des résultats plus précis. Il convient de citer en première ligne celui de M. Beuvière et celui de M. M. Oppikofer et Ernst.

Ce dernier a été modifié par M. Lalanne, qui en a fait un nouvel instrument ingénieux, qu'il a nommé arithmoplanimètre, pouvant servir à mesurer des surfaces et à effectuer des calculs nombreux et variés. Cette machine est d'un prix élevé, et son usage est resté jusqu'à présent très peu répandu. On peut en voir, dans les galeries de l'École, un modèle qui a été construit avec tous les soins et tous les compléments nécessaires, sous les yeux de M. Lalanne, par un habile constructeur d'instruments de précision, M. Ernst.

Mais les divers moyens qu'on vient d'indiquer, et sur lesquels il y aurait d'ailleurs d'autres observations à présenter, ont l'inconvénient fort grave d'exiger le dessin de tous les profils ; on ne peut, dès lors, les considérer comme abrégeant le calcul des terrassements, surtout pour les avant-projets ; ils peuvent néanmoins être fort utiles aux géomètres dans la planimétrie proprement dite.

Dispositions à adopter pour les calculs.
suivant la méthode que l'on emploie.

Nous indiquons ci-après la disposition qu'il paraît convenable d'adopter pour les tableaux de calcul des terrassements, afin d'en présenter avec ordre et clarté les données et les résultats.

1° Cas de l'application de la méthode exacte.

Désignation des entreprofils	Désignation des solides dans un même entreprofil.	Dimensions des solides. Côtés de la projection horizontale dans le sens, perpendiculaire à l'axe.	parallèle à l'axe.	Longueur moyenne des arêtes verticales.	Cubes. en déblai. par solide.	par entreprofil.	en remblai. par solide.	par entreprofil	Observations.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Trapèze A	1.706	30.000	1.267	64.84				
		1.000	30.000	1.083	32.49				
	Rectangle B	0.500	30.000	2.319	34.78				
	Rectangle C	0.500	30.000	2.006	30.09				
	Rectangle D	5.000	30.000	1.412	211.80				
	Rectangle E	2.000	30.000	0.875	52.50				
	Trapèze F	1.500	30.000	0.600	27.00				
		1.500	14.634	0.550	12.07				
1 – 2	Triangle F'	1.500	15.366	0.350		483.12	8.07	14.33	
	Trapèze G	0.250	14.364	0.575	2.06				
		0.250	20.000	0.650	3.25				
	Trapèze G'	0.250	15.366	0.471			1.81		
		0.250	10.000	0.417			1.04		
	Trapèze H	0.250	20.000	0.717	3.59				
		0.250	18.261	0.708	3.23				
	Triangle I	0.636	18.261	0.467	5.42				
	Triangle K	1.408	10.000	0.242			3.41		

Le tableau ci-dessus relatif à l'application de la méthode exacte à l'entreprofil figuré Pl. 40, ne demande aucune explication. On remarquera seulement que, par suite de la forme de l'expression du volume des solides à base trapézoïdale (formule B' page 97) il convient de réserver deux lignes à chacun d'eux dans les colonnes 3, 4 et 5.

2e Cas de l'application de la méthode de la moyenne des aires.

(Les calculs ont été faits de manière à n'avoir que des solides avec aires extrêmes entièrement en déblai ou en remblai.)

Désignation des entreprofils	Longueur des entreprofils	Surfaces élémentaires: Indication du profil dans lequel se trouve celle qu'on considère	Désignation de celle qu'on considère	Largeur	Hauteur	Dimensions des solides de déblai et de remblai: Surface dans les profils en déblai	en remblai	Longueur	Cubes des solides: en déblai	en remblai	Cube total par entreprofil: en déblai	en remblai	Observations
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
			a	1.705	2.90	4mq.95	"	"	"	"	"	"	L'entreprofil 1-2
			b	0.50	2.862	1.43	"	"	"	"	"	"	est celui auquel la
		1	c	0.50	2.537	1.27	"	"	"	"	"	"	méthode exacte a été
			d	5.00	1.875	9.37	"	"	"	"	"	"	appliquée dans le
			e	2.00	1.400	2.80	"	"	"	"	"	"	tableau précédent.
						19.82	"	"	"	"	"	"	La méthode ci-contre
			a'	1.00	1.80	1.80	"	"	"	"	"	"	conduit donc à un
			b'	0.50	1.775	0.89	"	"	"	"	"	"	excès de 1m.02 pour
1-2	30m	2	c'	0.50	1.475	0.74	"	15m.00	430mc.50	"	"	"	les déblais et de
			d'	5.00	0.950	4.75	"	"	"	"	"	"	4m.06 pour les
			e'	2.00	0.350	0.70	"	"	"	"	"	"	remblais.
						8.88	"	"	"	"	"	"	
			f	3.00	1.150	3.45	"	"	"	"	484mc.14	"	
		1	g	0.50	1.225	0.62	"	"	"	"	"	"	
			h	0.50	1.425	0.71	"	"	"	"	"	"	
			i	1.273	0.700	0.89	"	"	"	"	"	"	
						5.67	"	9,46	53,64	"	"	"	
		2	f'	3.00	1.105	"	3mq.32	5.54	"	18,39	"	18,39	
		2	"	"	"	8.88	"	32.00	284,16		"		
2-3	80m	3	"	"	"	"	2.22	8.00	"	17,76			
		2	"	"	"	"	3.32	40.00	"	581.60	284,16	599.36	
		3	"	"	"	"	11.22						
3-4	75m	3	"	"	"	"	13.44	37.50	"	617,62	"	617.62	
		4	"	"	"	"	3.03						
		4	"	"	"	"	1.98	30.00	"	182.70			
4-5	60m	5	"	"	"	"	4.11						
		4	"	"	"	"	1.05	10.00	"	10.50	42.00	193.20	
		5	"	"	"	2.10	"	20.00	42.00	"			
		5	"	"	"	2.10	"	40.00	1.062.80	"			
		6	"	"	"	24.47	"						
5-6	80m	5	"	"	"	"	4.11	40.00	"	284.40	1.062.80	284.40	
		6	"	"	"	"	3.00						
	325m "										1.873.10	1.712.97	

L'usage à faire de ce tableau (dans lequel le 1er entreprofil n'est autre que celui de la Pl. 40) se comprend à première vue. Il ressortira d'ailleurs des explications qui seront données plus loin au sujet de la répartition des terrasses.

Les colonnes 4, 5 et 6 n'ont été remplies que pour le premier entreprofil. Les chiffres à y inscrire pour les autres profils seraient inutiles dans les explications ultérieures.

3°. Cas de l'application de la méthode de la moyenne des aires.

(Les calculs étant faits dans le seul but de trouver la somme des aires de déblai ou remblai comprises en chaque profil, sans tenir compte de la correspondance des surfaces de déblai ou remblai dans les profils consécutifs.)

N° des profils	Longueurs auxquelles s'appliquent les profils	Surfaces élémentaires des profils: Désignation des surfaces	Largeur	Longueur	Déblais: Surfaces élémentaires	Déblais: Surfaces par profil	Déblais: Cubes	Remblais: Surfaces élémentaires	Remblais: Surfaces par profil	Remblais: Cubes	Observations
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
1	15	a,b,c,d,	9.412 / 2	8.00	37mq 65	"	"	"	"	"	L'application de cette méthode conduit à un excès de 32mc 58 pour les déblais et de 35mc 47 pour les remblais en comparant les résultats ci-contre à ceux de la méthode exacte.
					-20.62	"	"	"	"	"	
					17.03			"	"	"	
		c,f,g,h,i,	7.273 / 2	8.00	29.09	25mq 50	382mc 50	"	"	"	
					-20.62						
					8.47	"	"	"	"	"	
2	15	a',b',c',d',	8 / 2	7.20	28.80	"	"	"	"	"	
					-20.62	"	"	"	"	"	
					8.18	"	"	"	"	"	
		e'	0.70 / 2	2.00	0.70	"	"	"	"	"	
					8.88	8.88	133mc 20	"	"	"	
		e',f',g',h',i'.	6.316 / 2	2.00	"	"	"	6mq 316	"	"	
							"	-3.000	"	"	
							"	3.316	3mq 32	49mc 80	
							515mc 70			49mc 80	

La disposition de ce tableau (dont les chiffres sont toujours relatifs au même entreprofil) admet implicitement que les volumes de déblai et de remblai peuvent être évalués comme s'ils étaient des solides prismatiques ayant pour base les aires de

déblai ou de remblai du profil transversal que l'on considère et pour hauteur la demi-somme des longueurs des deux entreprofils entre lesquels ce profil se trouve compris.

C'est cette demi somme des longueurs des entreprofils qui doit, en conséquence être inscrite dans la colonne 2 ; et qui, multipliée par les chiffres correspondants des colonnes 7 et 10, donne les produits à inscrire dans les colonnes 8 et 11.

L'application de cette règle souffre cependant exception quand il s'agit de passer d'un profil entièrement en déblai à un profil entièrement en remblai, ou vice versa.

Supposons, pour résumer les divers cas d'application, que l'on ait à considérer quatre profils consécutifs tels que l'on ait :

dans le premier, une aire D' en déblai $= R'$ en remblai
deuxième, " D'' déblai
troisième, " R''' remblai
quatrième, " D^{IV} déblai $-$ R^{IV} $-$ remblai

Désignons par l la distance qui sépare le premier profil considéré du profil qui le précède, par l' la distance du premier au deuxième profil, l'' la distance du deuxième au troisième, &a.

Les longueurs à inscrire dans la colonne 2 du tableau précédent seront :

Pour le premier profil, $\frac{l+l'}{2}$

Pour le deuxième .... $\frac{l'}{2} + \frac{l''}{2} \frac{D''}{D''+R'''}$

Pour le troisième .... $\frac{l''}{2} \frac{R''}{D''+R'''} + \frac{l'''}{2}$

Pour le quatrième .... $\frac{l'''+l^{IV}}{2}$

Ordinairement dans les cas analogues à celui que nous offre ici le 2.ème entreprofil, on intercale dans le tableau, entre les deux profils à une distance du premier profil qui serait, dans le cas actuel d'application, $l'' \frac{D''}{D''+R'''}$, un profil intermédiaire fictif ayant une aire nulle, auquel on applique, comme longueur correspondante, une longueur telle que, réunie aux longueurs déjà appliquées pour cet entreprofil, aux profils extrêmes, elle reproduise la longueur même de l'entreprofil. (Cette longueur complémentaire est, comme on le voit aisément, toujours égale à la demi longueur de l'entreprofil). — L'avantage de cette manière de procéder est de conserver la trace des calculs et de permettre une vérification des opérations arithmétiques, la somme des longueurs inscrites dans la colonne 2 devant, dans ce cas, être toujours égale à la longueur de la partie du projet à laquelle se sont jusque là appliqués les calculs.

4.°

Méthode de la moyenne des aires.

(L'aire des profils étant calculée au moyen des tables)

Numéros des profils.	Longueurs auxquelles s'appliquent les profils.	Déblais. Surfaces à gauche de l'axe.	Déblais. Surfaces à droite de l'axe.	Déblais. Surfaces totales par profils.	Déblais. Cubes.	Remblais. Surfaces à gauche de l'axe.	Remblais. Surfaces à droite de l'axe.	Remblais. Surfaces totales par profils.	Remblais. Cubes.	Indications sommaires des calculs particuliers à certains profils — Observations.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	15^{m}	17^{mq}03	8,46	25,49	382^{mc}35	"	"	"	"	
2	55	8, 18	0,70	8,88	488 . 40	"	3^{mq}32	3^{mq}32	182^{mc}60	
3	77,50	"	"	"	"	"	"	13. 44	1041 . 60	
4	67, 50	"	"	"	"	"	"	3. 03	204. 55	
5	70, 00	"	"	2. 10	147 . 00	"	"	4. 11	287. 70	
6	40, 00	"	"	24.47	978 . 80	"	"	3. 00	120 . 00	
					1996^{mc}55				1836^{mc}45	

Les volumes calculés dans le tableau ci-dessus proviennent des mêmes profils que ceux du tableau de la page 126 : les totaux font ressortir la différence des résultats auxquels conduisent ces deux modes de calculs le second étant le moins exact : l'observation qui termine le dernier alinéa de la page 105 permet, au besoin, de diminuer cette différence.

L'observation faite ci-dessus pour les longueurs est encore applicable ici. Toutefois, on se contente souvent, pour calculer une longueur telle que $\frac{l''D''}{D''+R'''}$ de prendre, au lieu des surfaces D'' et R'' les cotes rouges sur l'axe du profil en long. Si on a eu soin de calculer sur celui-ci les points de passage sur l'axe, tels que b, c, e .... (Pl. 38), il n'y a plus aucun calcul à faire pour les longueurs à inscrire dans la colonne 2. Ainsi, en ce qui concerne le profil (Fig. 186), les longueurs applicables aux divers profils en travers seraient, entre A et F,

	15,00	25,00	15,00	9,615	10,00	20,385	21,67	10,00	3,33
pour les profils	A	B	b	C	c	D	E	e	F

Evaluation des transports de terre,

pour l'exécution des déblais en remblais.

Quand par l'application des méthodes que nous venons d'exposer, on est parvenu à se rendre compte des volumes de terre à déplacer, il est nécessaire d'apprécier la longueur des transports à faire pour employer les volumes en déblai à l'exécution des remblais que nécessite la réalisation du projet.

Posons, d'abord, quelques principes généraux applicables à ce sujet.

1° Si l'on a deux volumes égaux, l'un en déblai, l'autre en remblai, disposés

de telle sorte que les transports des éléments de la masse de déblai aux parties correspondantes du remblai se puissent tous effectuer suivant des parcours parallèles ; il est clair que la longueur moyenne des transports relatifs à cette masse sera égale à la distance des centres de gravité des volumes de déblai et de remblai ; et qu'au contraire, si les transports ne peuvent être parallèles, la moyenne longueur des transports sera plus grande que la distance des centres de gravité.

2°. Si les parcours ne peuvent être parallèles, il faudra, du moins, pour que la longueur moyenne des transports reste la plus petite possible, que les parcours soient dirigés de manière à ne pas s'entrecroiser : car, si deux volumes égaux étaient portés l'un du point a au point b', et l'autre du point b au point a' (Fig 217), la somme des distances $aia' + bib'$ serait évidemment plus grande que l'ensemble des parcours directs aa' et bb' suivant lesquels les transports auraient également pu s'effectuer.

3°. Si, pour se rendre du déblai au remblai, il y a plusieurs points de passage obligés, tous les transports auront un parcours commun entre le premier et le dernier point obligés, convergeront des diverses parties du déblai vers le premier point de passage, et divergeront du dernier point de passage vers les différentes parties du remblai.

4°. Si une même masse de déblai D (Fig. 218) doit être partagée en deux parties destinées à être portées, l'une au point a, l'autre au point b, la surface suivant laquelle devront être séparées ces deux parties sera telle que chacun de ses éléments divisera en deux parties égales l'angle formé par les directions menées aux points a et b de chacun des points de cet élément.

En effet, cette surface de séparation contiendra les points matériels qu'il est indifférent de porter en a ou en b ; de telle sorte que si l'on considère deux points voisins m et m', pris sur cette surface, il faudra que l'on ait

$$ma + m'b = m'a + mb, \qquad \text{d'où} \quad mb - m'b = ma - m'a.$$

Si, du point a comme centre avec am' comme rayon, et du point b comme centre avec bm comme rayon, on décrit deux arcs de cercle $m'i$, $m'h$, les deux petits triangles $mm'i$, $mm'h$ auront des côtés mi et mh égaux, et un côté mm' commun : donc, ils sont égaux, et l'on aura l'angle $m'mi = m'mh$ ainsi que nous l'avons annoncé plus haut.

Cette propriété que possède la surface suivant laquelle doivent être séparées les masses à porter respectivement en deux points distincts a et b, caractérise essentiellement les hyperboloïdes ayant a et b pour foyers. C'est conséquemment, à cette nature de surfaces qu'appartient la surface de séparation dont il s'agit.

D'après ces principes, si l'on a (Fig. 219) deux volumes de déblai et de remblai de même masse et de forme identique, semblablement ou symétriquement placés par rapport à une surface quelconque, on divisera le volume en éléments $cdef$, $c'd'e'f'$ compris entre plans parallèles aux plans aa' et bb' ; les parcours s'effectueront entre ces plans, et la longueur moyenne des transports sera la distance des centres de gravité.

Si l'on a (Fig. 220) deux volumes de forme cylindrique, équivalents, l'un en déblai D, l'autre en remblai R ; des plans sécants menés de manière à séparer successivement des portions équivalentes des deux volumes, indiqueront les chemins du déblai au remblai.–

Si le déblai excédait le remblai, les plans sécants pourraient se couper suivant une surface cylindrique $a\,b\,c\,d$ (Fig. 221) qui détacherait l'excès de volume, et les portions contenues en deçà de cette surface seraient seules employées à l'exécution du remblai R.

Si pour aller du déblai D au remblai R équivalent (Fig. 222) il y a à passer sur l'un sur l'un ou l'autre des ponts a et b, deux nappes d'hyperboloïdes, ayant pour foyers les points a et b, diviseront le déblai D et le remblai R en portions r et r', d et d' respectivement égales, dont l'une sera portée de D en r par le pont a, et l'autre de d' en r' par le pont b.

Ce sont là des questions purement géométriques auxquelles nous ne pouvons plus longtemps nous arrêter et sur lesquelles on pourra d'ailleurs consulter les applications de géométrie de M. Ch. Dupin.

Répartition des terrasses. — Quand il s'agit de l'exécution d'une voie de communication, les parcours s'effectuent généralement dans le sens du développement même du tracé; les transports sont alors parallèles et leur longueur moyenne est la distance des centres de gravité des volumes correspondants de déblai et de remblai. C'est là le cas pratique et habituel.

Supposons qu'il s'agisse de déterminer l'importance des transports à faire pour effectuer les terrassements indiqués par le tableau de la page 126.

Sur une ligne AF (Pl. 46. Fig. 223.) où les distances des profils 1, 2, 3, 4, 5, 6 ont été préalablement indiquées à l'échelle suivant AB, BC, CD.... on élève des perpendiculaires aux divers points A, B, C, ..., ; on prend, sur ces ordonnées, des longueurs proportionnelles aux surfaces de déblai et de remblai du profil correspondant en portant les déblais au-dessus et les remblais au-dessous de l'horizontale AF: en réunissant ensuite par des droites les extrémités des ordonnées qui doivent se correspondre dans les profils successifs, on obtiendra une série de trapèzes ou de triangles par lesquels on pourra représenter les solides de déblai et de remblai compris dans les entreprofils considérés.

Cette représentation sera complète pour les entreprofils tels que 3-4 terminés par des profils ne présentant chacun qu'une seule nature de surface; mais si un profil entièrement en déblai ou en remblai se trouve en regard d'un profil présentant à la fois des surfaces en déblai et en remblai, on serait conduit à des superpositions dans les surfaces représentatives des solides, et de petites constructions additionnelles deviennent nécessaires.

Le profil 2, par exemple, dans lequel il y a à la fois déblai et remblai, se trouve compris entre deux autres 1 et 3 qui sont entièrement l'un en déblai, l'autre en remblai.

Il faut d'abord avoir soin de distinguer, sur l'ordonnée du profil 1, les aires $19^{mq},82$ et $5^{mq},67$ représentées par $A\alpha$, et $A\alpha_2$ qui correspondent aux aires $B\beta = 8^{mq},88$ en déblai et $Bb = 3^{mq},32$ en remblai du profil B. Le trapèze $AB\beta\alpha$ représente un premier solide de remblai ($430^{mc},50$); la droite $\alpha_2 b$ détermine deux triangles dont l'un $Al\alpha_2$ représente un second solide de déblai ($53^{mc},64$), et l'autre lBb un solide de remblai ($18^{mc},39$). Le triangle $Al\alpha_2$ recouvrant une partie triangle précédent, il faut le déplacer et l'ajouter à ce trapèze: il suffit pour cela de mener la verticale ll', de prendre $\alpha_1\alpha = A\alpha_2$, et de former ainsi le triangle $\alpha\, l'\alpha_1$ qui est équivalent à $Al\alpha_2$; le déblai total de l'entreprofil sera représenté par la

figure $AB\beta l'\alpha$. — On a opéré de même dans l'entreprofil suivant en prenant les ordonnées Cc_1 $C'c_2$ proportionnelles aux aires $2^{m.q}22$ et $11^{m.q}22$ qui correspondent aux aires $B\beta$ et Bb, et on a complété la représentation du solide total de remblai de cet entreprofil par la construction du triangle ic_2c, c_2c étant égal à Cc_1; le solide de déblai avait été immédiatement représenté par le triangle $B\beta i$.

Des constructions analogues, fort simples lorsqu'il n'y a qu'une nature de surface dans deux profils consécutifs, exécutées de proche en proche jusqu'à l'extrémité de la ligne A B C ..... permettent de représenter complètement par des surfaces les solides successifs de déblai et de remblai. On doit d'ailleurs se rappeler que cette représentation n'a que le même degré d'approximation que la méthode de la moyenne des aires et n'est rigoureusement exacte que dans les cas particuliers où cette méthode conduit aux mêmes résultats que la méthode exacte..

Cela fait, on divise, dans chacun des entreprofils où il y a à la fois déblai et remblai, la plus grande des deux surfaces en deux parties telles que l'une d'elles soit égale ou symétrique ou simplement équivalente à l'autre surface. Les deux aires égales ou équivalentes dans le déblai et le remblai telles que Blb' et Blb, $B\beta i$ et $Bb\beta''i$ ..... représenteront les déblais immédiatement employés en remblai dans l'étendue de l'entreprofil : ces aires ont été hachées verticalement dans la figure.

Cette séparation faite, il ne restera plus, dans l'exemple choisi, qu'une masse centrale de remblai $i\beta''i'cdh'e\mathcal{E}'hi = 1084^{m.c}02$ et deux masses extrêmes de déblai $\alpha l'\beta b'lA = 465^{m.c}75$ et $\varphi e''f = 778^{m.c}40$ à porter soit en remblai au milieu, soit en dépôt.

Si les masses élémentaires de chacun de ces déblais partaient toutes du même point, la ligne de séparation des déblais venant de l'une ou de l'autre extrémité serait une branche d'hyperbole ayant ces points pour foyers : dans le cas actuel, ce serait quelque autre courbe tombant à angle droit sur AF; on la remplace par une droite $\underline{xy}$ perpendiculaire à cette ligne et menée de telle sorte que le solide représenté par $xyci'\beta''i$ soit égal au volume de déblai $Alb'\beta l'\alpha$.

Les masses lBb', $Bi\beta$, &a. .... sont simplement portées d'un côté à l'autre de la voie à construire et ne donnent lieu qu'à un transport transversal ; les autres masses donnent lieu à un transport longitudinal.

Si entre les profils 1 et 6, il y avait un excédant de remblai, on séparerait sur la figure au centre du remblai, par deux droites perpendiculaires à AF, la portion du remblai que l'emploi des déblais disponibles laisserait en lacune et à laquelle il faudrait subvenir au moyen d'emprunts ou terres prises en dehors du tracé, sur les terrains voisins.

S'il y avait, au contraire, entre les mêmes profils, des excédants de déblai qu'on ne pût employer convenablement ailleurs, on séparerait dans les parties des déblais les plus éloignées des remblais, les portions à retrousser, c'est-à-dire à mettre en dépôt sur les propriétés voisines, en plaçant les divisions de manière à avoir un minimum pour le produit des masses par les distances ; c'est là le cas de la figure 223 : l'excès

des déblais a été séparé par la ligne $p\,q$ tracée dans le dernier entreprofil de manière à y former une surface $q\,f'\,q\,p$ qui représente le cube 105m 13 à mettre en dépôt.

Le prix du transport augmentant avec la distance, il peut arriver que l'espace à parcourir pour transporter des déblais en remblai devienne assez considérable pour qu'il y ait économie à retrousser le déblai sur les terres voisines et à former le remblai au moyen des terres empruntées à quelque champ voisin ce qui donne lieu alors à une double indemnité. La longueur de transport, à partir de laquelle il pourra y avoir avantage à opérer ainsi, dépendra évidemment des prix de fouille, de charge, de transport, aussi bien que des prix d'indemnité pour achat ou détérioration des terrains. Toutes choses égales d'ailleurs, cette longueur augmente quand le prix du transport diminue; aussi est elle beaucoup plus considérable dans les transports par chemin de fer. Le calcul de cette distance limite ne saurait présenter aucune difficulté dans chaque cas particulier.

Quand la répartition des déblais ou remblais a été ainsi opérée, rien n'est plus aisé que de déterminer les longueurs de transports pour chacune des masses partielles, la géométrie élémentaire donnant le moyen de trouver les centres de gravité des triangles ou des quadrilatères, par lesquels ces masses sont respectivement représentées tant en position qu'en volume.

Si l'épure est faite dans de justes et convenables proportions, il suffit, après avoir fixé graphiquement la position des centres de gravité y et g, y_1 et g_1 des masses correspondantes, de mesurer à l'échelle, parallèlement à AF, les distances $y\,g'$, $y_1\,g_1'$ de ces centres; puis déterminant, suivant le mode de transport adopté le prix applicable à l'unité de masse pour chacune de ces distances, et appliquant ces prix aux masses correspondantes, on obtient une suite de produits partiels dont la somme exprime la dépense totale des transports.

En supposant les calculs effectués conformément au tableau de la page 129, on peut construire l'épure du mouvement des terres plus simplement (Planche 47) représentant tous les volumes par des rectangles qui ont pour base la longueur à laquelle chaque profil est applicable et dont la hauteur est proportionnelle aux surfaces. Cette disposition permet d'éviter les superpositions de figures, et la construction de figures additionnelles dans le cas où un profil entièrement en déblai ou en remblai correspond à un profil présentant à la fois des surfaces de déblai et de remblai. La recherche des centres de gravité se trouve fort abrégée ainsi que celle des figures équivalentes qui sont toujours des rectangles.

Mais on conçoit que ces calculs deviendraient très longs et très pénibles, s'il fallait établir un prix séparé pour chaque distance différente; d'autre part, on ne peut admettre la proportionnalité directe des prix aux longueurs à parcourir, lorsqu'il s'agit de transports en voitures, qui sont les plus fréquents, parce que le temps perdu par les chevaux, pendant le chargement et le déchargement, a d'autant plus d'influence sur le prix, que la longueur du transport est plus petite: cette double circonstance détermine à ne fixer qu'un certain nombre de prix, applicables chacun à la distance moyenne de tous les transports à effectuer entre une double limite, savoir: un prix pour la distance moyenne des transports à effectuer à la brouette; et un prix pour chaque distance moyenne des transports à exécuter à la voiture ou au wagon, dans les limites respectives d'emploi de plus ou moins puissants moteurs.

Il est clair, du reste, que plus il y aura d'inégalité dans la longueur de

parcours, que plus on voudra apporter d'exactitude dans l'évaluation, plus il faudra multiplier la sous-division en catégories, chaque catégorie devant toujours comprendre un ensemble de parcours à la moyenne desquels se puisse appliquer, sans erreur notable, un prix moyen.

Choix du mode de transports. — Toutes choses égales d'ailleurs, plus la moyenne des distances augmente, plus le moteur doit être puissant. Rien de plus simple que de déterminer à partir de quelle limite il convient de préférer un mode de transport à un autre :

Soient :

P, le prix de la journée, pour le premier mode de transport ;

T, la durée du temps de travail du moteur par 24 heures ;

C, le cube du chargement ou la masse utile qui peut être traînée continûment par le moteur.

L, la distance que peut parcourir le moteur durant le temps T, en faisant la moitié du trajet à charge, et l'autre moitié à vide ;

p, le prix du transport de l'unité de masse à une distance D ;

t, le temps employé au chargement et au déchargement.

La somme des temps employés au chargement, à l'allée, au déchargement et au retour, sera égale à $t + 2\frac{DT}{L}$

Si durant tout ce temps, le moteur eût travaillé sans s'arrêter, il eût parcouru la distance $\frac{tL}{T} + 2D = d + 2D$, en représentant par $\underline{d}$ la distance $\frac{tL}{T}$ correspondante au temps perdu pour le chargement et le déchargement.

Le nombre de voyages, aller et retour, effectué dans le temps T sera $\frac{L}{2D+d}$

Le prix de transport p à la distance D sera donc : $p = \frac{P(2D+d)}{C \times L}$

On trouverait de même pour un autre mode de transport $p_1 = \frac{P_1(2D+d_1)}{C_1 \times L_1}$

Si l'on égale ces deux valeurs de p et p_1 dans lesquelles tout est connu à l'exception de D, on en déduira, en résolvant l'équation par rapport à D la valeur de la distance à laquelle les deux modes de transport présentent le même avantage sous le rapport économique ; distance à partir de laquelle on devra abandonner l'un des deux modes de transport et prendre l'autre.

Les limites d'emploi des divers moyens de transport ayant été fixées, la détermination de la distance moyenne des transports à effectuer par chacun de ces moyens n'offre aucune difficulté.

Supposons qu'on ait reconnu que les transports doivent être faits :

à la brouette . . . . pour toutes les dimensions comprises entre 0 et d ;

à la voiture à un cheval . . . . entre d et D ;

à la voiture à deux chevaux . . . . entre D et D'.

Admettons que les lettres m, M et M' représentent chacune, d'une manière générale, une quelconque des masses élémentaires qui doivent être transportées respectivement par les trois modes indiqués, et que δ Δ et Δ' expriment les distances auxquelles doivent être transportées ces masses.

Il est manifeste que le transport à la brouette d'une serie de masses $\underline{m}$ à des

des distances a correspondantes, équivaudra, abstraction faite des causes d'inexactitude indiquées ci-dessus, au transport à une distance exprimée numériquement par Σma d'une masse égale à l'unité ou au transport à la distance $\frac{\Sigma ma}{\Sigma m}$ de la totalité des masses Σm.

La distance moyenne des transports à effectuer à la brouette est donc $\frac{\Sigma ma}{\Sigma m}$

La distance moyenne des transports à la voiture à un cheval sera de même $\frac{\Sigma MA}{\Sigma M}$

Et celle des transports à la voiture à deux chevaux $\frac{\Sigma M'A'}{\Sigma M'}$

Ce sont là des formules connues qu'il était à peine nécessaire de rappeler.

Tableau du mouvement des terres. — Le plus souvent on ne dresse pas pour déterminer le mouvement des terres, l'épure de répartition des terrasses dont la construction a été indiquée page 131, et on substitue à cette épure un tableau de la forme indiquée ci-dessous.

Nos des profils	Cubes des déblais pour chaque profil.	Foisonnement.	Cube définitif des déblais	Cubes des remblais pour chaque profil.	Cubes à employer dans la longueur répondant à chaque profil.	Excès des cubes des déblais sur les remblais.		Excès des cubes des remblais sur les déblais.		Déblais en excès		Emprunts pour remblais.	Indication des lieux d'emploi ou de dépôt des déblais en excès et des lieux d'emprunts.	Distance de transport	Transports.			
						par profil	par suite non interrompue des profils	par profil	par suite non interrompue des profils.	à porter en remblai sur la route	à porter en dépôt en réserve pour un autre usage				à la brouette		au tombereau	
															Cubes	produits des cubes par les distances	Cubes	produits des cubes par les distances.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	382me.35	"	382me.35	"	"	382me.35	"	"	"	382me.35	"	"	Entre les profils 2 et 3	77m			382me.35	29441me.00
2	488.40	"	488.40	182me.60	182me.60	305.80	"	"	"	305.80	"	"	au profil 3	67	305me.80	20489me.00	"	"
3	"	"	"	1041,60	"	"	"	1041me.60	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
4	"	"	"	204.55	"	"	"	204.55	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
5	147,00	"	147.00	287.70	147.00	"	"	140.70	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
										353.45			Entre les profils 3 et 4	159			353.45	56199
										204.55			au profil 4	125			204.55	25569
6	978.80	"	978.80	120.00	120.00	858.80												
										140.70			au profil 5	65	140.70	9146		
											160me.10		au profil 6.					
	1996me.55		1996me.55	1836me.45	449me.60	1546me.95		1386me.85			160me.10				446m.50	29635me.00	940me.35	111209.00

La disposition de ce tableau suppose généralement que dans le calcul des terrasses, les cubes de déblai et de remblai ont été considérés comme des prismes ayant pour base l'aire des profils et pour hauteur la demi-somme des longueurs des entreprofils immédiatement contigus.

Il y aurait peu de changements à y faire, si quelqu'autre mode de calcul avait été adopté :

Les colonnes 1, 2 et 5 ne sont que la reproduction de trois colonnes du tableau du calcul des terrasses : seulement on devra ici supprimer les profils intermédiaires fictifs qui n'avaient été introduits dans l'autre tableau que pour rendre la marche des opérations plus uniforme et pour faciliter la vérification des calculs.

On admet généralement que un mètre cube de déblai produit exactement un mètre cube après son emploi en remblai : toutefois, il peut n'en être pas ainsi dans certaines natures de terrain, notamment dans les rochers, qui donnent lieu à un foisonnement plus ou moins considérable. La proportion de ce foisonnement étant connue, on inscrit dans la colonne 3 l'augmentation de volume qui en résulte et qui doit être ajoutée aux chiffres de la colonne 2 pour former ceux de la colonne 4. Mais ce n'est que dans des circonstances extrêmement rares qu'on agit ainsi : les colonnes 2 et 3 reste presque toujours en blanc, et les résultats du calcul des terrasses s'inscrivent alors immédiatement dans la colonne 4

Dans la colonne 6 s'inscrit le plus petit des deux nombres portés dans les colonnes 4 et 5.

La différence entre ces deux nombres se porte dans la colonne 7 ou dans la colonne 9 suivant que c'est le déblai ou le remblai qui se trouve en excès

Les colonnes 8 et 10, se déduisent immédiatement des colonnes 7 et 9.

Dans les colonnes 11 et 12, on indique la répartition des déblais qui restent en excès dans l'entreprofil que l'on considère, en distinguant chacune des parties de ces déblais à transporter sur la route, dans des entreprofils différents ; les cubes à mettre en dépôt, ou ceux à réserver pour un usage spécial, comme lorsqu'il s'agit, par exemple, de déblais dans le rocher qui peuvent être employés pour l'exécution de maçonneries ou l'empierrement des chaussées

Dans la colonne 13 doivent être inscrits, en regard des cubes de remblais de la colonne 9, les cubes des déblais d'emprunt à exécuter pour suppléer à l'insuffisance des déblais provenant de la route.

On indique dans la colonne 14, les numéros des entreprofils ou les lieux de dépôt où doivent être portées, chacune séparément, les masses de déblais indiquées dans les colonnes 11 et 12, et les lieux d'emprunt où doivent être pris les remblais portés dans la colonne 13

Dans la colonne 15 on inscrit en regard des cubes correspondants des colonnes 11, 12 et 13 les distances auxquelles ces cubes doivent être respectivement transportés. Ces distances se déterminent d'après la considération du profil en long, en ajoutant une plus ou moins forte fraction de la longueur des entreprofils de départ et d'arrivée (suivant la position qu'occupent dans ces entreprofils le déblai et le remblai) à la somme des longueurs de tous les entreprofils intermédiaires.

Les distances auxquelles doivent être respectivement transportées les diverses masses du déblai étant déterminées, la distinction des cubes à transporter à la brouette ou à la voiture s'en suit, les limites d'emploi de chaque mode de transport ayant été préalablement déterminées.

On inscrit dans la colonne 16 tous les cubes partiels dont les distances de transport sont comprises dans les limites d'emploi de la brouette ; on inscrit les autres dans la colonne 18. Le tableau suppose qu'il suffit de distinguer les transports à la brouette des transports au tombereau, et qu'il n'y a point lieu d'établir des distinctions entre les divers transports à la voiture, suivant que les voitures plus ou moins grandes concurremment employées, sont attelées d'un plus ou moins grand nombre de chevaux. Il est clair que si l'on jugeait devoir procéder avec plus de précision, il y aurait seulement à ajouter quelques colonnes au tableau.

Les colonnes 17 et 19 présentent, pour les transports à la brouette et à la voiture respectivement, les produits des cubes par les distances correspondantes.

Si pour représenter d'une manière générale un nombre appartenant à l'une des colonnes de ce tableau, on affecte comme indice à la lettre N le numéro d'ordre de cette colonne, et si, de plus, on désigne par $\Sigma N n$ la somme des nombres compris dans la colonne 11, on verra sans peine que l'on peut résumer les résultats du tableau comme l'indiquent les notations suivantes :

1° Le cube total des terrassements à effectuer dans un même entreprofil (terrassements) habituellement considérés comme à exécuter au jet à la pelle . . . $= \Sigma N_6$

2° Le cube des terrassements à la brouette . . . . $= \Sigma N_{16}$

La distance moyenne des transports à la brouette . . . . $= \dfrac{\Sigma N_{17}}{\Sigma N_{16}}$

3° Le cube des terrassements à la voiture . . . . $= \Sigma N_{18}$

La distance moyenne des terrassements à la voiture . . . . $= \dfrac{\Sigma N_{19}}{\Sigma N_{18}}$

4° Le cube total des fouilles (déblais sur la route ou déblais d'emprunt) $= \Sigma N_4 + \Sigma N_{13}$

5° Le cube des déblais mis en dépôt ou réservés pour un usage spécial . . . $= \Sigma N_{12}$

6° Le cube des emprunts . . . . $= \Sigma N_{13}$

On a d'ailleurs comme moyen de vérification des calculs, les relations suivantes :

1° $\Sigma N = \Sigma N_6 + \Sigma N_8 = \Sigma N_6 + \Sigma N_{11} + \Sigma N_{12}$

2° $\Sigma N = \Sigma N_6 + \Sigma N_{10} = \Sigma N_6 + \Sigma N_{11} + \Sigma N_{13}$

3° $\Sigma N + \Sigma N_5 = 2\,\Sigma N_6 + \Sigma N_8 + \Sigma N_{10}$

4° $\Sigma N_4 + \Sigma N_{13} = \Sigma N_5 + \Sigma N_{12}$

On opère quelquefois la répartition des déblais par masses, en prenant pour chiffres à comparer les nombres compris dans les colonnes 8 et 10, au lieu de l'effectuer par parties, au moyen des cubes élémentaires portés dans les colonnes 7 et 9. Cette manière d'opérer, qui paraît, au premier abord, beaucoup plus expéditive, a l'inconvénient de rendre beaucoup moins facile l'évaluation des distances de transport et d'exposer, par conséquent, à des erreurs plus ou moins graves. Il sera toujours presque préférable de suivre la marche

que nous avons indiquée qui consiste à opérer par profil et non par suite non interrompue des profils.

Transports verticaux. — Dans tout ce qui précède, nous avons supposé que les transports se faisaient horizontalement ; mais il arrive assez souvent que les masses à déplacer doivent être élevées. Il faut en pareil cas, appliquer un prix plus élevé à la distance horizontale des centres de gravité du déblai et du remblai ; ou bien augmenter cette distance dans une proportion convenable en conservant le même prix que pour les parcours horizontaux ; c'est ce dernier parti qu'on adopte généralement.

On donne ordinairement aux chemins que doivent suivre les transports effectués à la brouette une inclinaison de $\frac{1}{12}$; on a remarqué que la vitesse des transports s'y trouvait diminuée de $\frac{1}{3}$, ce qui a conduit à payer le même prix, pour un transport horizontal à 30^m et pour un transport à 20^m sur une rampe inclinée à $\frac{1}{12}$.

Il est facile, dès lors, de transformer en parcours horizontaux équivalents tous les transports qui comportent une élévation des masses. En effet, le prix alloué pour un parcours de 20^m en rampe peut être considéré comme composé de deux parties représentant les dépenses relatives — l'une au parcours horizontal de 20^m ; — l'autre à l'élévation de la masse à une hauteur de $\frac{20^m}{12} = 1^m.667$. — Or, ce prix total étant le même que celui appliqué à un parcours horizontal de 30^m, il en résulte que l'élévation à $1^m.66$ sur une rampe de $\frac{1}{12^e}$ équivaut à une augmentation de parcours horizontal de 10^m. Par suite, un transport vertical à 1^m de hauteur doit être payé le même prix qu'un transport horizontal à 6^m, indépendamment du parcours horizontal nécessaire pour effectuer cette élévation.

Si donc on représente par D et H les distances horizontales et verticales des centres de gravité des masses de déblai et de remblai, il faudra appliquer le prix des transports horizontaux à une distance $D + 6H$ pour tenir compte de l'influence des rampes inclinées à $\frac{1}{12^e}$.

Cette formule cesse toutefois d'être applicable dans le cas où la ligne droite qui réunit les deux centres de gravité se trouve inclinée à plus de $1/12^e$, c'est-à-dire si D est plus petit que $12\,H$. Une rampe de $\frac{1}{12}$ n'élèverait alors les déblais qu'à une hauteur de $\frac{D}{12} < H$; la hauteur $H - \frac{D}{12}$ qui reste à franchir exigera un développement supplémentaire de rampes ayant $12H - D$ de longueur horizontale ; de sorte que le parcours en rampe aura une longueur totale de $12\,H$ équivalente à $18\,H$ de distance horizontale.

A l'aide des formules très-simples, $D + 6H$ si $D \geqq 12H$, et $18H$ si $D < 12H$, on transformera en parcours horizontaux équivalents tous les transports à effectuer suivant des inclinaisons diverses, et on n'aura qu'un seul tarif de prix à appliquer sans distinction des déclivités.

Plus généralement, et quelle que soit l'inclinaison $\frac{1}{i}$ qu'on veuille adopter pour les rampes, en désignant par l et l' les parcours d'égale dépense en plaine et en rampe, on devra multiplier le prix du transport horizontal à 1^m par la distance $(D - Hi) + \frac{l}{l'}Hi$ expression qui aura toute la généralité possible en ayant soin de ne tenir compte du 1er terme que lorsqu'il est positif.

Des considérations analogues à celles que nous venons d'indiquer au sujet de la manière dont il faut tenir compte des inclinaisons, quand il s'agit des transports à la

brouette pourraient s'appliquer aux transports à exécuter au tombereau. On admettait alors qu'un parcours de 100^{m} sur une rampe de $\frac{1}{20^e}$ = 0.05 équivaut à un parcours de 150^{m} en plaine. Mais les transports à la voiture ayant généralement lieu suivant les parcours d'inclinaison très faible, on n'applique guères ces sortes de considérations aux transports par voitures que dans les cas exceptionnels qui se présentent dans l'exécution des grandes tranchées ou dans les fouilles à faire pour l'établissement d'ouvrages d'art considérables.

Ordinairement, on ne tient pas compte des rampes quand elles sont au dessous de $\frac{1}{40^e}$, bien que rigoureusement on dût le faire. Quand on voudra conserver cette pratique, on devra le mentionner expressément au devis.

Si le déblai devait avoir une grande profondeur, le développement des rampes serait très couteux; on abandonne alors le transport par brouette, et on jette les terres sur des banquettes disposés en gradins par étages de 1^{m} 60; ou bien, conservant le transport par brouettes ou par camions, on fait monter les machines de transport sur des plans inclinés très raides, au moyen de dispositions mécaniques. — Dans chacun de ces divers cas, et, en général, dans toutes toutes les circonstances où des combinaisons spéciales peuvent influer notablement sur le prix du travail, il faut établir des prix ad-hoc, et apporter dans le tableau ci-dessus les modifications nécessaires pour grouper séparément les masses auxquelles se doivent appliquer ces prix particuliers.

Étude des Projets.

Légende explicative

des Instruments de Géodésie, de Topographie et de Nivellement dont il est question dans l'Introduction aux cours de construction.

Levé des Plans.

Mesure des distances pour les opérations géodésiques.

Règles de la méridienne de France.

Pl. 1. — Fig. 1 et 2.

Ces règles étaient au nombre de quatre. Elles étaient disposées conformément aux indications de Borda et ont été employées par MM. Delambre et Méchain pour la détermination du système métrique.

La figure 1 représente à la fois, en perspective, l'extrémité d'une règle et le commencement de la suivante :

AA ——— Règle de platine de 12 pieds de longueur, de six lignes de largeur et de près d'une ligne d'épaisseur.

BB ——— Règle de cuivre fixée sur la règle de platine AA par les trois vis f placées à l'une de leurs extrémités :

La règle de cuivre est de la même largeur et de la même épaisseur que la règle de platine ; mais elle est de six pouces moins longue qu'elle.

Le mode de réunion des deux règles permet à celle de cuivre, qui est la plus dilatable, de glisser sur la règle de platine. On peut déduire de l'allongement relatif de la première de ces règles la température du système et, par suite, la véritable longueur de cette règle à cette température, si elle a primitivement été déterminée à 0°.

On mesure cet allongement relatif à l'aide de la disposition suivante :

0,... 01 ——— Vernier tracé sur les bords de la fenêtre pratiquée dans la règle de cuivre. Ce vernier glisse le long de la division 0,..... 60 tracée sur une petite pièce de cuivre fixée sur la règle de platine et engagée à frottement doux dans la fenêtre de la règle de cuivre.

C ——— Microscope à l'aide duquel on lit les divisions 0,.... 60 et celles du vernier 0,.... 10

Les divisions de la petite règle 0,... 60 et celles du vernier 0,.... 10 sont déterminées de telle manière qu'une portion du vernier indique 0^{toise}.00009245 de dilatation dans la règle de platine. Le microscope permet en outre d'apprécier facilement la moitié ou même le quart de l'une de ces divisions.

g ——— Languette en platine assujettie à glisser à frottement doux dans la rainure fixée sur la règle de platine. Cette languette est destinée à mesurer l'espace laissé à dessein entre les règles pour éviter de les déranger en poussant chacune d'elles contre la précédente

b ——— Bouton à l'aide duquel on pousse la languette g pour la mettre en contact avec le bout de la règle précédente.

0.... 300 ——— Divisions de 0.0001 de toise tracées sur la languette.

10..... 0 ——— Vernier tracé sur le bord de la rainure qui renferme la languette; il donne les dixièmes des divisions précédentes

C' ——— Microscope semblable au microscope C. Il permet, comme lui, d'évaluer la moitié ou même le quart des divisions du vernier, de sorte que l'on peut obtenir la longueur de la partie de la languette comprise entre le vernier et la seconde règle, au demi ou même au quart de cent-millième de toise près.

Les règles étaient trop minces et trop flexibles pour être employées seules et sans garniture. Chacune des quatre règles (Fig. 2) était portée sur une pièce de bois bien dressée T T', et contenue entre de petites montures qui l'empêchaient de s'écarter de la ligne droite sans gêner en rien la dilatation.

tt ——— Petit toit placé à 0^{m} 10 environ au-dessus des règles, pour les préserver de l'action directe de la chaleur solaire.

pp ——— Pointes de fer placées sur le toit; dans l'axe de la règle, et destinées à la placer rigoureusement dans l'alignement de la ligne à mesurer.

Chaque pièce de bois était portée par deux trépieds en fer x x, que l'on calait avec les vis yy

s s ——— Patins en bois garnis de pointes qui s'enfonçaient dans le sol pour les fixer à la place qu'ils devaient occuper. Ces patins supportaient les trépieds x x.

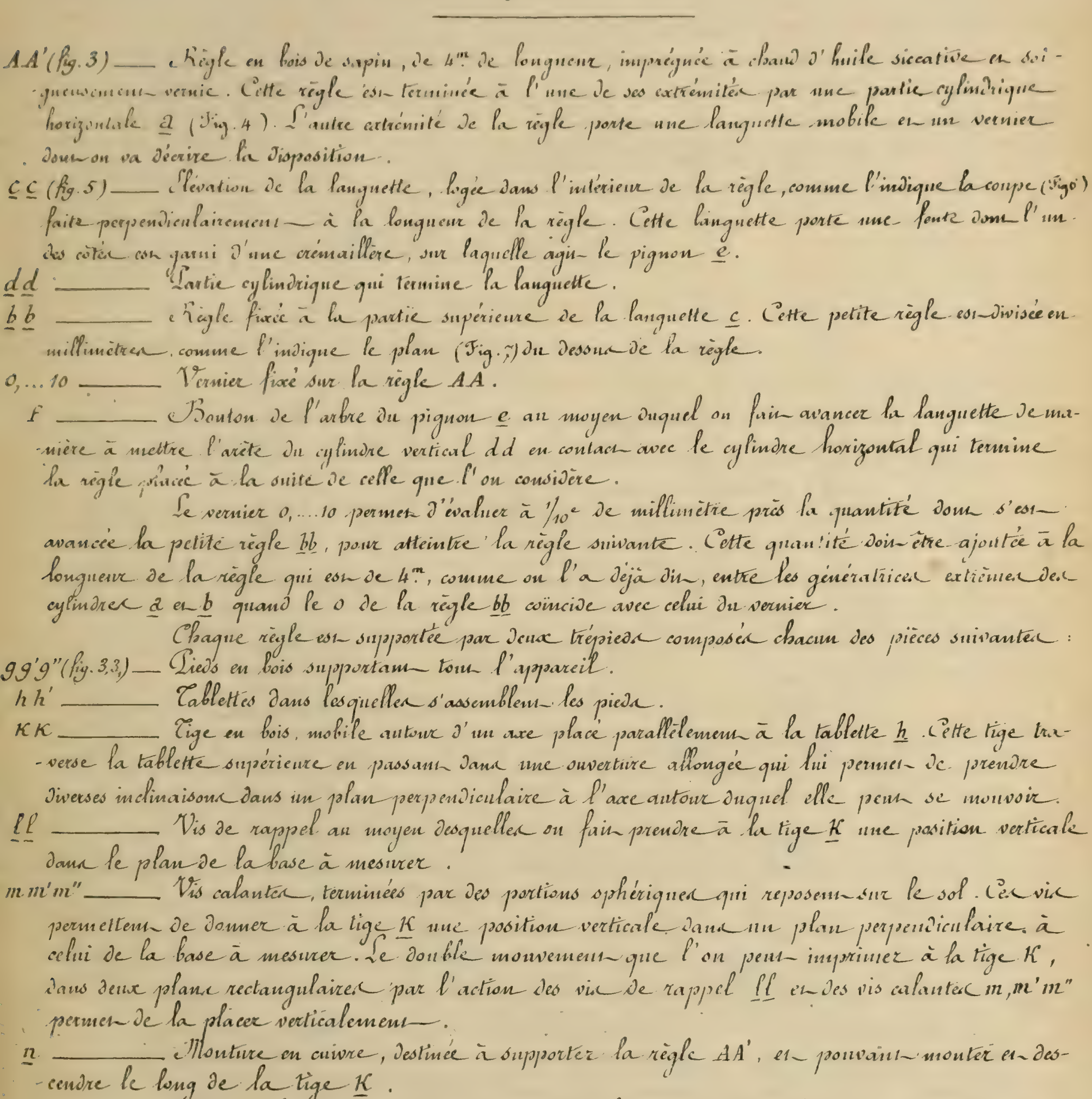
L'inclinaison des règles se mesurait à l'aide d'une espèce de niveau de maçon perfectionné dont le fil à plomb était remplacé par une alidade portant un niveau à bulle d'air perpendiculaire à sa direction et un vernier circulaire pour évaluer l'angle de cette alidade avec une ligne perpendiculaire au plan des règles (Voir Pl. 26, Fig 128bis)

Quelques grandes bases du réseau trigonométrique de la Carte de France ont été mesurées par les procédés qui viennent d'être décrits.

Règles.

Règles employées pour la mesure des bases du réseau de 1er ordre de la triangulation de la Carte de l'Algérie.

Pl. 1. — Figures 3, 3_1, 4, 5, 6, 7, 8.



AA' (fig. 3) —— Règle en bois de sapin, de 4m de longueur, imprégnée à chaud d'huile siccative et soigneusement vernie. Cette règle est terminée à l'une de ses extrémités par une partie cylindrique horizontale a (Fig. 4). L'autre extrémité de la règle porte une languette mobile et un vernier dont on va décrire la disposition.

cc (fig. 5) —— Élévation de la languette, logée dans l'intérieur de la règle, comme l'indique la coupe (Fig. 6) faite perpendiculairement à la longueur de la règle. Cette languette porte une fente dont l'un des côtés est garni d'une crémaillère, sur laquelle agit le pignon e.

dd —— Partie cylindrique qui termine la languette.

bb —— Règle fixée à la partie supérieure de la languette c. Cette petite règle est divisée en millimètres, comme l'indique le plan (Fig. 7) du dessous de la règle.

0,...10 —— Vernier fixé sur la règle AA.

f —— Bouton de l'arbre du pignon e au moyen duquel on fait avancer la languette de manière à mettre l'arête du cylindre vertical dd en contact avec le cylindre horizontal qui termine la règle placée à la suite de celle que l'on considère.

Le vernier 0,....10 permet d'évaluer à 1/10e de millimètre près la quantité dont s'est avancée la petite règle bb, pour atteindre la règle suivante. Cette quantité doit être ajoutée à la longueur de la règle qui est de 4m, comme on l'a déjà dit, entre les génératrices extrêmes des cylindres a et b quand le 0 de la règle bb coïncide avec celui du vernier.

Chaque règle est supportée par deux trépieds composés chacun des pièces suivantes :

gg'g'' (fig. 3, 3_1) — Pieds en bois supportant tout l'appareil.

hh' —— Tablettes dans lesquelles s'assemblent les pieds.

KK —— Tige en bois, mobile autour d'un axe placé parallèlement à la tablette h. Cette tige traverse la tablette supérieure en passant dans une ouverture allongée qui lui permet de prendre diverses inclinaisons dans un plan perpendiculaire à l'axe autour duquel elle peut se mouvoir.

ll —— Vis de rappel au moyen desquelles on fait prendre à la tige K une position verticale dans le plan de la base à mesurer.

mm'm'' —— Vis calantes, terminées par des portions sphériques qui reposent sur le sol. Ces vis permettent de donner à la tige K une position verticale dans un plan perpendiculaire à celui de la base à mesurer. Le double mouvement que l'on peut imprimer à la tige K, dans deux plans rectangulaires par l'action des vis de rappel ll et des vis calantes m, m'm'' permet de la placer verticalement.

n —— Monture en cuivre, destinée à supporter la règle AA', et pouvant monter et descendre le long de la tige K.

o —— Bouton fixé sur l'arbre d'un pignon logé dans la monture n et agissant sur la

crémaillère en cuivre qui garnit le bord de la tige K. Ce bouton sert à faire mouvoir la monture n le long de la tige K.

On imprime à chacune des montures en cuivre qui supportent la règle, le mouvement de haut en bas ou de bas en haut qui est nécessaire pour lui donner une position parfaitement horizontale. Un niveau à bulle d'air placé sur le milieu de la règle, permet de reconnaître quand cette condition est remplie.

Deux vis de pression permettent de fixer invariablement la monture sur la tige K à la hauteur qu'elle doit occuper. Deux autres vis de pression servent à fixer la grande règle dans la même monture.

Les règles sont placées, en plus ou moins grand nombre les unes à la suite des autres comme l'indique la fig. 8.

Règle de M. Porro.

La mesure des distances s'effectue, dans le système de M. Porro, à l'aide d'une règle unique posée successivement sur une série de supports mobiles.

Cette règle porte, à chacune de ses extrémités, une échelle graduée sur laquelle se font les lectures à l'aide de microscopes d'une disposition particulière.

L'appareil complet se compose par conséquent de trois parties distinctes : les supports, la règle proprement dite et les microscopes.

1° Supports.

Ils sont semblables et au nombre de trois pour chaque appareil, chacun d'eux se compose des pièces suivantes :

AA (fig. 12). — Plateau supérieur du support sur lequel se place l'extrémité de la règle et le microscope correspondant.

Ce plateau présente en plan la forme indiquée par la fig. 13. Il est percé d'une ouverture b à travers laquelle on peut observer les points de repère fixés sur le sol aux extrémités de la base à mesurer, ou les piquets de repère posés chaque soir avant l'interruption du travail.

BB, BB, CC. — Pieds qui supportent le plateau AA. Les pieds BB sont mobiles autour d'un axe placé sous le plateau AA et que l'on dispose à peu près perpendiculairement à la ligne à mesurer. Le 3e pied CC peut tourner dans tous les sens à l'aide d'une espèce de coquille autour d'une noix sphérique qui termine l'axe horizontal dont on vient de parler.

d ——— Écrou à oreilles à l'aide duquel on fixe la position du plateau AA et des pieds BB, BB.

L'horizontalité approximative du plateau AA s'obtient très rapidement à l'aide des dispositions que l'on vient de décrire. Il suffit en effet d'enfoncer légèrement dans le sol, avec une ouverture convenable, les pieds BB, puis de modifier l'inclinaison du troisième pied C jusqu'à ce que l'axe de dessous du plateau soit sensiblement horizontal. On fait alors tourner le plateau autour de cet axe, jusqu'à ce qu'il soit à peu près de niveau dans

le sens perpendiculaire à celui de cet axe, c'est-à-dire le sens de la ligne à mesurer, et enfin on serre l'écrou d pour assujettir le plateau dans cette position.

s s ——— Doigts à clavettes pour maintenir le trépied fermé pendant les transports.

Les pieds ordinaires à 6 branches pourraient également servir de supports pour les opérations dont il s'agit, mais leur mise en place serait un peu plus longue que celle du trépied dont on vient de parler ; ce qui, du reste, ne présenterait aucun inconvénient sérieux, le temps nécessaire aux lectures étant plus que suffisant pour la mise en place des supports par les aides de l'opérateur.

2° Règle proprement dite.

r r (fig. 12) ——— Règle cylindrique en bois de sapin verni de 3m de longueur environ.

m m ——— Tube en cuivre servant de manchon à la règle r r. Il porte à chaque extrémité des fenêtres à l'aide desquelles on peut apercevoir les échelles de la règle.

j j ——— Joints de raccordement des trois parties du tube.

n n ——— Niveau placé au milieu du tube en cuivre m m et gradué de telle sorte qu'en faisant la somme des numéros des divisions sur lesquelles s'arrêtent les extrémités de la bulle, on obtient l'angle de la règle avec la verticale.

p p ——— Poignées servant à transporter la règle.

t t ——— Pointes mousses sur lesquelles la règle repose sur le support d'arrière.

u u ——— Roulettes sur lesquelles la règle repose sur le support d'avant et qui permet aux dilatations et aux petits déplacements latéraux de s'opérer avec toute facilité.

r r (fig. 14) ——— Règle cylindrique en sapin et vernie ; vue séparément.

z z ——— Manchons de raccordement de trois parties de cette règle.

ε ε ——— Echelles en maillechort incrustées aux extrémités de la règle et divisées en dixièmes de millimètre. Ces échelles ont chacune 0m.050 de longueur ; leurs zéros sont situés à l'extrémité opposée au bout de la règle en bois qui les supporte.

Cette règle est maintenue dans l'axe du tube en cuivre qui la renferme, par des diaphragmes en cuivre percés d'ouvertures où elle entre librement ; les zéros des échelles sont exactement distants de 3m.

v (fig. 15) ——— Vis de rappel du niveau placé sur la règle. Ce niveau ne présente de particulier que la forte courbure de son tube de verre (Fig. 16), et son mode de graduation qui a été indiqué plus haut.

f f (fig. 17) ——— Fenêtre de l'extrémité du tube qui enveloppe la règle de sapin.

x ——— Bouton d'un petit volet à coulisse servant à fermer la fenêtre ff pendant l'intervalle des observations.

b b ——— Bouchon en cuivre que l'on met en place, quand la règle en bois a été introduite dans le tube. Ce bouchon vient appuyer directement sur un petit ressort à boudin fixé aux extrémités de la règle en bois afin de s'opposer à son ballottement longitudinal dans l'intérieur du tube.

t t ——— Pointes mousses sur lesquelles (voir aussi fig. 12) repose la règle sur le support d'arrière.

Ces pointes mousses portent une espèce de berceau demi-cylindrique embrassant la moitié du tube en cuivre m m.

$b, b,$ ——— Vis réunissant librement, à l'aide de boutonnières, le berceau des pointes tt et le tube m m.

La disposition de la pièce tt que l'on vient de décrire permet à la règle de toujours reposer sur 4 points, savoir : les points tt et les roulettes u u (Fig. 12), quelle que soit l'inclinaison relative des plateaux AA des supports qui ne peuvent jamais être rigoureusement au même niveau.

pp (fig. 18) ——— Détail de l'une des poignées pp (Fig 12) servant au transport de la règle.

j j (fig. 19) ——— Détail de la rondelle de joint des trois parties du tube mm. C'est le raccord ordinaire du joint de Pompier.

La règle assez compliquée que l'on vient de décrire, serait avantageusement remplacée par une règle plate en sapin, semblable à celle de l'Etat-Major (Pl. 1) à laquelle on adapterait le niveau n n (Fig. 12), les deux pièces de support t et u, et enfin les deux échelles graduées EE (Fig. 14.).

3° Microscopes.

MM (fig. 12) ——— Microscopes disposés pour l'observation. Ils sont semblables et au nombre de trois ; ils se composent des pièces suivantes :

v v v (fig. 20) ——— Vis calantes du trépied du microscope.

c ——— Colonne en fonte de l'instrument pouvant tourner autour d'un axe vertical α.

a ——— Vis de rappel donnant au microscope autour de l'axe de la colonne C un mouvement lent permettant d'amener son axe optique sur la petite échelle divisée E.

MM ——— Corps du microscope monté de manière à pouvoir tourner autour de son axe.

n n ——— Niveau à bulle d'air, perpendiculaire à l'axe optique du microscope MM.

p ——— Vis de rappel destinée à amener le microscope dans une position rigoureusement verticale

q ——— Vis de rappel des objectifs du microscope.

v ——— Demi-lentille bi-convexe de trois mètres de longueur focale servant à rectifier le défaut d'alignement des microscopes. Le centre de ces demi-objectifs est à 0m 10 de l'axe du microscope.

i ——— Echelle en ivoire, divisée en millimètres ; le zéro de la graduation étant compté sur l'axe du microscope. Cette échelle peut tourner autour de la charnière c et être mise hors d'action

Pour rectifier le défaut d'alignement, toujours très faible d'ailleurs des microscopes $M_1 M_2$ (Fig. 21) qui peuvent ne pas se trouver sur la base $M_1 P$ à mesurer, il suffit d'obtenir la petite longueur $M_2 p$.

On place pour cela à une grande distance un gros fil à plomb Q, à 0m 10 de la base : la ligne m Q qui joint le centre du premier demi-objectif directeur au fil Q, sera parallèle à cette base et rencontrera le second demi-objectif en un point q dont la distance $q m_2$ au centre de cet objectif sera égal à $M_2 p$.

En relevant l'échelle d'ivoire du demi-objectif m_1 et se plaçant derrière lui avec une lunette dont on lui fera masquer la moitié de l'objectif, on verra en même temps par la partie libre de l'objectif de la lunette l'image du fil à plomb ; et par la partie masquée l'image de l'échelle du 2e demi-objectif qui se trouve au foyer du premier : on lira donc facilement

le N° de la division q de cette image sur laquelle vient se projeter celle du fil à plomb ... On connaîtra ainsi la distance $M_2 q = D$, et par suite $M_2 p = D - 0^m 10 = \delta$. Il est aisé de reconnaître que la distance vraie est égale à la portée $p = M_1 M_2$ déjà trouvée diminuée de $\frac{\delta^2}{2p}$.

Mesure des distances
pour les opérations topographiques et de nivellement.

Chaîne d'arpenteur.

Pl. 1 — Figures 9 et 10.

AB, CC'C'' ——— Chaînons en fil de fer, de 0m 20 de longueur, et 0m 0042 de diamètre.

D ——— Anneaux en fer, réunissant les chaînons.

Δ ——— Anneaux en cuivre de mètre en mètre.

E ——— Marque distinctive de l'anneau du milieu de la chaîne.

a b b c ——— Poignée de la chaîne, réunie au premier chaînon B par le boulon D que termine la tête C.

FF ——— Fiche en fer de 0m 30 à 0m 40 de longueur, terminée par la pointe f.

Décamètre en ruban d'acier.

Pl. 3 — Figures 22 et 23.

AAA (fig. 22) — Ruban d'acier de 0m 017 de largeur, pincé à ses extrémités entre deux plaques de cuivre CC.

PP (fig. 22 et 23) — Poignées en cuivre, réunies au ruban d'acier par les boulons bb en fil de fer. Une des extrémités de ces boulons est taraudée et pénètre dans un écrou E, fixé à la poignée, ce qui permet d'étalonner la chaîne ; l'autre extrémité est recourbée en boucle fixée aux plaques de cuivre qui terminent le ruban.

m m ——— Rondelles de cuivre fixées de 0m 20 en 0m 20 à partir des faces extérieures des poignées : des rondelles plus larges sont fixées de mètre en mètre.

n n ——— Petits trous percés dans le ruban de 0m 10 en 0m 10.

r r ——— Rainure pratiquée dans la poignée et servant à loger la fiche pendant le chaînage

Stadia à fil mobile

Pl. 3. — Figures 27 à 31

AA (fig. 27) — Lunette de la stadia. Cette lunette en tournant autour de l'axe a, peut prendre

toutes les inclinaisons dans le plan perpendiculaire à cet axe ; et elle peut se placer dans tous les azimuts en tournant autour d'un goujon engagé dans la douille b, qui la supporte. Cette douille se place sur un pied d'instrument ordinaire (Voyez Pl. 9, Fig. 52.

Un double tirage permet de placer l'oculaire et le micromètre dans les positions relatives qui conviennent à la vue de l'observateur et à la distance de l'objet.

L'objectif et les autres parties de la lunette proprement dite ne présentent aucune particularité remarquable. On en trouvera une description détaillée à l'article Niveau à lunette et à bulle d'air. On se bornera à décrire le micromètre à fil mobile placé dans l'espace prismatique e.

dd (fig. 28) —— Châssis rectangulaire mobile dans l'intérieur de la boîte eee, à l'aide de la vis f et de l'écrou g.

L'écrou g porte (Fig. 29) un index i qui marque, sur le cadran h, divisé en cent parties égales, les fractions de tour de l'écrou et par suite, la fraction de pas de la vis dont le chassis s'est élevé ou abaissé.

ll —— Ressort à boudin enveloppant la vis f. Il tend à soulever le châssis et maintient ainsi l'écrou g constamment appuyé sur son siège.

Le châssis d représenté à part et de face dans la fig. 31, porte deux fils très fins l'un horizontal m et l'autre vertical n.

Le diaphragme o, contre lequel s'appuie le châssis, et que l'on aperçoit après avoir dévissé le porte oculaire (Fig. 30) porte un fil fixe horizontal p. L'écartement de ce fil fixe et du fil mobile m se mesure au moyen de divisions égales au pas de la vis, tracées sur le côté du diaphragme, les fractions du pas de la vis se déterminent à l'aide du cadran gradué h et de l'indicateur i.

Réticule à cadre mobile pour Stadia à fils fixes.

Pl 3. —— Figures 24, 25 et 26

tt (fig. 25 et 26) — Tube supportant le réticule.

abcd (fig. 24) — Cadre sur lequel sont fixés les fils.

mm (fig. 26) — Cavités cylindriques dans lesquelles pénètrent et se meuvent à frottement doux les montants ab, cd, des cadres. Ces montants sont eux mêmes creux, et des ressorts à boudin rr, placés dans leur intérieur, servent à maintenir l'écartement des cadres.

vv —— Vis permettant de modifier cet écartement et par suite la distance des fils fixés aux cadres, on peut ainsi écarter les fils de telle sorte que chaque division de la mire corresponde à 1^{m} de distance à la lunette

Mesure

Mesure des Angles.

Théodolite répétiteur.

Pl. 5 et 6 ——— Figures 40, 41, 42 et 43.

Le principe de la répétition des angles qui permet d'arriver à une précision pour ainsi dire absolue dans la mesure de ce genre de grandeur, exige que les différentes parties des instruments où il est appliqué puissent recevoir divers mouvements indépendants les uns des autres.

Il est par conséquent utile, pour bien comprendre le théodolite répétiteur, le plus exact des instruments destinés à la mesure des angles, d'étudier séparément chacun des systèmes de pièces qui forment; pour ainsi dire; un ensemble isolé, susceptible d'un mouvement propre; ou destiné à un usage spécial. On distinguera donc dans ce qui va suivre :

1° La partie fixe du théodolite I'I'I", KK, LL, VX.

2° La 1re partie mobile formée du limbe gradué EE et de ses accessoires, qui entraîne généralement la partie supérieure dans son mouvement de rotation.

3° La 2e partie mobile comprenant le cercle intérieur DD qui avec les pièces qu'il supporte et notamment le cercle vertical BB est susceptible de prendre un mouvement indépendant de la première partie mobile EE.

Pied de l'instrument.

L'instrument est fixé sur un pied à trois branches doubles au moyen d'une vis, entourée d'un ressort à boudin enfermé dans un cylindre creux en cuivre. La vis dont la tête est formée d'un bouton molleté, traverse la table en bois qu'assujettissent les trois branches doubles du pied et s'engage dans la filière K' taraudée pour la recevoir.

1° Partie fixe du théodolite.

KK (fig. 40, 42 et 43) — Bâtis en cuivre à trois branches sur lequel est monté le théodolite.

LLL. ——— Vis calantes reposant sur des pièces de cuivre incrustées dans la table en bois du pied. Ces vis servent à rendre le pivot II' vertical et par suite le limbe EE horizontal.

I, I, I'I" (fig. 43) - Pivot en acier, légèrement conique, autour duquel s'effectue le mouvement de rotation des diverses parties mobiles. - L'extrémité I' sert à fixer le pivot sur le trépied KK au moyen des vis i.

Autour de la partie I' s'opère la rotation de la première partie mobile, le limbe EE.

Autour de la partie I" s'opère la rotation de la deuxième partie mobile, le cercle DD, intérieur au limbe EE, qui entraîne dans son mouvement la lunette AA et le cercle zénital BB.

Une boîte à écrou i' i' assujettit sur ce goujon les diverses parties de l'instrument.

v - Plaque coudée en cuivre fixée au trépied par deux vis v'v' (Fig. 40) Cette plaque porte une fenêtre rectangulaire dans laquelle vient s'engager la pince x destinée à arrêter le mouvement de rotation de la partie inférieure; en saisissant le rebord du plateau P. Une vis V, à bouton molleté, sert à réunir les deux machoires de la pince; la plaque v porte en outre deux coussinets qui reçoivent l'un, une vis de rappel X, l'autre un ressort à boudin x. Ces deux

derniers organes peuvent agir sur la pince x de manière à substituer un mouvement lent au mouvement rapide que la vis V a pour fonction d'arrêter.

1ère partie mobile. — Cercle azimutal. Lunette inférieure.

EE. ——— Cercle azimutal formé d'un plateau évidé assujetti par des vis e (Fig. 43) au cylindre creux FF qui fait corps lui-même avec le plateau inférieur PP. Ce cercle EE porte une division en sixièmes de degré, gravée sur argent.

HH. ——— Manchon enveloppant le cylindre FF; il est composé de deux demi-cylindres creux reliés d'une part (Fig 42) par la vis h', de l'autre par la vis de pression h, à tête molletée qui sert à permettre ou à empêcher, à volonté, la rotation du manchon HH et de la lunette Q qui lui est fixée autour du cylindre FF.

QQ. ——— Lunette inférieure destinée à servir de repère et à s'assurer que le cercle azimutal EE reste parfaitement invariable lorsqu'on fait mouvoir la lunette supérieure autour de l'axe I''.

q. ——— Embrasse fixée à la lunette QQ par deux vis et fondue avec un petit axe horizontal de rotation, mobile dans une douille faisant corps avec un des demi-cylindres du manchon HH. Cette pièce relie la lunette inférieure au système et permet de lui imprimer un certain mouvement dans le sens vertical.

4°. Cercle Zénithal. Lunette supérieure et Verniers.

DD. ——— Plateau circulaire concentrique au cercle gradué EE et fixé à la colonne CC par trois vis c (Fig 43) et tournant avec elle autour de l'axe I'', deux verniers c'c' sont symétriquement placés aux deux extrémités d'un diamètre du plateau et deux loupes Ll facilitent la lecture des divisions sur lesquelles la lumière est renvoyée par deux réflecteurs m, m; les verniers, gravés sur argent donnent la soixantième des divisions du limbe, soit 10 secondes.

ll'. ——— Porte-loupes à doubles branches pouvant tourner autour de la base de la colonne C,C.

R. (fig. 42 et 43) — Vis à bouton molleté destiné à fixer le plateau D au cercle E en serrant les deux mâchoires de la pince r.

S. ——— Vis de rappel complétée par un ressort à boudin, et servant à substituer, lorsque la vis R est serrée, un mouvement lent au mouvement brusque de rotation des parties supérieures autour de l'axe I''.

s. ——— Pièce à fenêtre rectangulaire fixée au moyen de deux vis au plateau D; cette pièce porte en outre deux coussinets dont l'un sert d'écrou à la vis S et dont l'autre présente un évidement cylindrique destiné à loger le ressort à boudin.

C.C. C'C'. ——— Pièce reliant le cercle vertical B et la lunette supérieure A au plateau D. La partie C.C, réunie au plateau D par trois vis C, est légèrement conique et évidée à l'intérieur pour recevoir la partie I'' du pivot II'I'' autour de laquelle elle peut tourner en entraînant les organes supérieurs de l'instrument. La partie C'C' est une traverse horizontale dont une extrémité

se retourne en équerre pour servir de support au cercle zénital B. L'autre extrémité supporte un contrepoids G destiné à faire équilibre au poids des diverses pièces fixées à la 1re extrémité de la traverse C'C'.

gg'. ——— Vis servant à rendre le plan du cercle zénithal parallèle à l'axe du pivot I'' en rapprochant ou en éloignant les deux parties de la règle C'C' fendue à cet effet dans le sens de sa largeur et sur une partie de sa longueur.

BB. ——— Cercle zénithal formé d'un plateau évidé portant une division en sixièmes degré; gravée sur argent.

MM. ——— Douille fixée par trois vis au cercle vertical BB et évidé intérieurement en forme de cône pour recevoir le pivot horizontal N qui peut y prendre un mouvement de rotation.

La douille M en bronze, fortement reliée par trois vis au cercle zénithal BB traverse un œil ménagé dans la partie verticale de la pièce C'C' : deux vis bb (Fig. 42 et 43) servent à relier ces deux pièces et de plus à régler la position du limbe BB de telle sorte que le diamètre 0°-180° soit horizontal lorsque le pivot I'' est vertical.

UU. ——— Plateau concentrique au cercle zénithal BB et fixé par trois vis au goujon N; deux verniers nn gravés sur argent et donnant les angles à 10'' près sont symétriquement placés aux deux extrémités d'un diamètre du plateau; deux loupes pp facilitent la lecture des divisions sur lesquelles la lumière est renvoyée par deux réflecteurs tt.

qq'. ——— Porte-loupes à double branche pouvant tourner autour de la base du goujon N.

N. ——— Axe horizontal de rotation qui s'engage dans la douille MM et dont l'axe est aussi celui du mouvement giratoire vertical de la lunette A; un bouton à vis α maintient cet axe dans la position qu'il doit occuper.

AA. ——— Lunette astronomique avec objectif achromatique, crémaillère et oculaire de Ramsden. Elle est enchâssée dans deux colliers u, et invariablement fixée au plateau U par deux vis noyées u' (Fig. 43.) Deux fils de stadia fixés au réticule, permettent la mesure des distances.

h. ——— Vis de rectification des fils du réticule; elle sert à rendre l'axe optique de la lunette perpendiculaire à l'axe de rotation N.

Y. ——— Vis à bouton molleté destinée à fixer le plateau U au cercle B en serrant les deux mâchoires de la pince y.

z. ——— Vis de rappel employée avec un ressort à boudin pour substituer un mouvement lent au mouvement brusque lorsque la vis Y est serrée.

f. ——— Pièce à fenêtre rectangulaire fixée par deux vis oo au plateau UU. Cette pièce porte en outre deux coussinets, dont l'un sert d'écrou à la vis z et dont l'autre porte un évidement cylindrique destiné à loger le ressort à boudin.

T. ——— Table en cuivre fixée par deux vis au plateau BB et servant de support au niveau à bulle d'air o qui sert à régler l'instrument.

dd' ——— Prismes en cuivre recevant les deux extrémités du tube en cuivre d'd' qui enveloppe la fiole du niveau à bulle d'air.

o. ——— Fiole rodée du niveau à bulle d'air et sur laquelle sont gravées les divisions destinées à repérer la position de la bulle.

K ——— Vis de rectification du niveau.

Graphomètre répétiteur à lunette.

Pl. 7. (Figures 44, 45, 46 et 47)

Cet instrument employé à la mesure des angles horizontaux, offre l'application du procédé de la répétition réduit à la plus grande simplicité d'organes.

T' T. ———— Bâtis en métal à trois branches sur lequel est monté le cercle

V V ———— Vis calantes reposant sur des pièces de cuivre incrustées dans la table du pied.

i I i' ———— Pivot conique autour duquel s'effectuent les mouvements de rotation des divers organes. On distingue dans cette pièce : 1° la partie inférieure i qui lui sert de base et assure sa solidarité avec le bâtis T' T auquel elle est fixée par trois vis t. 2° la partie intermédiaire I légèrement évidée en son milieu, autour de laquelle tourne le cylindre creux CC et par suite le limbe LL. 3° La partie supérieure i autour de laquelle peut tourner le cercle des verniers avec les divers organes qu'il supporte.

Les parties i et i' appartiennent à des cônes parfaitement concentriques.

v ———— Vis servant à assurer la fixité relative des principales parties de l'instrument.

l ———— Tasseau coudé fixé à une des branches du bâtis T' et servant de point d'appui à la vis de rappel du limbe.

P ———— Collier de la vis de rappel du limbe embrassant la base de la douille c ; ce collier est fendu au droit des deux joues saillantes qq (Fig. 46) qu'une vis de pression p permet de rapprocher et de serrer assez pour s'opposer au mouvement brusque du limbe.

R ———— Lame d'acier, recourbée en forme de fer à cheval, fixée par une de ses extrémités au collier P l'autre branche s'appuyant librement sur l'oreille du petit tasseau l.

S ———— Vis de rappel servant à substituer un mouvement lent au mouvement brusque du limbe lorsque la vis p est serrée.

LL ———— Limbe gradué en demi-degrés réuni par trois vis a au cylindre creux cc.

CC ———— Douille cylindrique, évidée en tronc de cône ; elle porte deux mentonnets pour assurer sa liaison avec le limbe L et le collier P de la vis de rappel inférieure.

BB ———— Cercle concentrique au limbe LL. Il porte deux verniers opposés intérieurement qui donnent les angles à 1' près.

E ———— Niveau à bulle d'air fixé sur la pièce BB et servant à régler l'instrument. Le support e reçoit une des extrémités du niveau qui lui est réuni au moyen de la vis e' (Fig. 46) autour de laquelle cette extrémité peut tourner.

b ———— Vis de rectification du niveau à bulle d'air

MN m n o' o g g' ——— Système de la vis de rappel supérieure. – m pièce fixée au cercle B au moyen de deux vis cc – n pièce à deux machoires qui saisissent le bord du limbe L laquelle s'oppose au mouvement rapide du plateau B lorsqu'on serre la vis de pression N. – M vis de rappel servant à substituer un mouvement lent au mouvement rapide du cercle des verniers, arrêté par la vis N. – g g' vis servant à régler le frottement des noix oo entre les coussinets des pièces m et n. – o noix faisant corps avec la vis M. – o' noix indépendante servant d'écrou

à la vis N, et communiquant le mouvement de celle ci au cercle B et aux pièces qu'il entraine.

D ________ Manchon en cuivre évidé à l'intérieur pour recevoir la partie i du goujon i l i'. Ce manchon est fixé au cercle B B au moyen de trois vis d.

Q Q ________ Support de la lunette A fixé au plateau B au moyen de deux vis y y.

R R ________ Manchon en bronze évidé destiné à recevoir le goujon G de la lunette; deux vis S S servent à le fixer au support Q et de plus à assurer l'horizontalité de l'axe G.

G ________ Goujon fixé par deux vis à la lunette et lui servant d'axe horizontal de rotation.

r ________ Vis à bouton molleté fixant l'axe G dans sa position et régularisant son frottement dans le manchon R

A A ________ Lunette astronomique avec objectif achromatique et oculaire de Ramsden munie d'un réticule à deux fils rectangulaires; ce réticule est rectifiable à l'aide d'une vis qui permet de rendre l'axe optique de la lunette perpendiculaire à l'axe du goujon G.

Graphomètre.

Pl. 8, Figures 48, 49 et 50.

A A ________ Demi limbe circulaire divisé en 360 parties ou en demi-degrés.

B B ________ Alidade à pinnules, mobile dans le plan du limbe, autour du pivot a (Fig. 50) dont l'axe passe par le centre du limbe. Chacune des extrémités de cette alidade porte un vernier sur lequel l'espace correspondant à 29 divisions du limbe, est divisé en 30 parties égales, ce qui permet d'évaluer les angles à une minute près.

b b', c c' ______ Pinnules fixées aux extrémité de l'alidade et du diamètre du limbe perpendiculairement à son plan.

Les pinnules sont des plaques de cuivre évidées. L'une d'elles, c, porte une fente très étroite m m pratiquée au-dessus d'une fenêtre rectangulaire o o divisée en deux parties égales par un crin p p tendu dans le prolongement de la fente m m. Dans la pinnule c', la fente m'm' se trouve au contraire au dessous de la fenêtre o'o'. On peut ainsi, dans toutes les positions, regarder par une des fentes et amener le crin de la pinnule opposée sur l'objet à viser

Les pinnules b b' présentent la même disposition que les pinnules c c'.

Les lignes de visées de chaque couple de pinnules doivent se confondre et n'en former qu'une seule, passant par le centre du limbe, lorsque les zéros des verniers de l'alidade coïncident avec ceux du limbe divisé.

Mouvement du limbe. _ V pivot perpendiculaire au plan du limbe et autour duquel on le fait tourner pour amener la ligne de visée des pinnules b b' dans la direction d'un objet.

f f ________ Cylindre creux en cuivre, terminé par la partie sphérique g, dans lequel s'engage le pivot V.

h ________ Vis engagée dans ce pivot pour le maintenir dans sa position; et butant sur le pourtour de la cavité i i', ménagée dans la noix g par l'intermédiaire d'une petite rondelle élastique.

cc ________ Pièce sur laquelle le limbe A est fixé par deux vis dd. Cette pièce est vissée sur le prolongement de la partie supérieure du pivot V, taraudée à cet effet.

nn ________ Plateau circulaire faisant corps avec le pivot V.

qq ________ Mâchoires qu'on peut serrer à l'aide d'une vis de pression R pour fixer le limbe dans sa position lorsque la ligne de visée des pinnules bb' a été amenée dans la direction voulue. L'une de ces mâchoires, q, fait corps avec le cylindre f; l'autre, q', est isolée et maintenue seulement par l'extrémité de la vis R. Lorsque celle-ci est serrée, les mâchoires pincent le plateau nn et s'opposent à tout mouvement de rotation du pivot V qui fait corps avec ce plateau.

p ________ Petite vis s'opposant à tout déplacement relatif de la pièce c et de la partie taraudée du pivot à laquelle elle est fixée.

Mouvement de l'alidade mobile. _ Elle tourne autour du pivot a (Fig. 50), qui est fixé au limbe par trois vis α. Les axes des pivots a et V se confondant avec une même verticale passant par le centre du limbe gradué.

KK ________ Petit manchon fixé à l'alidade par trois vis α'α'α' et tournant avec celle-ci autour du pivot a

z ________ Vis engagée dans le pivot a et maintenant le manchon KK dans la position qu'il doit occuper: une rondelle élastique supporte la pression de la tête de cette vis.

Les dispositions qu'on vient d'indiquer permettent de faire tourner le limbe et l'alidade autour d'une même droite indépendamment l'un de l'autre, et de fixer le limbe dans sa position, lorsque la visée de ses pinnules est dirigée sur un objet, l'alidade mobile pouvant alors être dirigée sur un autre objet.

Une boussole, fixée au limbe, sert à amener approximativement son horizontalité et à orienter les visées.

Le graphomètre est porté sur un appareil appelé genou à coquilles dont voici la disposition.

rr ________ Douille cylindrique dans laquelle s'engage le pied en bois qui porte l'instrument: elle est terminée par une ouverture évasée qui supporte la noix g.

KKK ______ Coquilles qui enveloppent la douille et embrassent la noix g dans leur partie supérieure.

lll ______ Vis traversant l'ouverture cylindrique s de l'une des coquilles, l'écrou tt pratiqué dans l'autre et la douille r. En la serrant on rapproche les coquilles et on fixe la noix g et le graphomètre qu'elle supporte dans la position qu'il doit occuper.

EE ________ Petits goujons fixés aux coquilles KK, entrant librement dans des ouvertures ménagées dans la douille et servant à fixer la position relative de ces pièces.

Pied d'instrument.

Pl 9. - Figures 52 et 53.

AA ________ Pièce de bois légèrement conique sur laquelle on place la douille des instruments

Cette pièce est terminée par la partie prismatique BB.

CCC ——— Pied en bois.

dd ——— Pointes en fer qui terminent les pieds.

cc ——— Viroles frettant l'extrémité de chaque pied C.

aa ——— Boulons servant à réunir les pieds à la pièce prismatique B.

ee ——— Ecrous à oreilles des boulons aa. Ils tournent sur les rondelles en cuivre bb

La figure 53 indique la disposition du boulon à trois branches aaa logé dans l'intérieur de la pièce B et maintenu par les coins et cales mm, B'B'. Pour placer ainsi le boulon dans l'intérieur de la pièce B, on commence par l'évider en ne conservant que les trois parties nn, nn, nn, (Fig. 53) dans la longueur comprise entre la base de la pièce BB et la ligne MN (Fig. 52). On introduit le boulon à trois branches dans la cavité ainsi préparée, puis on remplace le bois enlevé par les cales et coins B'B'B', m m m soigneusement collés entre eux et aux parties ménagées B'B'B' de la pièce B.

Pantomètre de Fouquiez.

Pl. 10. — Figures 54, 56 et 57.

AA (fig. 54) ——— Tambour inférieur. Dans un plan vertical passant par le centre de l'instrument, ce tambour est percé d'un côté par une fente et de l'autre par une fenêtre dans laquelle on a tendu un fil. La partie supérieure de ce tambour est divisée en 360° dont le zéro se trouve dans le prolongement de la fente m'.

SS ——— Trous qui terminent les extrémités de la fente et par lesquels on cherche à voir l'objet sur lequel on doit diriger le fil de la fenêtre diamétralement opposée

BB ——— Tambour supérieur percé de deux fentes m, n et de deux fenêtres o, p placées aux extrémités de diamètres rectangulaires. Il porte à sa partie inférieure un vernier dont le zéro se trouve dans le prolongement d'une des fentes et qui permet d'apprécier à deux minutes près la lecture des divisions du tambour inférieur.

f ——— Bouton de rappel à l'aide duquel on fait tourner le tambour supérieur autour de l'axe commun aux deux tambours, au moyen de mécanisme suivant.

d (Fig. 56) ——— Roue dentée fixée sur la pièce bbb soudée elle-même au tambour supérieur. Le centre de la roue d est sur l'axe commun aux deux tambours.

g ——— Pignon fixé sur la tige du bouton f. Cette tige traverse le fond du tambour inférieur et l'une des 3 branches aaa soudées au même tambour.

Le pignon g reçoit son mouvement du bouton f et le transmet à la roue d qui entraîne le tambour supérieur.

c ——— Goujon central traversant la pièce aaa fixée au sommet du tambour inférieur et la pièce bbb fixée à la pièce du tambour supérieur: elle relie ainsi les deux tambours. L'instrument est supporté par une noix h, traversée par un pivot autour duquel peut tourner le tambour inférieur: cette noix est embrassée par les coquilles c du genou. Ce dispositif est en tout semblable

à celui du graphomètre (Fig 48 et 50.)

AA (fig. 57) — Bâton d'équerre terminé par la douille en fer bc. L'extrémité supérieure de ce bâton reçoit la douille du pantomètre et des autres instruments analogues. On l'enfonce dans le sol aussi verticalement que possible quand on veut s'en servir pour supporter un instrument.

Équerre d'arpenteur.

Pl. 10. — Figures 58, 59 et 60

AA ———— Prisme octogonal percé de fentes et de fenêtres suivant quatre plans diamétraux mP, m'P, nq, n'q' faisant entre eux des angles de 45°.
Une fente correspond à une fenêtre.

B ———— Douille munie d'un centre de rotation P qui tourne dans une chemise q; la vis v rend solidaires les deux pièces q et B
Cette douille se visse à la partie inférieure de l'équerre AA.

Boussole.

Pl. 11 — Figures 61 et 62.

AAAA (fig. 61 et 62). Boîte carrée en bois de 0m. 20 de côté pouvant tourner autour d'un axe perpendiculaire au plan de sa face principale et passant par son centre de figure.

CC ———— Lunette plongeante fixée sur le côté de la boîte de la boussole. — Cette lunette, qui est munie d'un réticule, a son axe parallèle à la ligne de foi S N de la boussole.

gg ———— Aiguille aimantée mobile avec une chape en cuivre ou en pierre dure reposant sur un pivot en acier.

l ———— Papillon qui sert, par l'intermédiaire du levier p, à soulever l'aiguille aimantée et à la fixer contre le verre de la boîte quand on ne se sert pas de l'instrument.

V ———— Pince d'arrêt à mâchoires.

Planchette.

Planchette.

Planches 12 et 13. — Figures 65, 66 et 67.

AA (Fig. 65 et 66) — Planchette qui reçoit la feuille de papier sur laquelle doit être rapporté le plan que l'on veut lever.

BB ———— Tablette sur laquelle se fixe la planchette AA.

CC ———— Table garnie d'un cercle en cuivre tt sur laquelle se meut la tablette BB.

a (Fig. 66) — Boulon fixé par les deux goujons bb dans la pièce CC. Ce boulon réunit la table C et la tablette B en permettant cependant à cette dernière un mouvement de rotation autour de l'axe MN.

L'écrou mm du boulon a repose sur la rondelle en cuivre n. Cette pièce préserve le bois du contact direct de l'écrou mm et rend le frottement de cette pièce aussi doux que possible, pendant les mouvements de rotation qui ont lieu autour de l'axe MN.

c (Fig. 65) — Vis de pression qui traverse l'écrou fixe d et permet de rendre solidaires, la table et la tablette quand la planchette a été orientée.

DD (fig. 65 et 66) ——— Collets qui supportent la table.

E ———— Noix du genou à la Cugnot. Cette noix se compose de deux cylindres dont les axes sont disposés perpendiculairement l'un à l'autre, comme l'indique la figure 67. Les extrémités de ces cylindres sont garnies d'œils en cuivre ii, i'i'.

ef ———— Boulon qui traverse les collets DD et le cylindre supérieur de la noix E. La planchette peut prendre différentes inclinaisons en tournant autour de cet axe, quand elle est convenablement placée, on arrête le mouvement en serrant l'écrou hh.

FF (fig. 65 et 66) ——— Collets qui embrassent les extrémités du cylindre inférieur de la noix E.

e'f' (fig. 66) ———— Boulon placé perpendiculairement à la direction du boulon ef. La planchette peut également tourner autour de l'écrou e'f'.

h'h ———— Ecrou qui tourne sur la rondelle en cuivre g. Il sert, comme l'écrou hh à fixer la planchette dans la position qu'elle doit occuper. Le mouvement de rotation que l'on tend à imprimer au boulon f'e' en tournant son écrou h'h', est rendu impossible par la tige K qui fait corps avec le boulon et pénètre dans le bois de la pièce F. Le boulon fe présente une disposition analogue.

Le double mouvement de rotation que la planchette peut prendre autour des axes perpendiculaires ef, e'f' permet de l'amener dans une position parfaitement horizontale, quelle que soit la position du pied de l'instrument.

lll ———— Tenons qui terminent à sa partie inférieure la pièce de bois qui forme les collets FF.

GGG ———— Pieds de l'instrument. Chacun de ces pieds est réuni au tenon correspondant l par les boulons pq et les écrous à oreilles ss.

Alidades.

Alidade

Planche 14. — Figures 68, 69, 70, 71 et 72.

La figure 68 représente une alidade à pinnules ; les figures 71 et 72 une alidade à lunette. — Les figures 69 et 70 se rapportent également à une alidade à lunette ou à pinnules.

Alidade à pinnules.

AA ———— Règle mobile en bois ou en cuivre.

aa, a'a' ——— Pinnules mobiles autour des charnières bb'. Les axes de ces charnières sont parallèles à la face inférieure de la règle et perpendiculaires à ses arêtes. Les pinnules sont rabattues sur la règle AA quand elle ne doivent pas être employées.

dd' ———— Taquets tournant autour de leur axe vertical ; ils servent à arrêter la pièce cc' fixée au pinnules et à les maintenir dans la position qu'elles occupent dans la figure.

PP' ———— Élévation de face des pinnules aa, a'a'. La première est fendue suivant ff, dans le plan perpendiculaire à la face inférieure de la règle et passant par une des arêtes dirigée suivant la longueur de la dite règle. La seconde porte un fil tendu ii disposé de manière à se trouver à la fois dans le plan ainsi déterminé et dans le plan de face de la plaque en cuivre P, et fixé sur le bord de la grande échancrure nn pratiquée dans cette plaque.

Alidade à pinnules ou à lunette.

L'alidade à pinnules est souvent construite de manière à pouvoir servir comme alidade à lunette. La règle AA porte alors une plaque mm (fig 70) sur laquelle on fixe avec deux vis ll (fig 71) la lunette qui doit remplacer les pinnules.

BB (fig. 71) — Lunette montée sur un support CO. L'axe optique de cette lunette est placée dans le plan VV (fig 70 et 72) mené par le bord de la règle perpendiculairement à la face inférieure de cette règle.

La lunette peut d'ailleurs tourner autour de l'axe ss (fig 72) perpendiculaire au plan VV.

On voit dans la figure 72 l'ajustement de la lunette sur son support. Le support est terminé par la douille pp dans laquelle s'ajustent les pièces suivantes :

n, n, o, o ——— Tourillon fixé au corps de la lunette B

q q ———— Rondelle de cuivre destinée à recevoir l'extrémité carrée du tourillon nn, oo.

r ———— Vis qui retient le tourillon dans la douille pp. La tête de cette vis exerce sa pression sur la rondelle q qui tourne avec le tourillon, de sorte que cette tête ne frotte pas sur la douille fixe, ce qui tendrait à la desserrer quand on ferait tourner la lunette.

S (fig. 71) — Garniture qui entoure la tête d'une vis à écrou fixe au moyen de laquelle on

peut déplacer, comme il convient, le point de croisement des fils pour rectifier la direction de l'axe optique de la lunette (Voir pour les détails de la lunette, la légende du niveau d'Egault.)

Déclinatoire.

Pl. 15. — Figures 73 et 74.

AAAA —— Boite du déclinatoire.

a a —— Aiguille aimantée reposant par une chape en agate b engagée dans un œil en cuivre c c, sur le pivot d implanté dans le fond de la boîte.

eeee —— Limbe gradué en cuivre argenté sur lequel on lit le déplacement angulaire de l'aiguille. La ligne o b o des zéros de la division du limbe, appelée ligne de foi de l'instrument est exactement parallèle aux abords de la boite.

m m —— Verre retenu par les languettes n n et recouvrant l'aiguille et le limbe.

f f —— Rainures qui reçoivent le couvercle de la boite.

g k —— Bouton sur lequel presse le couvercle de la boite quand il est introduit dans les rainures et qui, par l'intermédiaire du levier p q, soulève alors l'aiguille aimantée et la fixe contre le verre m m.

h —— Ressort fixé à la boîte par la vis i et destiné à soulever le bouton g pour l'empêcher de faire agir le levier p q sur l'aiguille aimantée quand le couvercle est enlevé et que l'instrument doit fonctionner.

Nivellement.

Niveau d'Egault.

Planches 17 et 18. — Figures 88 à 94.

AAAA —— Trépied en cuivre supportant l'instrument : les extrémités de ses trois branches portent chacune un écrou fendu.

BBB —— Vis calantes engagées dans les écrous des branches du trépied et reposant sur la tablette en bois d'un pied à six branches.

E —— Calotte en cuivre fixée par trois vis a au trépied A.

F —— Noix hémisphérique, logée dans la calotte E, dans laquelle le doigt b ne lui permet qu'un très petit déplacement. Cette noix est percée d'une ouverture taraudée recevant l'extrémité d'un goujon qui traverse la tablette du pied à six branches et fixe solidement le niveau sur cette tablette.

D —— Pivot en acier de l'instrument, soudé à la couronne en cuivre G qui porte un doigt d pénétrant dans une cavité correspondante du trépied et s'opposant à tout mouvement de rotation du pivot. Ce pivot peut être rendu vertical à l'aide des vis calantes BBB,

les petits déplacements qu'elles impriment à l'instrument s'effectuent autour du centre de la noix sphérique F

C ——— Manchon en bronze pouvant tourner autour du pivot D.

KK' ——— Écrous reposant l'un sur le trépied, l'autre sur la partie supérieure du manchon C et maintenant le pivot dans la position qu'il doit occuper.

H ——— Cercle en bronze fixé par les vis e au manchon

MM' ——— Mâchoires d'une pince qui saisit le bord du cercle H et peut empêcher la rotation du manchon autour du pivot lorsqu'on les rapproche à l'aide de la vis de pression I.

N ——— Vis de rappel engagée d'une part dans le collier L fixé à la mâchoire inférieure M, de l'autre dans l'écrou L' fixé à la pièce P qui est elle-même vissée sur une des branches du trépied.

Quand les mâchoires MM' sont serrées le manchon C ne peut plus tourner autour du pivot que par le mouvement lent que lui transmet la vis N.

R ——— Règle en cuivre supportant la lunette et le niveau à bulle d'air. Elle est vissée solidement à la partie supérieure du manchon C, taraudée à cet effet, et participe à tous ses mouvements. Elle se termine par deux appendices en retour d'équerre R'R' fondus avec elle.

Q ——— Niveau à bulle d'air monté sur les appendices R'R' de la règle R.

TT ——— Pièces verticales fixées sur la règle R' par les vis ff, et évidées pour recevoir les queues Q' de l'enveloppe de la bulle.

L'une d'elle est traversée par la vis g qui sert à élever ou abaisser une des extrémités du niveau. L'autre est traversée par le goujon horizontal autour duquel tourne la bulle lorsqu'on agit sur la vis g.

SS ——— Étriers supportant la lunette. L'un est fixé invariablement sur la règle R par deux vis. L'autre est mobile dans le sens vertical à l'aide de la vis i, qui permet de le faire monter ou descendre, et des goujons cylindriques ll, qui le guident dans son mouvement. La vis i sert à assurer l'horizontalité des génératrices de contact de la lunette et des étriers.

V ——— Lunette reposant sur les étriers SS par deux anneaux en bronze UU appartenant à un même cylindre.

uu ——— Colliers saillants fondus avec les anneaux U traversés comme eux par le corps de la lunette et s'opposant à son déplacement longitudinal lorsque ces anneaux reposent sur les étriers S.

zz ——— Fermoirs mobiles autour des pivots ZZ lorsqu'ils sont fermés, on peut les maintenir dans cette position en serrant les vis de pression Z'Z'. La lunette maintenue d'une part par les colliers uu, de l'autre par les fermoirs zz, n'a d'autre mouvement possible qu'une rotation autour de son axe, et on peut déplacer l'instrument sans danger.

o ——— Objectif double achromatique et dont la monture est vissée dans le porte objectif mn. L'extrémité du corps de la lunette s'emboîte dans le porte objectif auquel il est réuni par des vis ou des rivets nn.

pp ——— Masse annulaire de plomb servant à équilibrer la lunette et à faire passer son centre de gravité par la verticale de l'axe du pivot.

qq ——— Tube en bronze entrant à frottement doux dans le corps de la lunette rétrécie à son extrémité opposée à l'objectif.

r ——— Crémaillère fixée au tube q et servant, à l'aide d'un pignon monté sur l'axe s à faire mouvoir ce tube parallèlement à l'axe de la lunette.

Le tube q porte dans son intérieur le réticule (représenté en détail fig. 92 et 93), et à l'extrémité l'oculaire tt qui y rentre et s'y meut à frottement doux.

$\alpha\alpha'$ ——— Tube portant le réticule, introduit à frottement assez dur dans le tube q, et terminé par un disque $\alpha'\alpha'$ percé d'une large fenêtre dont les abords, taillés en queue d'aronde, forment rainure.

$\alpha''\alpha''$ ——— Disque évidé dont la partie postérieure porte une saillie qui pénètre et glisse dans la rainure qu'on vient d'indiquer, la partie antérieure porte une fenêtre dont les bords disposés comme ceux de $\alpha'\alpha'$ forment une autre rainure normale à la première.

$\alpha'''\alpha'''$ ——— Autre disque évidé dont la face postérieure porte une saillie qui pénètre et glisse dans la rainure de $\alpha''\alpha''$; la face antérieure porte deux fils très fins, rectangulaires entre eux, fixés avec de la cire.

Il résulte de cette disposition que le réticule est susceptible d'être déplacé dans deux directions rectangulaires. Le fil vertical peut se mouvoir en agissant convenablement à l'aide des vis $\beta\beta$ sur le disque $\alpha''\alpha''$ qui entraîne alors dans son mouvement le disque $\alpha'''\alpha'''$. Le fil horizontal est mis en mouvement par les vis $\beta'\beta'$ qui portent sur le disque $\alpha'''\alpha''$ qui se déplace pendant que le disque $\alpha''\alpha''$ reste immobile.

A l'aide de ces quatre vis $\beta\beta\beta'\beta'$ on peut amener le point de croisement des fils soit dans l'axe de la lunette, soit dans une position déterminée par rapport à cet axe.

$\gamma\gamma'$ ——— Taquets fixés en saillie et sur les collets u, l'un au-dessus, l'autre au dessous de la lunette.

$\delta\delta'$ ——— Vis mobiles dans de petits écrous fixés aux étriers S. On règle la position de ces vis de manière à assurer l'horizontalité d'un des fils du réticule dans les deux positions où elle est possible, l'axe du pivot étant vertical.

tt ——— Porte oculaire, mobile dans le tube q, de manière à permettre la vision des fils à toutes les vues. Cet oculaire dit de Ramsden, est positif et composé de deux lentilles plan convexes.

Les dispositions qu'on vient d'indiquer permettent de vérifier et de rectifier les différentes parties de l'instrument et même de niveler exactement avec un niveau non réglé en opérant comme on l'a expliqué (C.R. page 39). Les lignes AF, AF' (figure 86) pl. 16, représentent les deux positions symétriques par rapport à l'horizontale que prend alors l'axe de figure de la lunette, et les lignes $o'm_1$, $o'm_2$, $o''m_3$, $o''m_4$ les quatre directions que peut prendre son axe optique. Il suffit de donner seulement les deux coups qui correspondent aux deux cotes mm_1, mm_4 ou bien aux deux

autres $m\,m_2$, $m\,m_3$.

Il est cependant une cause d'erreur qu'on n'élimine pas par ce procédé : c'est celle qui résulterait de l'inégalité des anneaux $U\,U$. Deux opérations sont nécessaires pour la constater sur le terrain : on place d'abord l'instrument en n' (fig 87) à égale distance des points à niveler et on prend les deux cotes $\underline{a\,a'}$, bb' dont la différence sera exactement égale à la différence de niveau $b\,d' = d\,\bar{N}$ des points a et b. On se place ensuite en un autre point n'', à des distances notablement inégales de ces points et on prend deux nouvelles cotes $a\,a''\,bb''$. Si les anneaux sont égaux, la différence $b\,d''$ de ces cotes sera égale à la précédente ; dans le cas contraire, on trouvera pour $bb''-aa''$ une quantité qui différera de $bb'-aa'$ et la différence $d\,d''$ sera égale à $(l-l')\,t$, $\underline{l}$ et l' étant les distances du niveau aux points nivelés, et l'inclinaison de la ligne de visée provenant de l'inégalité des anneaux de la lunette dont on sera ainsi averti et dont on pourra apprécier l'influence.

Niveau d'Egault.

Calage à deux ressorts et à plateaux.

Pl. 19. — Figures 95 et 96.

G ________ Douille se plaçant sur un goujon de cuivre qu'elle enveloppe et qui est fixé sur la tablette en bois du pied à six branches de l'instrument.

FF ________ Plateau fixé perpendiculairement à la partie supérieure de la douille G

EE ________ Autre plateau en cuivre. Les deux plateaux FF, EE sont écartés l'un de l'autre d'une part par les deux vis $\underline{x\,x}$ mobiles dans des écrous fixes appliqués aux extrémités de deux diamètres perpendiculaires du plateau FF, et d'autre part, par les deux ressorts $\underline{u\,u}$ fixés au plateau FF par de petites vis v. Les extrémités des ressorts et des vis sont placées deux à deux sur le même diamètre.

s ________ Vis traversant le plateau FF et la partie supérieure de la douille G.

$\underline{c\,c}$ ________ Noix de forme hémisphérique entrant à frottement doux dans une cavité de forme correspondance pratiquée dans le plateau EE. L'ajustement de la vis s et la noix $\underline{cc}$ permet de rendre horizontal le plateau EE, en agissant sur les vis $\underline{x}$, $\underline{x}$, sans changer la distance de son centre à un plan horizontal déterminé et quelle que soit d'ailleurs la position de la douille G par rapport à la verticale.

tt ________ Manchon enveloppant la vis $\underline{s}$ pour la garantir de la poussière et de la rouille.

D ________ Goujon fixé perpendiculairement au plateau par trois vis $\underline{n}$. C'est la partie supérieure de ce goujon qui constitue le pivot de l'instrument.

BB ________ Règle en cuivre pouvant tourner librement autour du pivot D. Cette règle supporte le niveau à bulle d'air et les étriers de la lunette.

ll ________ Rondelle engagée sur la portée carrée qui termine le pivot D.

m ——— Vis destinée à maintenir la règle BB sur le pivot — D par l'intermédiaire de la rondelle U.

Les vis x x, permettent de modifier l'inclinaison du plateau E E et par suite d'assurer la verticalité de l'axe du pivot en le rendant perpendiculaire aux horizontales des deux plans que déterminent chaque vis avec l'extrémité du ressort correspondant.

Les autres parties de l'instrument sont de tout point semblables à celles qui ont été décrites dans l'article précédent.

Niveau d'Egault.

Calage à deux vis et à deux charnières.

Pl. 20. — Figures 97 à 100.

D ——— Pivot en bronze de l'instrument, fixé par trois vis a (fig. 100) à la règle G qui supporte la bulle d'air et les étriers de la lunette.

C ——— Manchon en cuivre dans lequel peut se mouvoir le pivot D.

K ——— Vis maintenant le pivot dans la position qu'il doit occuper.

Le manchon C traverse et dépasse une plaque triangulaire en cuivre AAA' à laquelle il est relié par trois vis c

EE ——— Traverse terminée par deux montants verticaux entre lesquels vient se placer la base AA' du triangle A A'A''.

M m M'm' — Vis traversant ces montants et se terminant en pointes coniques qui pénètrent dans de petites cavités de même forme ménagées aux extrémités A et A' et forment ainsi un axe m m' de rotation autour duquel peut tourner le triangle AA'A''.

BB ——— Disque annulaire en bronze relié au triangle supérieur, d'une part, par la traverse E à laquelle il est réuni par deux vis d, de l'autre par la vis P qui traverse le triangle en A''.

p ——— Ecrou fendu fixé au triangle par trois vis f et dans lequel se meut la vis P.

Cette vis se termine par un renflement r, dont la saillie est prise entre les parois d'une rainure ménagée à cet effet dans la pièce R qui est fixée à la couronne B.

Ces dispositions permettent de faire mouvoir le triangle A A'A'' et par suite le pivot D autour de la charnière m m', mais seulement à l'aide de la vis P. Tout danger de renversement est d'ailleurs évité par la saillie r de cette vis.

α α'α'' ——— Autre triangle supportant tout l'instrument, et percé d'une ouverture taraudée T pour recevoir l'extrémité du goujon qui fixe le niveau sur la tablette en bois de son pied.

Ce triangle est relié à la couronne BB comme elle l'est elle-même au triangle supérieur A A'A''.

E'E' ——— Traverse fixée à la couronne par deux vis d' et terminée par deux joues verticales descendantes entre lesquelles se place la base α α' du triangle inférieur.

Nn, N'n' ______ Vis traversant ces joues et formant un axe horizontal de rotation nn' pour la traverse E'E' et tout ce qui la surmonte.

P' ______ Vis mobile dans l'écrou p' reliant le triangle inférieur à la couronne et permettant de la faire tourner autour de l'axe nn'. Elle est aussi terminée par un renflement r' prise entre les parois de la rainure de la pièce R' qui s'oppose au renversement de l'instrument.

Les axes de rotation mm', nn' sont perpendiculaires entre eux et servent à l'aide des vis P, P' à assurer la verticalité de l'axe du pivot D.

Les autres parties de l'instrument sont de tout point semblables aux parties analogues du niveau décrit pages 19. 20, 21 et 22.

Toutefois la règle G qui supporte le niveau à bulle d'air et la lunette se termine dans le niveau représenté planche 20, par des branches en retour G assez longues pour recevoir une autre règle qu'on y fixe par les vis Q et qui supporte les pinnules d'un niveau de pente de Chézy. L'instrument peut ainsi servir à volonté de niveau ordinaire et de niveau de pente. Le plateau H est divisé en 1/2 degrés, et le vernier V donne les angles horizontaux à une minute près.

Niveau cercle à cuvette de Lenoir.

Pl. 21 _ Figures 101 à 104.

AAA ______ Trépied en cuivre supportant l'instrument : les extrémités de ses branches portent chacune un écrou fendu.

BBB ______ Vis calantes engagées dans les écrous des branches du trépied et reposant sur la tablette en bois d'un pied à six branches.

E ______ Cercle horizontal en cuivre supporté par le cône ou cuvette D.

C ______ Cylindre creux en cuivre supportant les pièces précédentes et faisant corps avec elle. Il est solidement vissé sur le trépied A (fig. 103.).

La surface supérieure du cercle E peut être rendue parfaitement horizontale à l'aide des vis calantes et d'un niveau à bulle d'air

F ______ Lunette disposée intérieurement comme celle du niveau d'Egault.

G ______ Prismes carrés en bronze supportant la lunette qui s'y trouve enchassée. Ces prismes sont parfaitement égaux et leurs faces inférieures et supérieures sont parallèles à l'axe de figure de la lunette.

HH ______ Niveau à bulle d'air, rectifiable à l'aide de la vis a qui sert à rendre l'horizontale de la bulle parallèle au plan passant par les faces inférieures des supports KK du niveau.

Le niveau, la lunette et les parties inférieures de l'instrument peuvent être rendus solidaires lors des déplacements au moyen des dispositions suivantes :

cc ______ Cylindre creux en cuivre, ayant la section indiquée (fig 103) et vissée sur le cylindre C

i i' ______ Goujons verticaux fixés à la lunette. L'un i pénètre dans la cavité b de la pièce C

et permet à la lunette de se placer dans tous les azimuts en tournant autour de son centre. L'autre, i', traverse la règle J, support du niveau, dans une cavité ménagée à cet effet.

Le niveau à bulle d'air est en outre maintenu dans sa position par les doigts d, d', dont l'un se trouve toujours entre les montants de la fourche M.

ff ——— Pièce prismatique en cuivre, pouvant tourner autour du cylindre c ; elle est maintenue par l'écrou h qui appuie sur elle par l'intermédiaire du ressort zz. Cette pièce ff peut s'élever ou s'abaisser d'une petite hauteur le long du cylindre c.

NN ——— Bras mobiles autour des centres gg fixés à la pièce f, et terminés par de petits crochets δδ.

pp ——— Plaques fixées à la règle J et en saillie sur elle.

Ces plaques et les crochets δδ sont découpés suivant des arcs de cercle ayant gg pour centres.

Lorsque les bras NN ne sont pas relevés, la lunette et le niveau à bulle d'air sont complètement indépendants : on peut les enlever et les retourner.

Lorsqu'on veut déplacer l'instrument, on relève verticalement les bras NN jusqu'à ce que les crochets δδ viennent buter contre les petits taquets t, et on rend ainsi solidaires toutes les parties de l'instrument, qu'on peut alors transporter sans danger. — A l'aide de l'écrou h, on fixe la pièce f à la hauteur convenable pour éviter le jeu entre les plaques pp et les crochets δδ.

Le réticule de la lunette figurée planche 21 diffère un peu de celui qui a été décrit et qui est représenté planche 18.

Le tube q s (Fig. 104) qui porte le réticule, porte un diaphragme à jour présentant une rainure verticale γ ε dans laquelle se meut le disque sur lequel sont placés les fils : ce disque est maintenu d'un côté par la vis α, de l'autre par par une lame de ressort ββ qui vient buter à l'extrémité du diamètre correspondant à cette vis α. Dès lors, pour abaisser ou élever le réticule, il suffit de serrer ou desserrer cette vis.

La lunette reposant toujours sur le plan E par les faces des prismes G ne peut tourner autour de son axe ; pour rendre un fil horizontal, on fait tourner convenablement le tube du réticule dans le corps de la lunette, mouvement que permettent les petites fentes uv, uv, après avoir desserré les vis qui fixent la crémaillère.

Dans les lunettes ainsi construites, le centrage ne peut se faire que par rapport au fil horizontal.

Niveau de Brunner.

Pl. 22. Figures 105, 106, 107, 108 et 109.

AAA ——— Trépied en cuivre supportant l'instrument : les extrémités de ses trois branches

portent chacune un écrou fendu

BBB ———— Vis calantes engagées dans les écrous des branches du trépied, se posant sur la tablette en bois d'un pied à six branches.

C ———— Manchon en bronze dans lequel se meut le pivot D de l'instrument (Fig. 108). Trois vis E réunissent ce manchon au trépied A.

F ———— Plateau circulaire en cuivre, divisé en demi degrés, fixé au manchon c par trois vis a (Fig. 107).

D ———— Pivot en bronze autour de l'axe duquel l'instrument peut se mouvoir: il est fixé par trois vis b à la règle G et maintenu à sa partie inférieure dans la position qu'il doit occuper par la vis K (Fig. 108).

M ———— Vernier mobile sur le cercle F fixé à la règle G par la vis cc (Fig. 107). Ce vernier donne la minute.

I ———— Vis de pression servant à l'aide des mâchoires L à rendre solidaires le plateau F et la règle G avec tout ce qu'elle supporte.

N ———— Vis de rappel, maintenue dans les pièces d e et servant à amener exactement la lunette dans un azimut déterminé.

H ———— Seconde règle réunie à la première règle G à une de ses extrémités par la charnière o, à l'autre extrémité par la vis P. Cette vis traverse deux sphères fixées par les pièces ff, l'une à la règle G, l'autre à la règle H. Cette dernière est ainsi susceptible d'un mouvement de rotation autour de la charnière o.

gg ———— Petites vis de pression servant à rendre le mouvement de la vis P plus ou moins doux.

Q ———— Pièce circulaire faisant corps avec la règle H et portant une division en douzièmes de degrés tracés autour du centre de la charnière o.

R ———— Vernier fixé par les vis h à la règle G et donnant, à 10 secondes près, les inclinaisons de la règle H lorsqu'on agit sur la vis P.

SS ———— Étriers en bronze, fixés par des vis à la règle H et recevant la lunette V.

V ———— Lunette cylindrique en cuivre, reposant en ii (Fig. 106) par deux anneaux en bronze T, sur les étriers S.

xx ———— Colliers saillants en bronze, faisant corps avec les anneaux T, traversés comme eux par le corps de la lunette et s'opposant à son déplacement longitudinal lorsque ces anneaux reposent sur les étriers S.

U ———— Cylindre en bronze, terminant la lunette dans laquelle se meut un autre tube du même métal portant le réticule à fils croisés.

X ———— Crémaillère fixée au tube de tirage du réticule.

Z ———— Vis portant un pignon qui engrène avec la crémaillère X et servant à amener le plan du réticule au foyer conjugué de l'objet visé.

Y ———— Oculaire de Ramsden, mobile dans le tube du réticule de manière à permettre la nette vision des fils, quelle que soit la vue de l'observateur.

l ———— Taquet fixé au corps de la lunette et terminé par deux petits plans rectangulaires

entre eux qui viennent buter sur les vis m et n de l'un des étriers : ces vis, mobiles dans de petits écrous, assurent l'horizontalité d'un des fils du réticule dans les deux positions où elle est possible.

v ———— Vis servant à centrer la lunette en élevant ou abaissant le réticule.

p ———— Niveau à bulle d'air, fixé sur la règle q au moyen des prismes carrés r r et des vis s s t et reposant en i i' sur les anneaux T de la lunette par l'intermédiaire de pieds à fourche u u

t ———— Vis de rectification de la bulle, servant à assurer le parallélisme de la tangente au milieu du tube et des lignes de contact (projetées en i i', Fig 106) des pieds du niveau et des anneaux de la lunette.

Cette bulle est complètement indépendante des autres parties de l'instrument et de la lunette sur laquelle on la pose lorsque celle-ci est placée dans les étriers. On peut rendre solidaires la bulle, la lunette et les parties inférieures à l'aide du petit mécanisme représenté Fig 109 et de l'étrier intermédiaire S' qui surmonte la règle H (Fig. 108), mais qui ne sert pas de support à la lunette et l'embrasse sans la toucher.

αα ———— Pièce de bronze terminée par les branches descendantes ββ qui pénètrent dans l'évidement des parties saillantes γγ (Fig. 109) de l'étrier S'.

δ ———— Petit goujon vertical, réunissant la pièce αα à la règle q qui supporte la bulle ; on peut ainsi retourner celle-ci bout pour bout autour du goujon δ.

εε' ———— Verrous supportés par la partie inférieure des branches ββ mobiles autour des goujons λ et terminés par deux doigts inégaux.

Lorsque ces verrous occupent la position de la fig. 109, on peut enlever ou mettre en place le niveau à bulle d'air.

Lorsqu'on les tourne de 90° jusqu'à ce que les plus petits doigts soient en contact avec les arrêts μ μ, on ne peut plus soulever la bulle mise en place que d'une petite hauteur jusqu'à ce que ces doigts soient arrêtés par les saillies γγ de la pièce S'. Ainsi soulevée, la bulle peut être retournée bout pour bout sans rencontrer les saillies de la lunette.

Enfin, si la rotation de 90° a lieu en sens inverse, de manière à ce que les grands doigts des verrous viennent buter contre les arrêts μ μ, tout mouvement ascensionnel de la bulle est impossible, les doigts se trouvant immédiatement arrêtés par les saillies γ'γ' avec lesquelles ils sont en contact. Les choses ainsi disposées, le pied, la lunette et la bulle ne forment plus qu'un tout solidaire qui peut être déplacé sans danger.

Cet instrument différant notablement des modèles construits jusqu'à ce jour, il convient d'en indiquer brièvement l'usage.

Il faut d'abord rendre l'horizontale de la bulle parallèle aux lignes passant par les points de contact de ses pieds avec les anneaux. Pour cela, on appelle la bulle entre ses repères, ou plus simplement on note le numéro de la division à laquelle

elle s'arrête lorsqu'on la pose sur la lunette ; on la retourne ensuite bout pour bout sans toucher à la lunette. S'il y a un déplacement on en corrige la moitié seulement avec la vis t et on renouvelle l'épreuve jusqu'à ce que tout déplacement soit évité. La bulle est alors réglée

On rend ensuite l'axe du pivot perpendiculaire à l'horizontale de la bulle, comme il a été dit pour le niveau d'Egault. Toutefois on ne doit plus toucher à la bulle quand elle a été réglée, et si, dans le retournement de 180° autour de l'axe D elle se déplaçait, on corrigerait la moitié de l'écart avec la vis P, ce qui établirait la perpendicularité cherchée ; puis on amènera l'axe dans le plan vertical perpendiculaire à l'horizontale de la bulle en faisant disparaître la seconde moitié de l'écart avec une des vis calantes B. _ Plusieurs épreuves sont ainsi nécessaires pour cette seconde opération.

L'instrument ainsi disposé, c'est-à-dire l'horizontale de la bulle étant parallèle aux génératrices de la lunette et perpendiculaire à l'axe du pivot rendu vertical, les zéros de l'arc divisé Q et du vernier R doivent être en coïncidence : s'il n'en était pas ainsi, ces deux zéros accuseraient un certain angle facile à lire une fois pour toutes et dont il faudrait corriger toutes les lectures faites sur l'arc Q dans la mesure des pentes.

Le niveau une fois mis en place, s'il n'est pas réglé ou si on veut opérer avec toute sécurité, on donnera deux coups de niveau sur chaque point : le premier, en faisant buter le taquet l contre une des vis m ou n et appelant la bulle entre ses repères à l'aide d'une des vis calantes ; le second, en soulevant la bulle et la remplaçant, après un retournement bout pour bout, sur la lunette qu'on fera tourner elle-même de 180° autour de son axe de figure en faisant buter le taquet l contre l'autre vis n ou m. On rappellera la bulle à l'aide de la vis P, et on donnera alors le second coup. La moyenne des cotes ainsi obtenues sera exacte, lors même que la lunette serait non centrée et la bulle non réglée.

Comme on le voit, la lunette ne doit jamais quitter ses étriers, sauf le cas fort rare où on voudrait vérifier l'égalité de ses anneaux, ce qui se ferait en retournant la lunette bout pour bout et y replaçant la bulle sans la retourner.

Pendant que l'instrument est en station, il faut tenir fermés les petits doigts des verrous pour que la bulle repose librement sur la lunette et puisse être soulevée et retournée sans être enlevée complètement : avant de déplacer le niveau, il faut fermer les grands doigts de ces verrous pour que les diverses pièces forment un tout solidaire.

Niveau à bulle indépendante de Gravet.

Pl. 23. Figures 110, 111, 112, 113 et 114.

Le niveau à bulle indépendante de Gravet ne diffère du niveau de Brunner que par le mode d'attache de la bulle ; au lieu de soulever verticalement la bulle pour

la retourner bout pour bout, on la fait basculer autour d'une charnière dont la description sera donnée ci après.

Le retournement de la bulle s'effectue ainsi avec plus de facilité, sans secousse et sans frottement.

AAA ——— Triangle en cuivre supportant l'instrument.

BBB ——— Vis calantes en acier engagées dans les écrous des branches du trépied et reposant sur la tablette en bois d'un pied à six branches.

Pivot en acier vissé dans la pièce a fixée elle-même au triangle A à l'aide de trois vis b (Fig. 113).

D ——— Manchon en bronze tournant autour du pivot C et entrainant dans son mouvement toute la partie supérieure de l'instrument.

E ——— Plateau fixé au manchon D par trois vis d (Fig 113).

I ——— Vis de pression servant à l'aide des mâchoires KK, à rendre solidaires avec le triangle à cale A le plateau E et toute la partie supérieure de l'instrument.

A cet effet, la mâchoire inférieure K est munie d'un taquet g (Fig. 110 et 113) qui vient s'engager entre l'extrémité de la vis de rappel L et un goujon à ressorts, mobile dans le tube creux J.

L ——— Vis de rappel servant à amener la lunette dans un azimut déterminé.

M ——— Forte règle prismatique vissée directement au manchon D (Fig. 113).

N ——— Seconde règle reunie à la première, à l'une de ses extrémités par la charnière o et à l'autre par la vis P ; cette règle est ainsi susceptible d'un mouvement de rotation autour de la charnière o.

ee ——— Pièce sur laquelle est gravée un trait de repère ; elle est fixée à la règle supérieure. Lorsque l'horizontale de la bulle est perpendiculaire au pivot, ce trait coïncide avec un second trait gravé à l'extrémité de la règle M.

SS ——— Étriers en bronze fixés par des vis aux deux bouts de la règle N et recevant la lunette V.

V ——— Lunette cylindrique en bronze reposant sur les étriers SS par deux anneaux en bronze T.

xx ——— Colliers saillants s'opposant au déplacement longitudinal de la lunette.

U ——— Cylindre en bronze terminant la lunette et dans lequel peut se mouvoir un autre tube X du même métal portant le réticule à fils croisés.

Z ——— Bouton molleté fixé au tube U et servant par l'intermédiaire de la petite bielle t qui à son point d'appui sur le tube X à amener le plan du réticule au foyer conjugué de l'objet visé.

Lorsque les objets visés sont très rapprochés de l'observateur, le tirage du tube X devient insuffisant : on desserre alors avec la clef de l'instrument la vis h, on tire à la main le tube X et l'on resserre la vis h.

Y ——— Oculaire de Ramsden, mobile dans le tube du réticule de manière à permettre la nette vision des fils, quelle que soit la vue de l'observateur.

ll ——— Goujons fixés à la lunette et venant buter contre des vis mobiles dans les taquets m m : Ces vis assurent l'horizontalité d'un des fils du réticule dans les deux positions où elle est possible.

v ——— Vis servant à centrer la lunette en élevant ou abaissant le réticule.

Q ——— Niveau à bulle d'air fixé sur la règle q au moyen des prismes carrés r r et reposant sur les anneaux de la lunette à l'aide des pieds à fourches u u.

R ——— Vis de rectification de la bulle servant à assurer le parallélisme de la tangente au milieu du tube et des lignes de contact des pieds à fourches de la bulle et des anneaux de la lunette.

La bulle du niveau Gravet n'est pas complètement indépendante comme dans le niveau Brunner ; elle est reliée à l'instrument par l'étrier intermédiaire S' qui surmonte la règle N mais qui ne sert pas de support à la lunette et l'embrasse sans la toucher.

Lorsqu'on veut soulever la bulle on la fait basculer autour de la charnière O' (Fig. 114) c'est dans la position indiquée par cette figure que doit avoir lieu le retournement de la bulle.

On peut rendre solidaires la bulle, la lunette et la partie inférieure de l'instrument à l'aide du mécanisme représenté (Fig. 114). Pour cela, on fait reposer la bulle sur ses points d'appui ; la petite règle α vient s'appuyer sur un goujon δ introduit dans la chemise ε et dans laquelle il est soulevé par un ressort à boudin ; on fait tourner le verrou β qui vient s'engager dans une rainure pratiquée à l'extrémité de la règle α, et de cette manière on peut transporter l'instrument sans danger d'une station à l'autre. Il faut avoir soin de fermer ce verrou β chaque fois qu'on déplace le niveau et de l'ouvrir quand on le met en station.

L'égalité des anneaux de la lunette se vérifie comme il a été dit au niveau de Brunner, et on se sert des deux instruments exactement de la même façon.

Niveau de Gambey.

Pl. 24. — Fig. 117, 118, 119 et 120.

Cet instrument plutôt théodolite que niveau, est supporté par un trépied en cuivre AA avec vis calantes BB.

(Fig. 120) Pivot de rotation de l'instrument, maintenu dans sa position par les écrous a et b.

D ——— Manchon conique creux, tournant avec tout ce qu'il supporte autour du pivot C.

EE ——— Cercle horizontal divisé en demi degrés, fixé par trois vis c au manchon D et tournant avec lui. Un vernier fixé à l'une des branches, donne la minute.

G ———— Pince s'opposant à tout mouvement brusque de rotation des pièces D et E autour du pivot lorsqu'on serre les mâchoires à l'aide de la vis F.
H ———— Tête de la vis de rappel qui sert à imprimer un mouvement lent au cercle
K ———— Pièce fixée par les vis d d au manchon D et supportant toute la partie supérieure de l'instrument.
I ———— Cylindre en bronze reposant sur les montants verticaux de la pièce K et maintenu par les coussinets e e.

Ce cylindre qui forme axe horizontal de rotation, supporté, à l'une de ses extrémités, le cercle gradué L qui lui est perpendiculaire, et la lunette M qui est invariablement fixée à ce cercle; – à l'autre, la pièce de cuivre N.

J ———— Cylindre vertical en bronze, mobile autour de son axe entre la pièce N et les écrous f f. Il supporte deux niveaux à bulle d'air P P' rectifiables au moyen des vis p p.
Q ———— Vis de pression servant à arrêter le mouvement brusque de rotation du cylindre I, du cercle et de la lunette qu'il entraîne.
R ———— Vis de rappel imprimant un mouvement lent au cercle L.
V ———— Vernier donnant la minute sur le cercle vertical.

Avant de se servir de l'instrument, il faut rendre les horizontales des deux bulles parallèles entre elles et perpendiculaires à l'axe du pivot C, ce qui peut se faire à l'aide des vis p p' et d'un retournement de 180° autour de l'axe horizontal I qui amène successivement les deux bulles à la partie supérieure de l'instrument.

Pour niveler, on donne un premier coup en amenant la division 90° du cercle L sur le zéro du vernier et la bulle P entre ses repères: on donne le second coup après avoir fait tourner le cercle L de 180° autour de l'axe I, et tout l'instrument de 180° également autour du pivot C: la bulle P' devra alors se trouver entre ses repères.

L'instrument doit être établi de telle sorte que l'axe du cylindre J et le plan du cercle L soient parfaitement verticaux, et que l'axe du cylindre I soit horizontal lorsque le pivot C est bien vertical, le zéro du vernier V coïncidant avec une des divisions 90° et 270° du cercle L; mais ce modèle n'est pas pourvu des moyens nécessaires de rectification.

Niveau de Chézy.

Pl. 19. — Figures 115 et 116.

EE ———— Support de niveau. Ce support se compose d'un cylindre creux, garni de trois tenons.
FF ———— Pieds en bois qui supportent l'instrument. Ces pieds sont réunis au support E par des boulons et des écrous à oreilles.

D ——— Tête d'un goujon engagé dans le support E et autour duquel s'effectuent dans des plans horizontaux, les mouvements de rotation des diverses pièces du niveau.

o ——— Vis de pression, au moyen de laquelle on arrête le mouvement rapide de rotation du goujon D dans le support E.

q ——— Vis de rappel engagée dans l'écrou p. Cette vis permet d'imprimer au niveau un mouvement lent de rotation quand le mouvement rapide a été rendu impossible au moyen de la vis o.

La pièce D est surmontée de deux branches verticales l, entre lesquelles s'engage le bâtis b traversé par l'axe horizontal K autour duquel il peut tourner.

BB ——— Bâtis en cuivre mobile, comme on vient de le dire, autour de l'axe K.
Ce bâtis porte à sa partie inférieure un arc denté décrit du centre K.

n,m,m ——— Vis sans fin conduisant l'arc denté dont il vient d'être question. Cette vis sert à amener l'axe de la lunette du niveau dans une position horizontale.

a, b ——— Collets fixés au bâtis BB. Ces collets supportent la lunette.

AA ——— Lunette du niveau, soutenue par les collets ab.

CC ——— Niveau à bulle d'air.

dd ——— Échelle divisée servant à reconnaître la position de la bulle d'air dans son tube de verre.

e ——— Queue de l'enveloppe du niveau, mobile autour d'une vis horizontale portée par la pièce f.

h ——— Vis de rappel servant à établir le parallélisme du niveau et de l'axe de la lunette. Cette vis traverse la queue g et porte un renflement maintenu par la pièce i, de sorte qu'elle ne peut pas se déplacer dans le sens de son axe et que le mouvement de rotation abaisse ou élève l'extrémité du niveau.

Niveau d'eau.

Pl. 25 — Figures 121 à 127.

AAA ——— Tube en cuivre formant la partie principale du niveau d'eau. Les extrémités de ce tube sont recourbées à angle droit et portent un pas de vis c sur lequel s'ajustent à l'aide de l'écrou d (Fig. 121.) les fioles BBB, formées chacune d'une monture en cuivre b dans laquelle sont fixés, avec du mastic de fontainier, les tubes de verre a.

ff ——— Rondelles en cuir gras, servant à rendre parfaitement étanche l'ajustement des fioles et du tube A.

ggg ——— Étui en fer-blanc noirci qui enveloppe en partie les fioles et donne à l'eau un reflet foncé qui rend les ménisques plus apparents.

Le niveau peut tourner autour du goujon h (fig. 122.) Ce goujon traverse la noix K dans laquelle il est retenu par la vis m et par la rondelle ll.

Cette disposition n'est autre que celle indiquée en parlant du genou à coquille des graphomètres.
L'instrument est d'ailleurs supporté par un genou à coquille n, n, o, o, p, q dont la douille r se place sur un pied à trois branches.

Les fioles b b sont placées, quand on n'opère pas, dans une petite boîte disposée pour les recevoir, et le corps A du niveau est attaché le long du pied en bois par deux courroies en cuir garnies de boucles. Cette disposition est beaucoup plus commode que celle de certains de niveaux qui se démontent en trois pièces que l'on place dans une grande boîte

Niveau à perpendicule (Système Rochette).

Pl. 26 ___ Figures 129 à 132.

a a a ___ Boîte en cuivre mince renfermant le cercle mobile de l'instrument.

b b ___ Verre qui recouvre la boîte. Cette lame de verre est maintenue entre deux anneaux métalliques c c.

d d ___ Limbe argenté, divisé en degrés et mobile autour d'un axe passant par son centre et perpendiculaire au plan de sa surface.

d' ___ Secteur métallique beaucoup plus pesant que les autres rayons du limbe. La ligne o o du limbe est perpendiculaire au rayon passant par le centre de gravité de ce secteur; de sorte que cette ligne est horizontale quand le limbe est placé dans un plan vertical et que le rayon passant par le centre de gravité du secteur d' a pris la position verticale que l'action de la pesanteur tend à lui donner.

e ___ Pivot en acier parfaitement poli, sur lequel tourne le limbe d d.

f f f ___ Branches en cuivre fixées à la boîte a. Ces branches reçoivent, à leur point de réunion, dans une petite ouverture pratiquée à cet effet, l'une des extrémités du pivot e. L'autre extrémité de ce pivot tourne dans un petit trou percé dans le fond même de la boîte a.

g ___ Index fixé à la boîte de l'instrument. Cet index n'est autre chose qu'une petite plaque argentée contre le bord de laquelle tourne le limbe. Un trait fin tracé sur cette plaque dans le plan de visée de l'instrument sert de repère soit pour assurer l'horizontalité de la ligne de visée, soit pour évaluer l'angle qu'elle fait avec l'horizontale, car l'instrument peut servir comme niveau ordinaire et comme niveau de pente.

h ___ Pinnule formée d'un fil tendu dans une large fenêtre pratiquée dans une plaque de cuivre. Cette pinnule est assemblée à charnière et peut être rabattue sur le verre la boîte a, quand l'instrument n'est pas employé.

K ___ Plaque de cuivre, percée d'une fente mince parallèle au fil de la pinnule h. Cette fente et ce fil se trouvent tous deux dans un plan mené perpendiculairement au plan du limbe, par le centre de figure dudit limbe et par la ligne tracée sur l'index g. Ils déterminent la ligne de visée.

l —— Enveloppe en cuivre du prisme lenticulaire m. Cette enveloppe est percée d'une ouverture circulaire n, contre laquelle s'appuie la face lenticulaire du prisme, et présente, en outre, une fente n' ouverte dans le prolongement du fil de la plaque K perpendiculairement au plan de l'ouverture n'.

L'œil placé derrière la plaque K de manière que le bord du prisme m partage en deux parties l'ouverture de la prunelle, aperçoit directement, par la fente de la plaque K, le fil de la pinnule et l'objet visé, et par une réflexion totale sur la face inclinée du prisme m, l'image amplifiée par sa surface lenticulaire du trait tracé sur l'index g et les divisions du limbe gradué.

La plaque K est fixée à la boîte a par une coulisse qui permet d'éloigner plus ou moins du limbe le système du prisme lenticulaire afin de l'amener à la distance convenable pour la vue de chaque observateur. Cette plaque, porte en outre, une charnière qui permet de ramener le prisme contre la boîte a. On le place dans cette position quand l'instrument n'est pas employé. On abaisse également, dans ce cas, la pinnule, et on recouvre la boîte d'un couvercle à tabatière, qui préserve l'instrument de tout accident pendant les transports.

p —— Vis placée sur le bord de la boîte a. On engage l'extrémité de cette vis dans une petite ouverture ménagée dans la circonférence du secteur d' pour empêcher le mouvement du limbe autour de son pivot, lorsqu'on n'emploie pas le niveau.

q —— Bouton passant à travers le bord de la boîte a. Ce bouton est porté par un petit ressort qui tend à écarter sa partie inférieure de la circonférence du limbe. En appuyant sur la tête du bouton q, on comprime le petit ressort qui le supporte; l'extrémité du bouton appuie sur le bord du limbe et arrête ses oscillations.

Pour opérer, on saisit la boîte d'une main de manière que le limbe soit vertical et que l'un des doigts, puisse agir à volonté sur le bouton q. On vise alors une mire dont le voyant est fixé à la hauteur des yeux, ou une simple bande de papier collée sur un jalon. Quand le limbe a cessé d'osciller, on le fixe en appuyant sur le bouton et on lit avec soin le nombre de degrés correspondant au trait marqué sur l'index. On calcule ensuite la différence de niveau qui existe entre le voyant et la mire et le centre de l'instrument en fonction de cet angle et de la distance du point nivelé.

Niveau à réflexion de Burel.

Pl. 26. — Figures 133, 134, 135 et 136.

A ——— Miroir en glace étamée placé dans la monture B.

Ce miroir est à faces parallèles, étamées seulement sur la moitié de leur largeur, comme l'indique la coupe (Fig. 136) pour rendre facile la rectification du niveau.

C ——— Vis de suspension du miroir filetée dans le bouchon P. Dans les premiers niveaux à réflexion, le miroir était supporté par un fil, on a reconnu qu'il suffisait de

lui donner la liberté d'osciller autour d'un axe horizontal et parallèle à sa surface.
HH ______ Tube en cuivre qui renferme le miroir et le préserve de l'action du vent qui le ferait osciller.
KK ______ Échancrure pratiquée dans le tube HH, vis à vis le miroir A.
L ______ Bouchon qui termine inférieurement le tube H.
Z ______ Vis dont on fait varier la position jusqu'à ce que le centre de gravité du miroir et de sa monture soit placé de telle sorte que les faces du miroir soient dans des plans rigoureusement verticaux quand le système est abandonné à l'action de la pesanteur. On reconnait que cette condition est remplie quand on obtient la même visée en opérant successivement avec l'une et l'autre faces du miroir.
II ______ Genou fixé sur un pied en bois et s'adaptant au bouchon inférieur de l'enveloppe du niveau.

Le niveau à réflexion peut servir au tracé et à la mesure des pentes au moyen d'une disposition très simple que l'on va faire connaître.

La tige n n' peut être introduite à l'aide d'un manchon J dans l'ouverture m pratiquée dans la monture du miroir perpendiculairement à sa surface. Cette tige peut se mouvoir à frottement dans son manchon J. Le miroir s'incline d'autant plus par rapport à la verticale, que le poids n' s'éloigne davantage de l'axe de rotation. Une division convenablement tracée sur la tige n indique le point où l'on doit placer le poids mobile n' pour que la ligne de visée présente l'inclinaison voulue.

Lorsque le niveau à réflexion est employé pour le tracé ou la mesure d'une pente, on incline l'instrument sur son genou de manière que la tige n-n' puisse toujours se mouvoir librement dans l'ouverture qui lui est ménagée dans les parois de l'enveloppe du miroir.

Dans les opérations qui n'exigent qu'une médiocre approximation, on simplifie encore l'instrument qui vient d'être décrit en le débarrassant de son étui et du contrepoids qui sert à lui donner une inclinaison déterminée. Il se réduit alors (Fig. 135) au petit miroir oscillant que l'on soutient à la main par le bouchon P.

Mire ordinaire ou à voyant mobile :

Pl. 27 et 28. – Figures 138, 139, 140, 141, 142, 143, et 144

BB' ______ Règle en bois de deux mètres de hauteur, portant, sur une de ses faces, une coulisse.
f ______ Sabot en fer frottant la règle BB' à sa partie inférieure.
g ______ Semelle brasée au sabot f.
AA ______ Seconde règle en bois garnie d'une languette s'emboitant librement dans la coulisse de la règle BB'.

L'ensemble des règles AA' et BB' forme une règle de section carrée ;

comme l'indique la figure 144. La partie de la règle B B' engagée dans le sabot f ne porte pas de coulisse et présente une section précisément égale à celle de l'ensemble des deux règles dans les autres parties de leur longueur. La languette de la règle A A' est également interrompue à 0m. 075 environ de l'extrémité supérieure de cette règle, qui se termine par un corps carré semblable à celui de la partie inférieure de l'autre règle.

a'a' ——— Embrasse en cuivre entourant les deux règles A A' et B B, et fixée par six vis à la première.

b'b' ——— Bride soudée à la pièce a'a'.

c' ——— Vis de pression engagée dans un écrou taraudé dans l'épaisseur de la bride b'b'.

La partie postérieure d'd' de cette embrasse est découpée de sorte qu'elle présente une certaine élasticité qui lui permet de céder à l'action de la vis c'c'. Il en résulte la possibilité de presser l'une contre l'autre les deux règles AA' et B B' et de rendre impossible tout mouvement de glissement longitudinal.

CC ——— Voyant partagé en quatre parties égales par deux lignes horizontale et verticale. Deux des rectangles, correspondant, à une même diagonale, sont peints en rouge et les deux autres en blanc. On vise le milieu de ce voyant.

a a ——— Embrasse en cuivre, mobile le long des tiges de la mire et portant le voyant c c.

b ——— Bride fixée au voyant c c et à l'embrasse a a.

d ——— Partie postérieure de l'embrasse a, découpée comme la partie correspondante de l'embrasse a'.

c ——— Vis de pression permettant de fixer le voyant à la hauteur voulue le long de la double tige de la mire.

L'emploi de la mire ordinaire n'est pas le même quand les hauteurs à mesurer sont inférieures à deux mètres et quand elles dépassent cette limite. Il convient dans ce qui va suivre, de distinguer ces deux cas.

1° Quand le voyant ne doit pas être élevé à plus de deux mètres, la vis c' est constamment serrée et les deux tiges AA', BB' sont solidaires. On fait mouvoir le voyant jusqu'au moment où le niveleur fait signe de serrer la vis de pression c et on lit sa hauteur au-dessus de la face inférieure de la semelle g au moyen de la division en centimètres m m tracée sur le dos de la règle B B et de la division en millimètres e que porte le bord de la pièce a. Il suffit d'ajouter au nombre de centimètres indiqués par la règle le nombre de millimètres compris entre le dernier centimètre et l'origine supérieure de la petite division, origine qui répond précisément au milieu du voyant.

2° Quand la hauteur à mesurer dépasse deux mètres, on commence par élever le voyant jusqu'à ce que la monture a vienne buter contre le taquet d'un ressort b placé à la partie supérieure de la tige A A' et on l'arrête dans cette position en serrant la vis c. Le voyant se trouve alors à 2m. au-dessus du sol et fixé seulement sur la tige AA'. On desserre alors la vis de pression c' et on soulève la tige A A' en la faisant glisser le long de la tige fixée B B' jusqu'à ce que le voyant ait atteint la hauteur voulue. On arrête

alors tout mouvement en serrant la vis c'. La lecture se fait, dans ce second cas, au moyen d'une division en centimètres n n tracée sur le côté de la tige B, dont l'origine porte le chiffre 2.m, et d'une petite division en millimètres c' qui se trouve sur le bord de l'embrasse a'a'.

Mire parlante à coulisse.

Pl. 28. — Fig. 145 et 146.

AA, BB — (fig. 145 & 146.). Règles en bois de 2.m 15 de longueur sur 0.m 115 de largeur, évidées, comme l'indique la coupe, de manière à présenter deux petites saillies de 0.m 008 qui protègent la peinture et la préservent de tout frottement.

bb —— Ferrure fixée à la partie inférieure de la règle postérieure B, et recourbée de manière à embrasser les saillies de la règle A.

a a —— Ferrure fixée à la partie supérieure de la règle antérieure A et embrassant la règle B qui peut y glisser très facilement.

V —— Vis de pression servant à presser les deux règles l'une contre l'autre et à empêcher tout déplacement relatif de la règle B.

Ces dispositions permettent de ne donner que 2.m 15 de longueur à une mire de 4.m

Pour prendre des cotes de plus de 2.m, on desserre la vis V et on fait glisser la règle B jusqu'à ce qu'elle vienne buter contre un taquet fixé derrière la règle A, de manière à ce que les lignes m m, m' m' des deux règles (correspondant à la cote 1.m 075) coïncident bien, sans quoi les lectures seraient inexactes : on serre alors la vis V pour maintenir les deux règles dans cette position.

Les mires parlantes peuvent consister en une seule règle (Fig. 145) ayant 3.m et 4.m de longueur, mais les déplacements en sont plus difficiles.

Les divisions alternativement rouges et blanches, doivent avoir environ 0.m 03 de largeur. Chaque dizaine de division est numérotée et porte un chiffre rouge placé au milieu de l'espace qu'elle occupe.

La figure 145 représente une mire divisée en centimètres ; celle figure 146 est divisée en doubles centimètres, chaque division n'étant comptée que pour un centimètre, de sorte que la cote moyenne exacte, résultant de deux lectures successives n'est autre que la somme de ces lectures.

Les mètres sont numérotés en noir : les points placés au-dessous des chiffres indiquent le nombre de mètres à ajouter au nombre de décimètres marqué par ces chiffres.

La première dizaine de divisions est numérotée 1 (Fig. 145) sur certaines mires, et 0 (Fig. 146) sur d'autres. Cette dernière disposition est préférable car le premier chiffre de la cote est alors celui qu'on lit dans la dizaine de divisions dans laquelle se trouve le fil de la lunette.

Clisimètre à boussole.

Pl. 29. – Fig. 147. 148 et 149.

On a cherché à réunir dans cet instrument les moyens de mesurer à la fois les distances zénithales et les angles à l'horizon pour les opérations de reconnaissances militaires.

AA ______ Boîte en cuivre formant le corps de l'instrument et renfermant une aiguille aimantée ainsi qu'un pendule.

PP ______ Pinnules servant à déterminer le plan de visée de l'instrument. Ces pinnules peuvent se rabattre sur la face de la boîte AA lorsqu'on ne se sert pas de l'instrument.

bb ______ Aiguille aimantée mobile sur un pivot d'acier dans un plan perpendiculaire au plan de visée. Cette aiguille supporte un petit cercle de cuivre dont la face cylindrique porte une division en degrés.

n ______ Bouton agissant sur le levier qui soulève l'aiguille aimantée quand on veut empêcher les oscillations de cette aiguille.

d d' ______ Petit cercle de cuivre muni d'un contrepoids d' (Fig. 149) ; la face cylindrique porte une division en degrés, dont le zéro est perpendiculaire à la verticale qui passe par le centre de gravité du pendule. Lorsque le plan de visée est horizontal, ce zéro coïncide avec un fil tendu derrière la lentille de l'instrument ; quand ce plan cesse d'être horizontal, la distance du fil au zéro de la division du cercle gradué donne l'inclinaison du plan de visée sur le plan horizontal du lieu.

m ______ Bouton faisant agir un taquet qui empêche tout mouvement du pendule.

x ______ Bouton destiné à ralentir les oscillations de la boussole ou du pendule.

f ______ Fenêtre garnie d'une lame de corne transparente destinée à éclairer les divisions des cercles gradués.

l ______ Lentille prismatique amplifiant les divisions des cercles.

k ______ Douille avec genou à la Cugneau supportant l'instrument.

Voici comment on emploie cet instrument :

1° Mesure des distances zénithales.

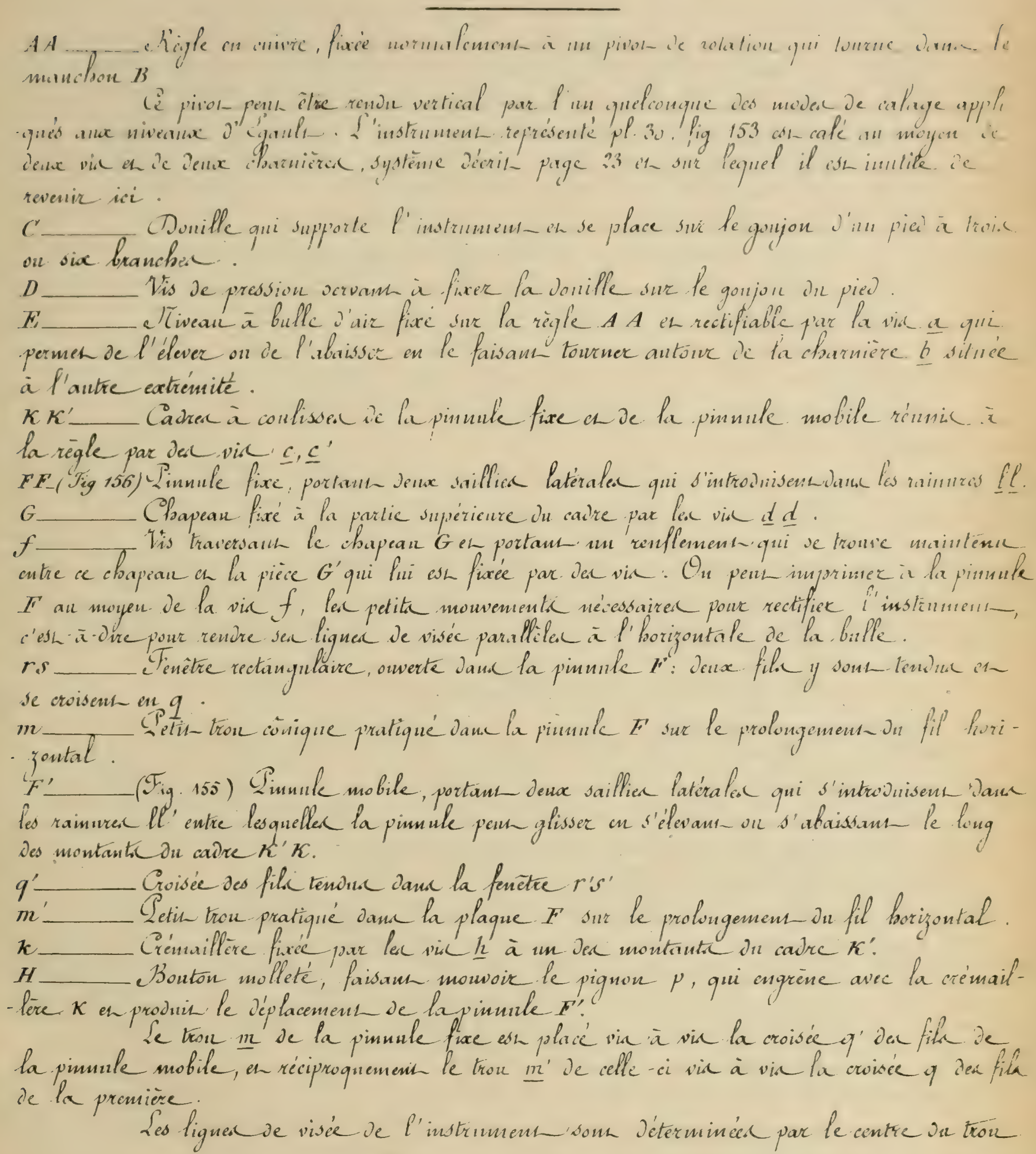
On tient l'instrument à la main ou bien on le place sur un pied de façon que les faces de la boîte soient dans un plan vertical ainsi que le pendule dd' auquel on rend la liberté en tirant le bouton m. On vise avec les pinnules placées suivant un plan horizontal l'objet dont on veut déterminer la hauteur angulaire et on lit l'angle cherché qui correspond au fil tendu derrière la lentille.

2° Mesure des angles horizontaux.

On place les faces de la boîte dans un plan horizontal, on tire le bouton n et aussitôt l'aiguille aimantée oscille sur son pivot et se place dans la direction du méridien magnétique. On vise alors l'objet à observer et la division du cercle placée en regard du fil correspond à l'angle du plan vertical de visée avec le plan du méridien magnétique.

Niveau de pente de Chézy.

Pl. 30. – Fig. 153, 154, 155 et 156.



AA ——— Règle en cuivre, fixée normalement à un pivot de rotation qui tourne dans le manchon B

Ce pivot peut être rendu vertical par l'un quelconque des modes de calage appliqués aux niveaux d'Égault. L'instrument représenté pl. 30, fig 153 est calé au moyen de deux vis et de deux charnières, système décrit page 23 et sur lequel il est inutile de revenir ici.

C ——— Douille qui supporte l'instrument et se place sur le goujon d'un pied à trois ou six branches.

D ——— Vis de pression servant à fixer la douille sur le goujon du pied.

E ——— Niveau à bulle d'air fixé sur la règle AA et rectifiable par la vis a qui permet de l'élever ou de l'abaisser en le faisant tourner autour de la charnière b située à l'autre extrémité.

KK' ——— Cadres à coulisses de la pinnule fixe et de la pinnule mobile réunis à la règle par des vis c, c'

FF (Fig 156) Pinnule fixe, portant deux saillies latérales qui s'introduisent dans les rainures ll.

G ——— Chapeau fixé à la partie supérieure du cadre par les vis dd.

f ——— Vis traversant le chapeau G et portant un renflement qui se trouve maintenu entre ce chapeau et la pièce G' qui lui est fixée par des vis. On peut imprimer à la pinnule F au moyen de la vis f, les petits mouvements nécessaires pour rectifier l'instrument, c'est-à-dire pour rendre ses lignes de visée parallèles à l'horizontale de la bulle.

rs ——— Fenêtre rectangulaire, ouverte dans la pinnule F: deux fils y sont tendus et se croisent en q.

m ——— Petit trou conique pratiqué dans la pinnule F sur le prolongement du fil horizontal.

F' ——— (Fig. 155) Pinnule mobile, portant deux saillies latérales qui s'introduisent dans les rainures ll' entre lesquelles la pinnule peut glisser en s'élevant ou s'abaissant le long des montants du cadre K'K.

q' ——— Croisée des fils tendus dans la fenêtre r's'

m' ——— Petit trou pratiqué dans la plaque F sur le prolongement du fil horizontal.

k ——— Crémaillère fixée par les vis h à un des montants du cadre K'.

H ——— Bouton molleté, faisant mouvoir le pignon p, qui engrène avec la crémaillère K et produit le déplacement de la pinnule F'.

Le trou m de la pinnule fixe est placé vis à vis la croisée q' des fils de la pinnule mobile, et réciproquement le trou m' de celle-ci vis à vis la croisée q des fils de la première.

Les lignes de visée de l'instrument sont déterminées par le centre du trou

d'une pinnule et la croisée des fils de la pinnule opposée. L'inclinaison ou la pente de ces lignes se lit sur une des faces du cadre K' qui porte une graduation dont chaque division correspond à une pente de 0m 004 : un vernier gravé sur la plaque F' donne les pentes à 0m 001 près.

Pour que l'instrument donne des résultats exacts, il faut s'assurer que ses lignes de visée sont bien parallèles à l'horizontale de la bulle lorsque les zéros de l'échelle et du vernier coïncident. On donne à cet effet deux coups de niveau sur un même point en prenant successivement pour oculaires les trous m et m', et appelant chaque fois la bulle entre ses repères : si les deux cotes sont les mêmes, l'instrument est réglé ; dans le cas contraire, on fait disparaître la moitié de la différence à l'aide de la vis f et on renouvelle une ou plusieurs autres fois la même épreuve.

Lorsque les zéros de l'échelle et du vernier coïncident, on peut se servir de l'instrument, préalablement réglé, comme d'un niveau à bulle et à pinnules : il remplace alors un niveau d'eau.

Le niveau de pente de la pl. 30 peut en outre servir à la mesure des angles horizontaux au moyen du cercle gradué QQ fixé au manchon B et du vernier v fixé au pivot de rotation de l'instrument.

Niveau de pente de M. Lefranc.

Pl. 29. _ Fig. 150, 151 et 152.

AA ______ Règle en bois dur de 0m 50 de longueur.
B ______ Genou à coquille qui permet de placer la règle dans une position à peu près horizontale.
c ______ Vis calante au moyen de laquelle on amène la règle AA dans une position rigoureusement horizontale.
aa ______ Niveau à bulle d'air, incrusté dans la règle AA. Le petit crochet que l'on aperçoit sur la fig. 150 au-dessous de ce niveau, sert à maintenir pendant le transport de de l'instrument, un couvercle qui protège contre les chocs le verre de niveau.
C ______ Pinnule fixe faisant un angle droit avec la règle AA.
e ______ Vis servant à régler la pinnule C.
D ______ Pinnule mobile glissant à frottement dans l'embrasse en cuivre qui termine la règle. L'échelle des pentes est gravée sur la tige D' qui supporte cette pinnule.
d ______ Vis de pression servant à fixer à diverses hauteurs la pinnule mobile.

Niveau de pente à lunette.

Niveau de pente à lunette.

Pl. 31. _ Fig. 157 à 159.

Cet instrument ne diffère d'un niveau d'Egault que par l'addition d'un cercle horizontal divisé et d'un arc de cercle vertical donnant à volonté les pentes ou rampes par mètre ou bien les angles verticaux.

AA _______ Triangle sur lequel est fixé l'axe de rotation de l'instrument.

C _______ Manchon entraînant à volonté toute la partie supérieure de l'instrument.

D _______ Plateau divisé fixé au manchon C

E _______ Cercle concentrique supportant le niveau F et toute la partie supérieure.

F _______ Niveau à bulle d'air.

G _______ Règles aux extrémités de laquelle sont fixés les étriers H.

I _______ Lunette achromatique munie de fils à stadia fixes. Cette lunette repose sur les étriers H.

J _______ Pince et vis de rappel du plateau divisé.

M _______ Pince et vis de rappel du cercle intérieur E.

L _______ Arc de cercle sur lequel sont gravées, d'un côté les divisions du cercle, de l'autre les pentes par mètre.

K _______ Pignon et crémaillère en arc de cercle permettant par un mouvement lent de diriger la lunette suivant l'inclinaison de la ligne de visée. Une pince maintient la lunette dans cette position pendant que l'on fait la lecture de l'inclinaison.

O _______ Centre autour duquel s'effectue, par l'intermédiaire de la règle G, la rotation de la lunette dans un plan vertical.

Eclimètre.

Pl. 32. _ Figures 163 et 164.

A _______ Boite de boussole fixée par trois vis a a au manchon B, lequel tourne autour d'un pivot qui peut être rendu vertical par l'un quelconque des modes de calage déjà décrits (Dans le modèle figuré Pl. 32 la verticalité de ce pivot est obtenue au moyen de ressorts et de plateaux.)

C _______ Douille supportant l'instrument et s'ajustant sur le goujon en cuivre d'un pied à six branches.

DD _______ Limbe gradué fixé sur une des faces de la boîte de la boussole. Le plan de ce limbe doit, par construction, se trouver vertical en même temps que l'axe du pivot.

EE _______ Alidade, mobile autour d'un goujon horizontal fixé perpendiculairement au plan du limbe D et concentrique avec lui. Ce goujon est enveloppé par le manchon F fixé à l'alidade E et maintenu dans sa position par la vis a (Fig. 164.)

v v ______ Verniers gravés sur l'alidade et donnant les angles à une minute près sur le limbe gradué.
L ______ Lunette à réticule, embrassée par les colliers G G qui sont fixés à l'alidade.
H ______ Vis de pression servant à arrêter le mouvement brusque de rotation de l'alidade
I ______ Vis de rappel, imprimant un mouvement lent à l'alidade lorsque la vis H est serrée.
N ______ Niveau à bulle d'air, fixé à la face postérieure du limbe D par les vis n n.
i ______ Vis de rectification du niveau, servant à rendre son horizontale perpendiculaire à l'axe du pivot.
i' ______ Seconde vis de rectification, servant à imprimer au limbe de petits déplacements dans son propre plan de manière à assurer l'horizontalité de l'axe de la lunette lorsque les zéros des verniers v v coïncident avec le diamètre 0°–180° du limbe divisé.

Les vis i et i' ont de longues tiges verticales cachées en élévation par le limbe derrière lequel elles se trouvent, sur lesquelles on agit avec une clef.

Baromètre à syphon de M. Gay-Lussac.

Pl. 33. — Figures 165, 166 et 167.

Le tube de verre, qui forme le baromètre proprement dit présente une disposition particulière qu'il convient d'indiquer avant de s'occuper de la monture qui le renferme. On décrira donc séparément; pour plus de clarté, le tube barométrique lui même et son enveloppe.

1° Tube barométrique.

a a ______ (Fig. 165) Branche principale du baromètre à syphon. Cette branche à 0m. 75 de longueur environ.
b b ______ Petite branche du syphon, fermée à sa partie supérieure comme la grande branche.

Les branches a a, b b doivent être de même diamètre intérieur et parfaitement calibrées.

o ______ Ouverture conique pratiquée à la partie supérieure de la branche b b. Cette ouverture doit être assez capillaire pour ne laisser que très difficilement écouler le mercure et se rétrécir de dehors en dedans du tube. On l'exécute facilement en enfonçant une aiguille dans le verre préalablement ramolli à la lampe.

Dans quelques baromètres, l'ouverture o, qui sert à l'introduction de l'air, et, par suite, à la transmission de la pression extérieure à la surface du mercure, est supprimée; pour la remplacer, on laisse ouverte l'extrémité supérieure du tube b b et on la recouvre d'une peau flexible percée d'un trou d'aiguille très fin. Cette disposition n'est pas aussi bonne que la première; le mercure se salit plus vite et se perd plus facilement pendant les transports de l'instrument.

c c ______ Tube de verre d'un plus petit diamètre, réunissant les extrémités inférieures

des branches aa et bb du baromètre.

i ——— Extrémité effilée de la branche aa logée dans l'intérieur du tube cc. Dans le cas où quelques bulles d'air s'introduiraient accidentellement dans la longue branche du syphon, elles viendraient se réunir dans l'espace annulaire compris entre la pointe i et le tube cc, et ne pourraient changer en rien les indications de l'instrument, puisqu'elles ne pénètreraient pas dans la chambre du baromètre. Il est d'ailleurs facile d'expulser les bulles réunies dans l'espace annulaire dont on vient de parler. L'ingénieuse disposition de la pointe i dans le tube cc est due à M. Bunten.

Pendant les observations, le tube du baromètre est placé comme l'indique la figure, c'est-à-dire que le tube cc est en bas. Quand on veut transporter l'instrument, on l'incline avec précaution jusqu'à ce que la colonne de mercure remplisse exactement la branche aa, puis on renverse complètement l'appareil de manière que le tube cc soit en haut. La portion peu considérable de mercure qui n'a pu entrer dans la grande branche, retombe dans le bout de la petite branche et n'atteint même pas, en général, l'ouverture o. Le baromètre peut alors supporter sans danger les secousses inévitables du transport.

2°. Monture du baromètre.

dd ——— (Fig. 166). Tube en cuivre, dans lequel est renfermé le baromètre en verre précédemment décrit.

ee' ——— Anneaux fixés à l'extrémité du tube dd, et servant à suspendre le baromètre, soit pendant les transports, soit pendant les observations.

fff ——— Pieds en cuivre, terminés inférieurement par des pointes qui peuvent s'enfoncer dans le sol, et vissés, à leur partie supérieure, dans la bague g. Le baromètre entre librement dans cette bague, et, au moyen d'une disposition très simple, peut s'y mouvoir autour de deux axes perpendiculaires entre eux et à sa longueur; de sorte qu'il se place verticalement par l'action de la pesanteur, son centre de gravité étant placé au-dessous de ses axes de suspension.

On supprime souvent le système de suspension que l'on vient d'indiquer et on le remplace par un simple jalon enfoncé dans le sol et garni d'un clou à crochet auquel on suspend l'instrument au moyen de l'anneau e.

t ——— Thermomètre du baromètre.

hh, h'h' Fenêtres verticales, pratiquées dans le sens de la longueur du tube dd, à travers lesquelles on aperçoit les colonnes de mercure des deux branches du tube barométrique. Des échelles divisées en millimètres, ayant pour origine commune un point placé à peu près au milieu de la longueur du tube dd sont tracées sur le bord des fenêtres hh. Des verniers, mobiles le long de ces échelles, permettent d'apprécier le dixième ou même le vingtième d'un millimètre. Le vernier supérieur et le vernier inférieur présentent l'un et l'autre, la disposition suivante.

mm ——— (Fig. 167). Anneau mobile dans l'intérieur du tube dd. Les divisions du vernier sont tracées sur cet anneau qui est, en outre, percé de deux fenêtres placées en

l'une de l'autre, comme celles du tube dd et dont les bords supérieurs sont situés dans un même plan horizontal.

l ——— Bouton d'un petit pignon réuni au vernier mn et s'engrenant dans une crémaillère taillée le long du bord de la fenêtre h. En faisant tourner ce bouton, on élève ou on abaisse le vernier jusqu'à ce que le plan de visée passant par les bords supérieurs de la fenêtre soit tangent au sommet de la colonne de mercure.

La hauteur de la colonne barométrique est égale à la somme des longueurs indiquées sur les échelles par les verniers amenés dans la position qui vient d'être indiquée.

Baromètre à cuvette de Fortin.

Pl. 33. — Fig. 168, 169, 170 et 171.

AAA — (Fig. 168). Pieds en bois évidés intérieurement et servant, à la fois, d'enveloppe au baromètre, quand ils sont rapprochés, et de support, quand ils sont écartés, comme l'indique la figure.

B ——— Monture en cuivre, à laquelle le baromètre est suspendu par un système d'axes horizontaux perpendiculaires entre eux, autour desquels il peut tourner. Ce mode de suspension permet à l'instrument de se placer verticalement quand il est abandonné à l'action de la pesanteur.

D ——— Cuvette du baromètre.

CC ——— Tube en cuivre, formant l'enveloppe du tube barométrique

ee ——— Fenêtre longitudinale pratiquée dans le tube CC. Une fenêtre semblable existe sur la face opposée du tube. Ces deux fenêtres laissent apercevoir le tube barométrique et le sommet de la colonne de mercure. Une échelle, divisée en millimètres, est gravée sur l'un des bords de la fenêtre ee

f ——— Vernier mobile le long de l'échelle dont on vient de parler. Il sert à apprécier avec exactitude la hauteur de la colonne de mercure.

t ——— Thermomètre du baromètre.

La cuvette et le vernier du baromètre de Fortin présentant une disposition caractéristique que l'on va décrire successivement.

1°. Cuvette du baromètre.

aa — (Fig. 169). Cylindre en cristal fort, ouvert à ses deux extrémités

bb ——— Cylindre en fer, garni, à sa partie supérieure, d'une gorge mastiquée dans le tube aa

cc ——— Manchon en cuivre, enveloppant le cylindre bb et la base du tube de cristal aa, sur lequel il est également mastiqué

dd ——— Pièce annulaire en fer, réunie par un pas de vis au cylindre bb. L'embase ménagée autour de cette pièce supporte le manchon cc et le maintient en place.

gg ——— Membrane flexible, fixée d'une part, à la gorge extérieure de la pièce dd,

et, d'autre part, au bouchon de bois dur h. Cette membrane flexible forme ainsi le fond de la cuvette du baromètre.

m m' m' m — Boîte en cuivre, vissée en m' m' sur le manchon cc et servant d'enveloppe aux différentes pièces que l'on vient d'indiquer.

n ——— Tête d'une vis traversant le fond de la boîte m m' m' m, au moyen de laquelle on peut élever ou abaisser la membrane flexible gg, et faire ainsi varier le niveau du mercure dans la cuvette.

pp ——— Virole, mastiquée à la partie supérieure du cylindre de cristal et réunie à l'enveloppe cc du tube barométrique.

qq ——— Petits boulons réunissant les garnitures inférieure et supérieure du cylindre de cristal a a.

rr ——— Tube barométrique, maintenu dans la cuvette au moyen du bouchon ss.

i ——— Pointe en fer ou en ivoire, dont l'extrémité forme l'origine de la division tracée sur l'enveloppe du baromètre. Quand on veut faire une observation, on élève ou on abaisse le fond flexible de la cuvette en tournant la vis n jusqu'à ce que la surface du mercure affleure l'extrémité inférieure de la pointe i.

2° Vernier.

tt — (Fig. 170 et 171) Anneau de cuivre, glissant à frottement sur l'enveloppe cc du baromètre.

uu ——— Tube d'un diamètre un peu plus grand que l'enveloppe cc, percée de deux fenêtres rectangulaires, à bords verticaux et horizontaux, placées en face l'une de l'autre et portant un vernier au moyen duquel on peut mesurer le dixième ou même le vingtième d'une division de l'échelle gravée sur le bord de la longue fenêtre ee.

VV ——— Bague circulaire assujettie à tourner autour de l'anneau tt et réunie par un pas de vis au vernier u u.

La disposition des pièces que l'on vient d'indiquer permet évidemment d'amener par un mouvement brusque, en faisant glisser l'anneau tt sur l'enveloppe CC, la ligne de visée passant par les bords horizontaux inférieurs des fenêtres du vernier u u, à peu près tangentiellement à la surface du ménisque convexe qui termine la colonne de mercure renfermée dans le tube rr. En faisant ensuite tourner la bague VV, on élève ou on abaisse lentement le vernier u u jusqu'à ce que le plan tangent au sommet de la colonne de mercure se confonde parfaitement avec celui qui passe par les bords inférieurs des fenêtres de ce vernier. Il ne reste plus alors qu'à lire la hauteur de la colonne barométrique indiquée par l'échelle et son vernier. Il est d'ailleurs bien entendu que l'on a d'abord ramené la surface du mercure de la cuvette, comme on l'a dit ci-dessus, en contact avec la pointe i (Fig. 16

Quand on veut transporter le baromètre de Fortin, on soulève la membrane flexible gg au moyen de la vis n jusqu'à ce que le mercure remplisse complètement le tube barométrique et la cuvette elle-même. L'instrument peut alors supporter, sans danger les secousses du transport.

Les observations faites au moyen du baromètre de Fortin doivent être corrigé de l'influence capillaire du tube de verre sur le mercure, correction rendue inutile

dans le baromètre à syphon par l'égalité du diamètre de la grande et de la petite branche. D'un autre côté, le mercure, constamment en contact avec la peau qui forme le fond de la cuvette, se ternit rapidement et exige des nettoyages assez fréquents; enfin la complication même des différents ajustages de la cuvette expose l'appareil à de nombreux dérangements. Ces différents motifs rendent le baromètre à syphon de M. Gay-Lussac de beaucoup préférable à celui qui vient d'être décrit et le font généralement adopter par les ingénieurs.

Tachéomètre.

Pl. 35 et 36. — Figures 175, 176, 177, 178 et 179.

Cet instrument a quelque analogie avec le théodolite décrit pages 149, 150 et 151 de la légende; il en diffère toutefois par des détails de construction et par la lunette supérieure qui est anallatique et passe par le centre de l'instrument.

Partie fixe ou bâtis.

KK —— Bâtis ou triangle en cuivre sur lequel est monté l'instrument.
LLL —— Vis calantes reposant sur des pièces de cuivre incrustées dans la tablette d'un pied à six branches. Ces vis servent à rendre le pivot I vertical.
b — (Fig. 178) 1er manchon en bronze fixé au triangle K.
o — (Fig. 175) Vis et pince de rappel à mâchoires; ce système a été décrit (page 149).

Mesure des angles horizontaux.

Cercle azimutal — Déclinatoire.

F —— Cercle azimutal fixé au manchon a et divisé en demi-grades.
E —— Plateau concentrique au cercle gradué F F et fixé au pivot — I.
Deux verniers sont placés symétriquement aux deux extrémités d'un diamètre du plateau et deux loupes h h' facilitent la lecture des divisions; ces verniers donnent deux minutes centésimales.
R —— Pince à vis de rappel destinée à fixer le cercle E au cercle F.
I —(Fig. 178) Pivot conique en bronze réuni au cercle E E et supportant toute la partie supérieure de l'instrument.
a —— 2e manchon en bronze fixé au limbe: il tourne autour du manchon b qui reçoit lui-même le pivot I.
J —— Déclinatoire entraîné par le cercle F.

Mesure des angles verticaux.

Mesure des angles verticaux.

Cercle zénithal.

B .... Cercle zénithal divisé en demi-grades et entraîné par la lunette supérieure.
C .... Cercle concentrique au cercle B et portant deux verniers donnant deux minutes centésimales ; il est fixé au bâtis D par la pièce x et la vis de rectification t. Les zéros des verniers sont placés de telle sorte que, lorsqu'ils coïncident avec les divisions 100 et 300 du cercle B, l'axe optique de la lunette est horizontal : la vis de rectification t permet d'arriver à ce résultat. — D'après cette disposition, la ligne de visée sera au-dessus ou au-dessous de l'horizontale suivant que l'angle lu sur le cercle B sera inférieur ou supérieur à 100 grades.
T .... Contrepoids servant à équilibrer l'instrument.
H .... Pince à vis de rappel destinée à fixer le cercle B au cercle C.
D .... Bâtis en cuivre réuni au cercle horizontal E et supportant la lunette supérieure avec le cercle vertical et ses accessoires.
S.S (Fig. 178) Axe horizontal s'appuyant par deux tourillons à l'extrémité du bâtis D.D.
N .... Niveau à bulle d'air pourvu de sa vis de rectification, destinée à rendre l'horizontale de la bulle perpendiculaire au pivot.
f .... Vis de rappel agissant sur un des supports de la lunette et permettant d'assurer la verticalité du plan décrit par son axe optique.

Mesure des distances.

Lunette anallatique.

A — (Fig. 179) — Lunette astronomique à oculaire de Ramsden avec objectif achromatique. Cette lunette porte un réticule muni de trois fils horizontaux équidistants et d'un fil vertical ; elle est enchassée dans un collier P venu de fonte avec l'axe SS.

L'anallatisme de la lunette A est obtenu à l'aide de la lentille V mobile avec le tube parallèlement à l'axe et permettant de placer le centre d'anallatisme au centre du cercle B. Les fils du réticule sont d'ailleurs fixés de telle sorte que l'angle sous-tendu à l'origine de la mesure des distances ait pour tangente $\frac{1}{100}$; chaque mètre de distance correspond donc une division de 0m.01 sur la mire.

L'instrument doit être complété par l'addition d'une échelle logarithmique graduée d'une manière spéciale, et à l'aide de laquelle on peut calculer immédiatement, sur le terrain même, les distances horizontales et les altitudes.

Cours de Routes
1re Partie.

Table des Matières.

Pages.

Nivellement.

Représentation graphique des résultats des opérations de levé des plans et de nivellement.

Cubature des déblais et des remblais.

Mouvement des terres.

RÈGLES DE LA MÉRIDIENNE DE FRANCE

Fig. 1. Vue perspective

Fig. 2. Élévation d'une Règle *(Échelle de 0,05)*

Coupe

MESURE DES BASES DE LA CARTE DE FRANCE

Fig. 3. Élévation longitudinale d'une Règle et d'un support *(Échelle de 0,04)*

Fig. 3. Vue de coté

Fig. 7. Plan de la Règle *(Échelle de 0,50)*

Coupe de la Règle *Fig. 6.*

Élév.on de la languette *Fig. 5 (0,25)*

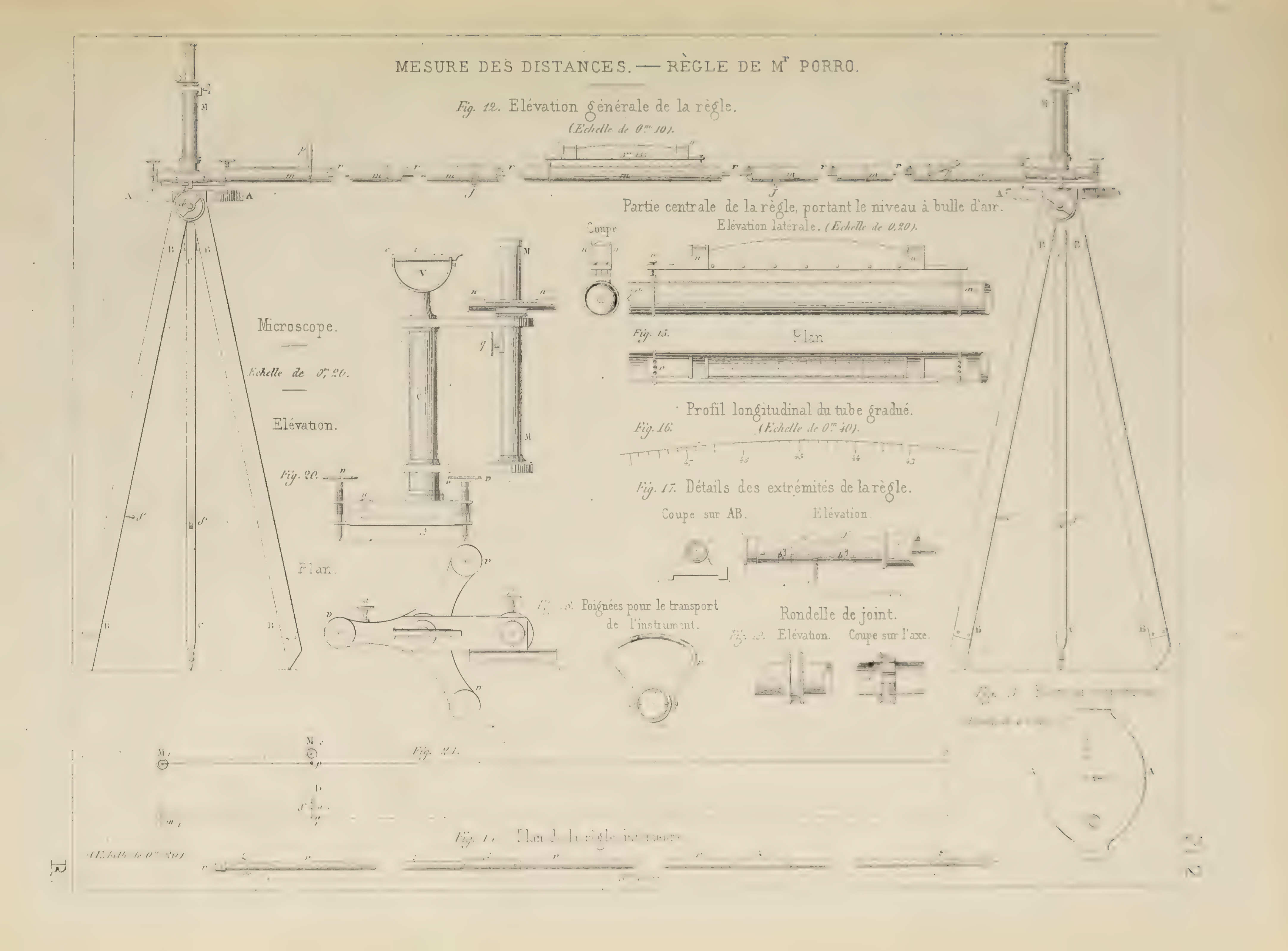
Élév.on de l'extremité *a* de la Règle *Fig. 4 (0,25)*

Fig. 8. Disposition générale des Règles

Fig. 9 CHAINE D'ARPENTEUR *(Échelle de 0,5)*

Fiche *Fig. 10*

Fig. 11.


MESURE DES DISTANCES. — RÈGLE DE Mr PORRO.
Fig. 12. Élévation générale de la règle.
(Echelle de 0m 10).
Partie centrale de la règle, portant le niveau à bulle d'air.
Élévation latérale. (Echelle de 0,20).
Coupe
Fig. 15.
Plan
Microscope.
Echelle de 0m 20.
Élévation.
Fig. 20.
Plan.
Profil longitudinal du tube gradué.
Fig. 16.
(Echelle de 0m 40).
Fig. 17. Détails des extrémités de la règle.
Coupe sur AB.
Élévation.
Poignées pour le transport
de l'instrument.
Rondelle de joint.
Élévation.
Coupe sur l'axe.
Fig. 21.

DÉCAMÈTRE EN RUBAN D'ACIER

Fig. 22.

Détails des poignées
Élévation

Fig. 23.

STADIA A FIL MOBILE DE M.M. LEREBOURS ET SECRETAN

Fig. 27. Elévation de la lunette *(Echelle de 0,50)*

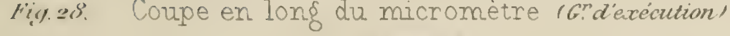


Fig. 28. Coupe en long du micromètre *(Gr. d'exécution)*

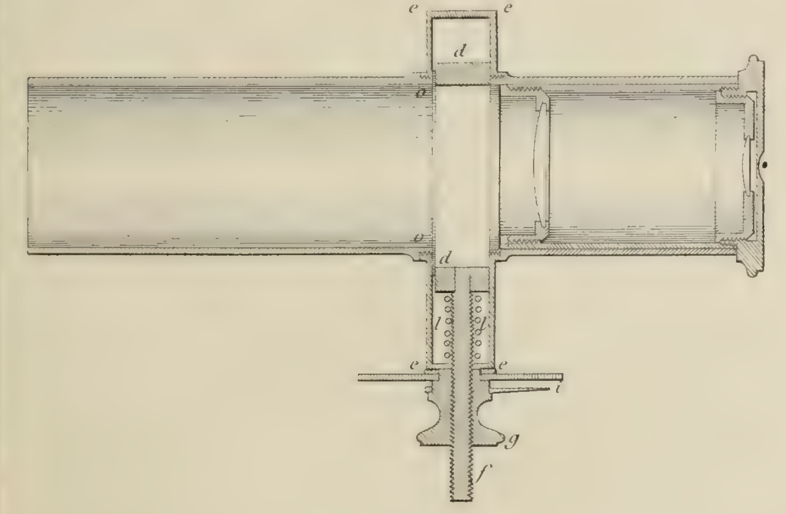
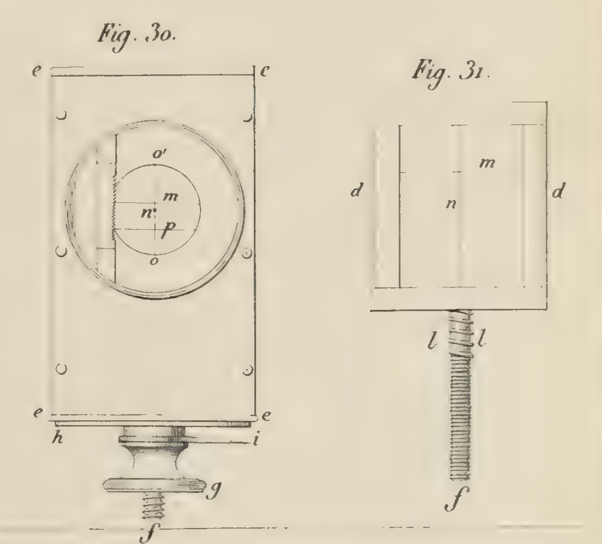
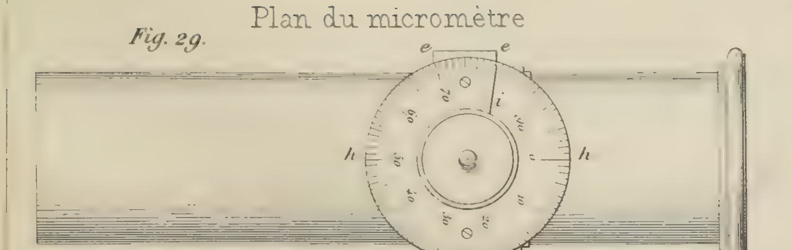


Fig. 30.



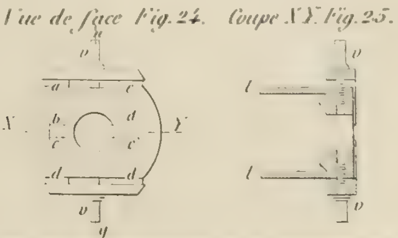
Plan du micromètre

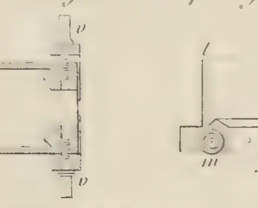
Fig. 29.

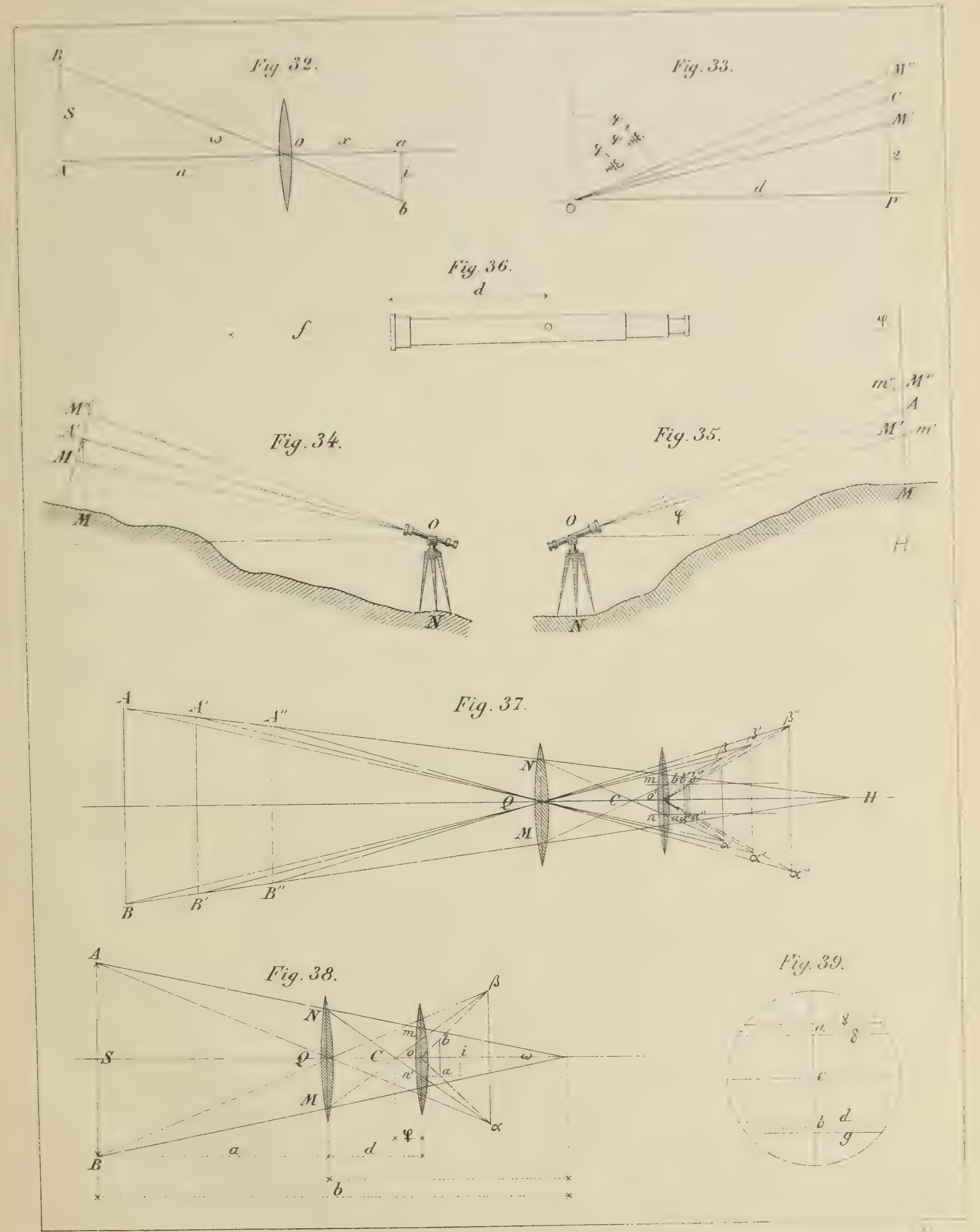


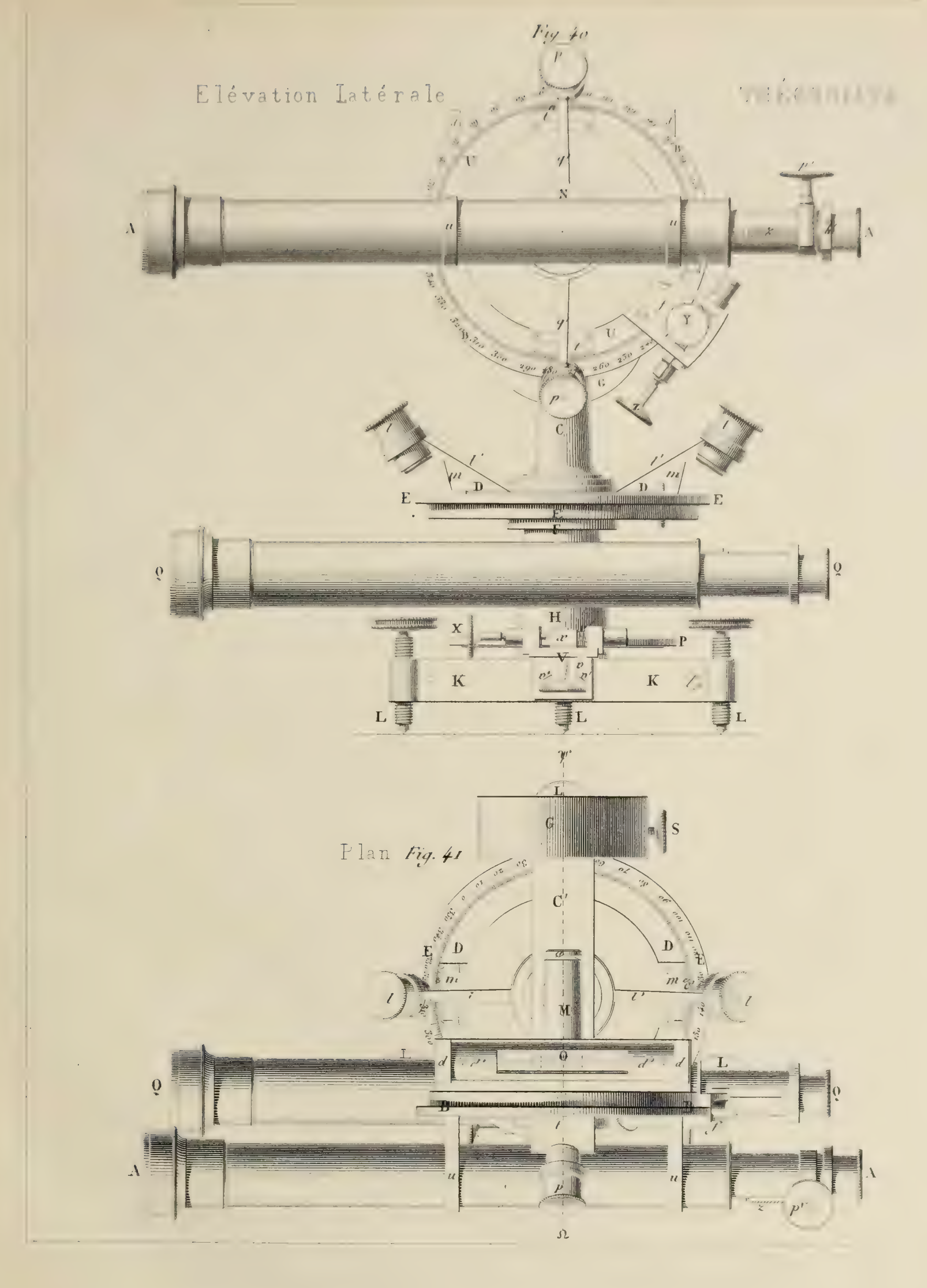
Reticule à cadres mobiles pour Stadia à fils fixes.

Vue de face Fig. 24. *Coupe X Y. Fig. 25.* *Coupe x y. Fig. 26.*

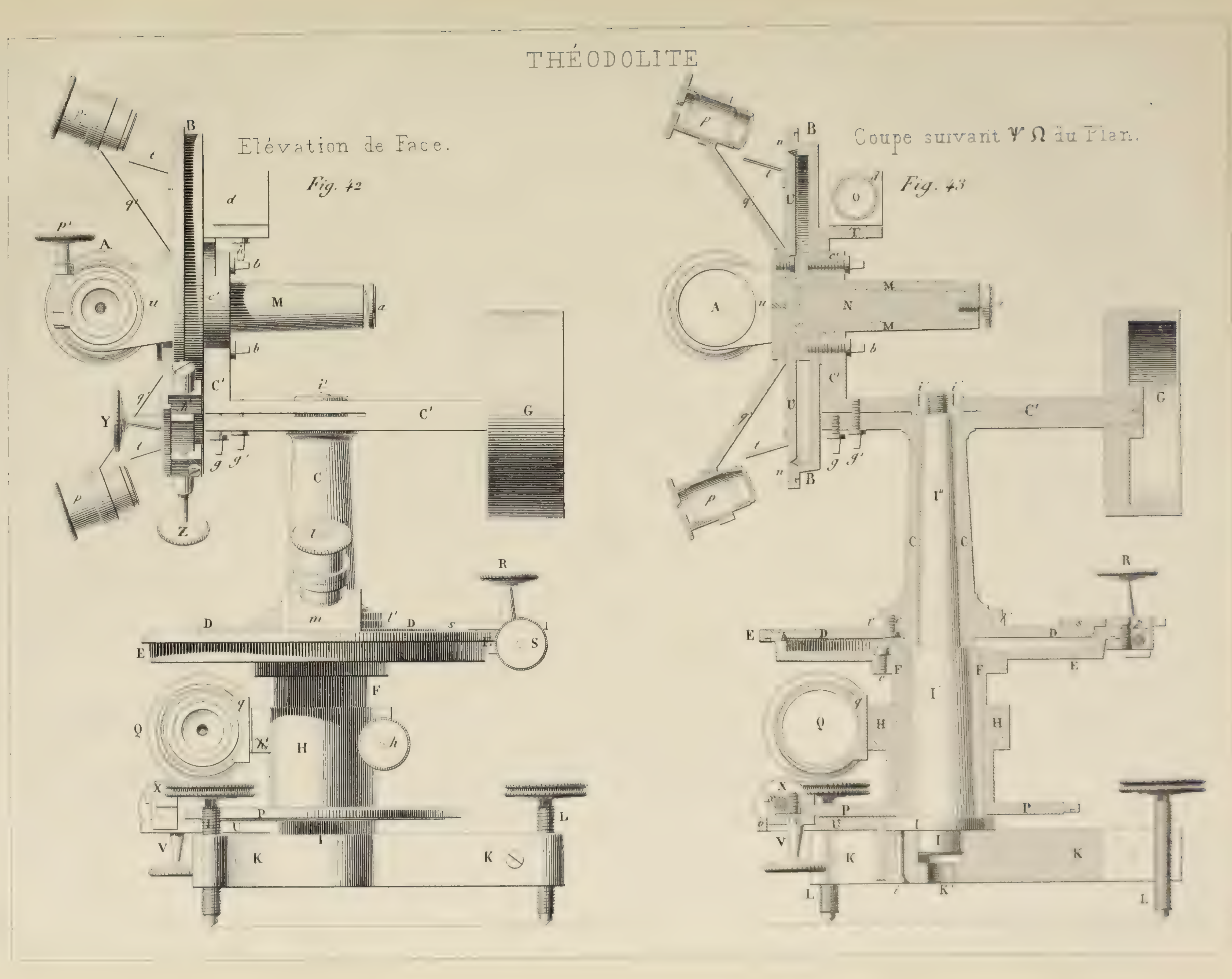


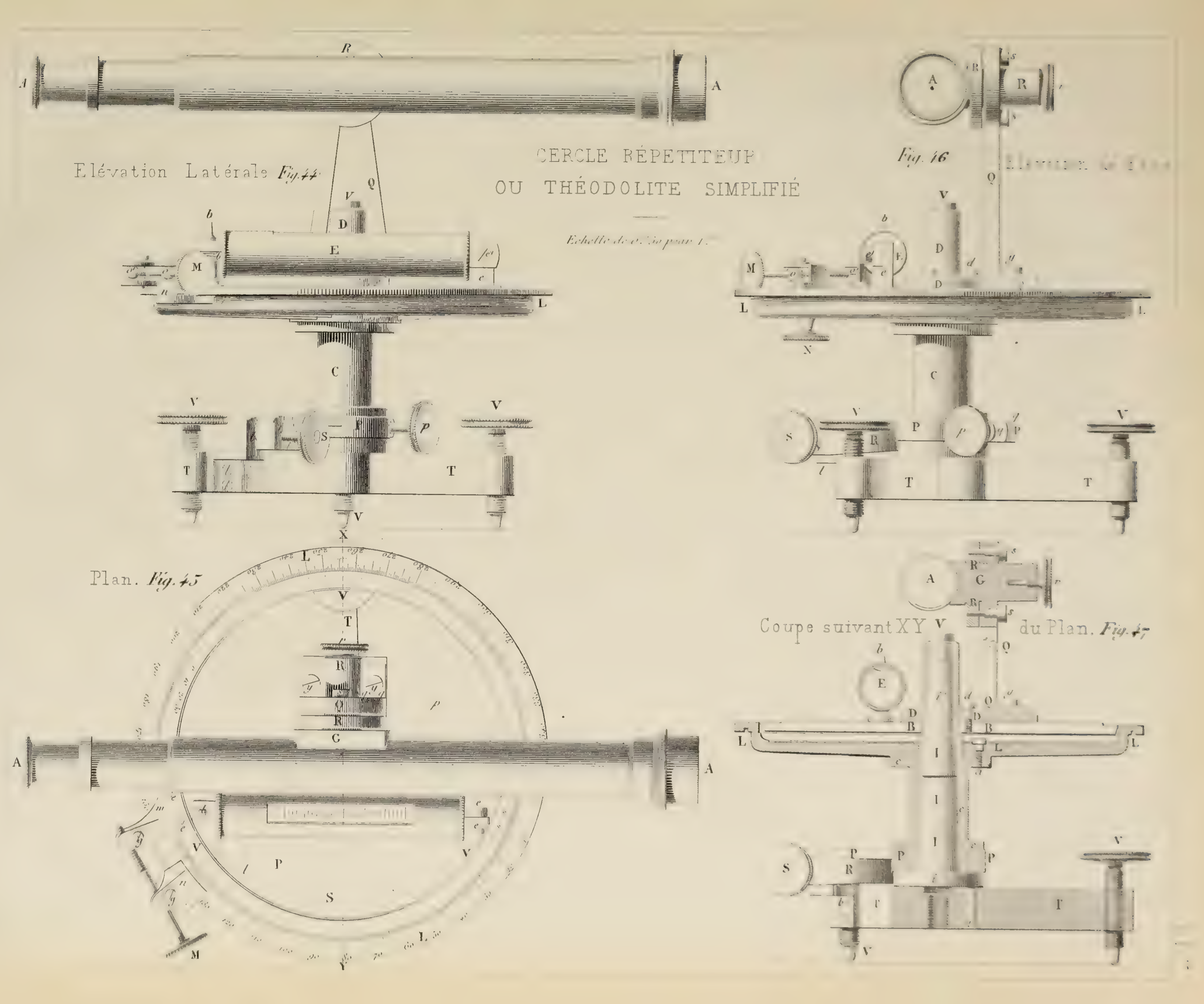



Fig. 32.
Fig. 33.
Fig. 34.
Fig. 35.
Fig. 36.
Fig. 37.
Fig. 38.
Fig. 39.



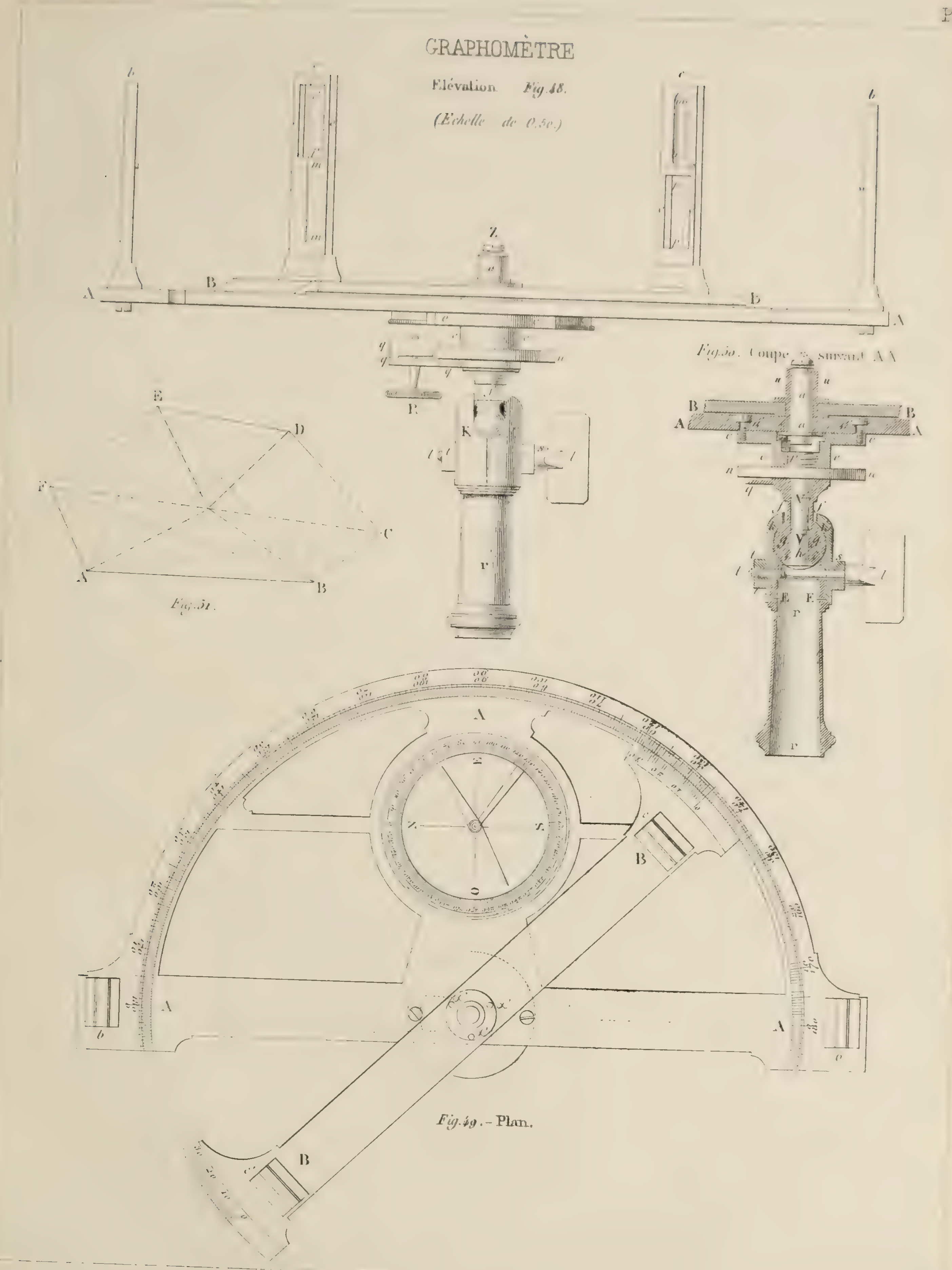
R.


THÉODOLITE
Élévation de Face.
Fig. 42
Coupe suivant Ψ Ω du Plan.
Fig. 43
Pl. I
R.



CERCLE RÉPÉTITEUR
OU THÉODOLITE SIMPLIFIÉ
Élévation Latérale Fig. 44
Fig. 46
Plan. Fig. 45
Coupe suivant XY du Plan. Fig. 47

R.


GRAPHOMÈTRE
Élévation Fig. 48.
(Échelle de 0.50.)
Fig. 50. Coupe suivant AA
Fig. 51.
Fig. 49. – Plan.

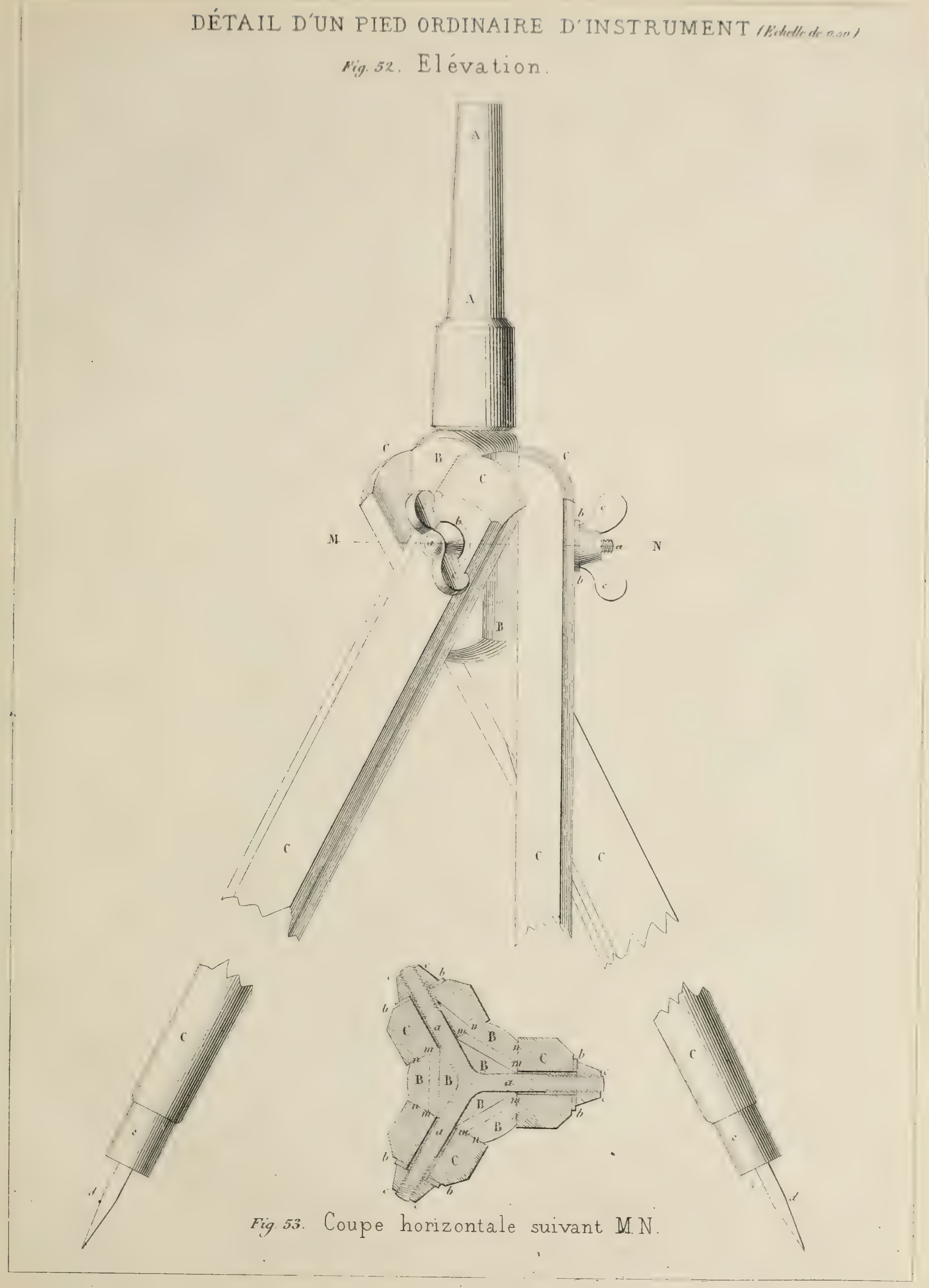
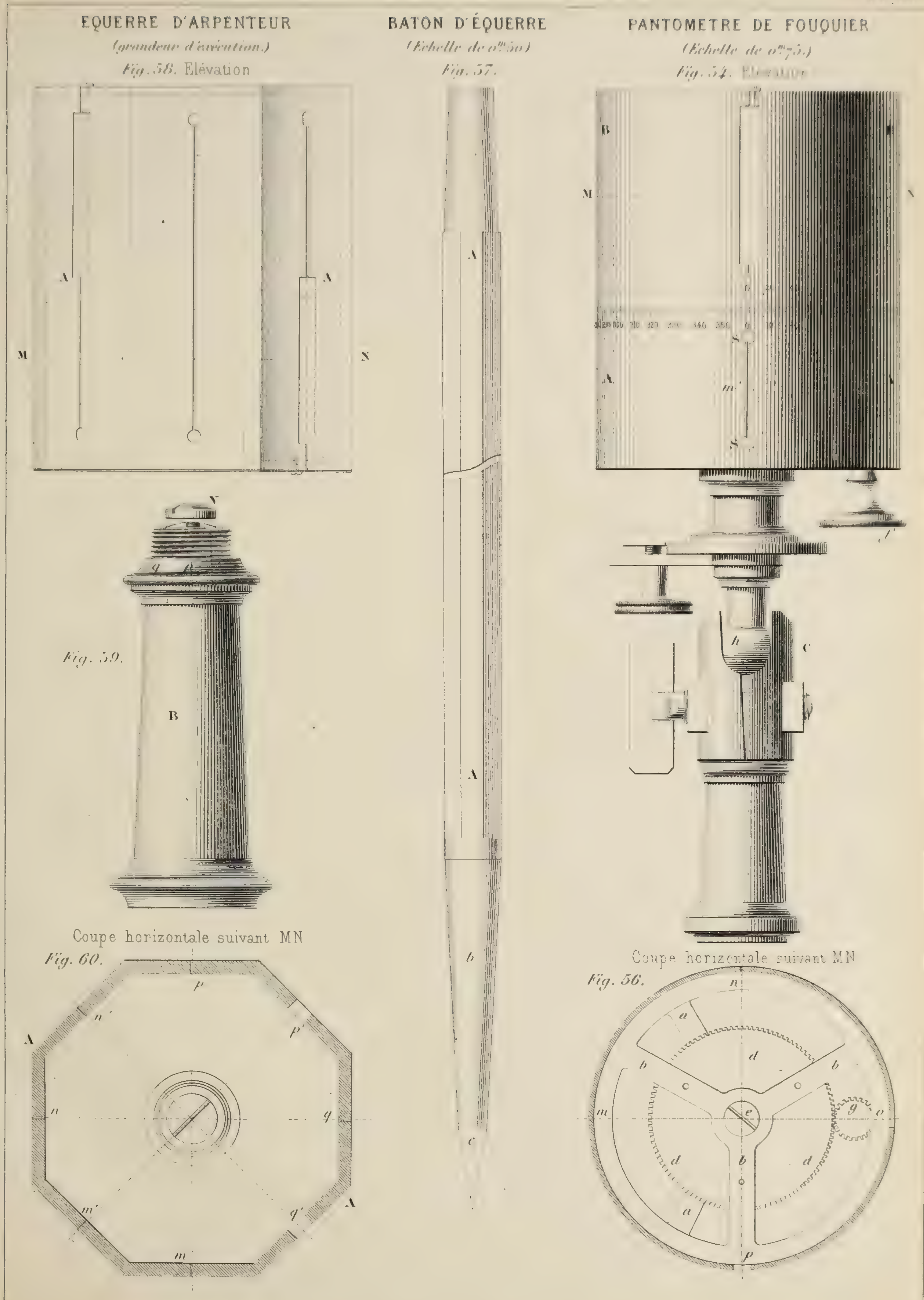
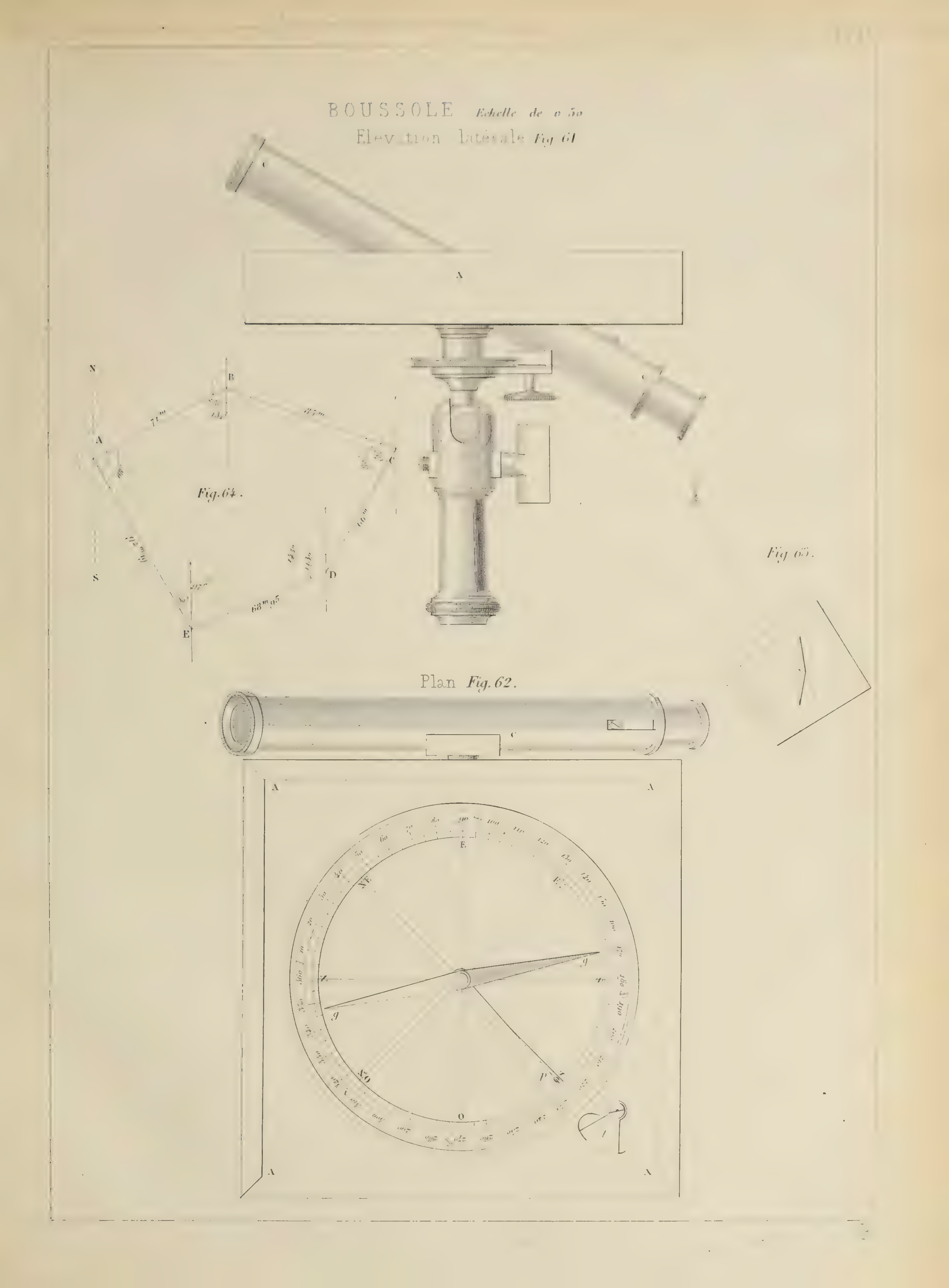


Fig. 53. Coupe horizontale suivant M.N.

R


EQUERRE D'ARPENTEUR
(grandeur d'exécution.)
Fig. 58. Elévation
BATON D'ÉQUERRE
(Echelle de 0m.50)
Fig. 57.
PANTOMETRE DE FOUQUIER
(Echelle de 0m.75.)
Fig. 54. Elévation
Fig. 59.
Coupe horizontale suivant MN
Fig. 60.
Coupe horizontale suivant MN
Fig. 56.



BOUSSOLE Echelle de 0.50
Elevation latérale Fig. 61
Fig. 64.
Fig. 63.
Plan Fig. 62.

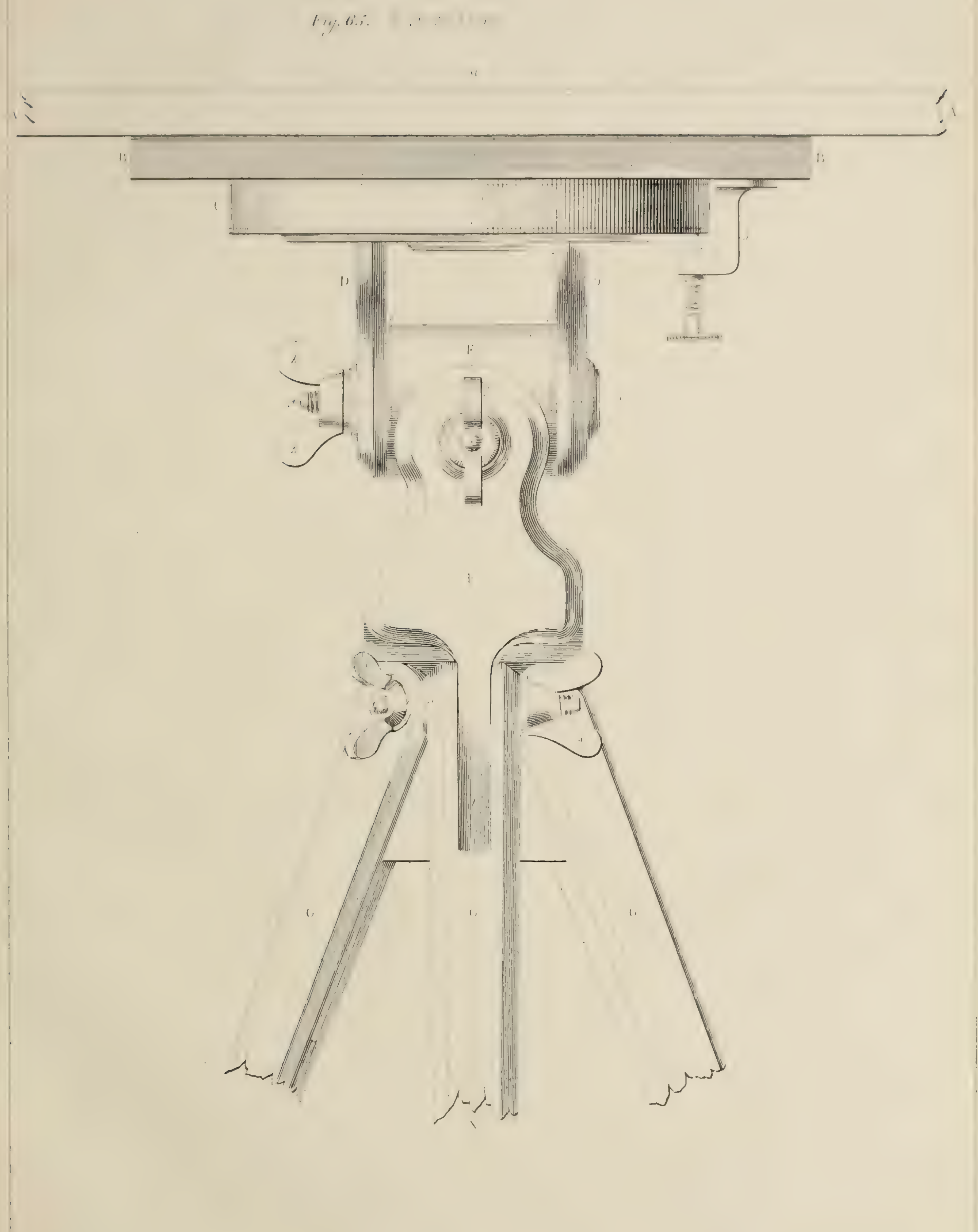


Fig. 65.

PLANCHETTE *(Échelle de 0.50)*

Fig. 66. Coupe suivant M N.

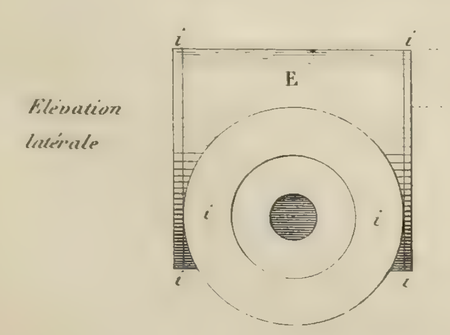
(Voir l'élévation, planche 12)

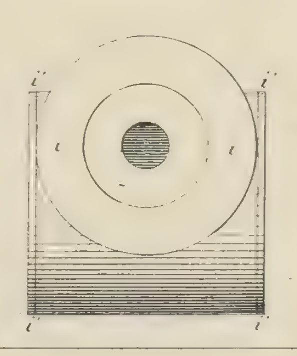
(On suppose que les pieds ont été enlevés)

Coupe horizontale

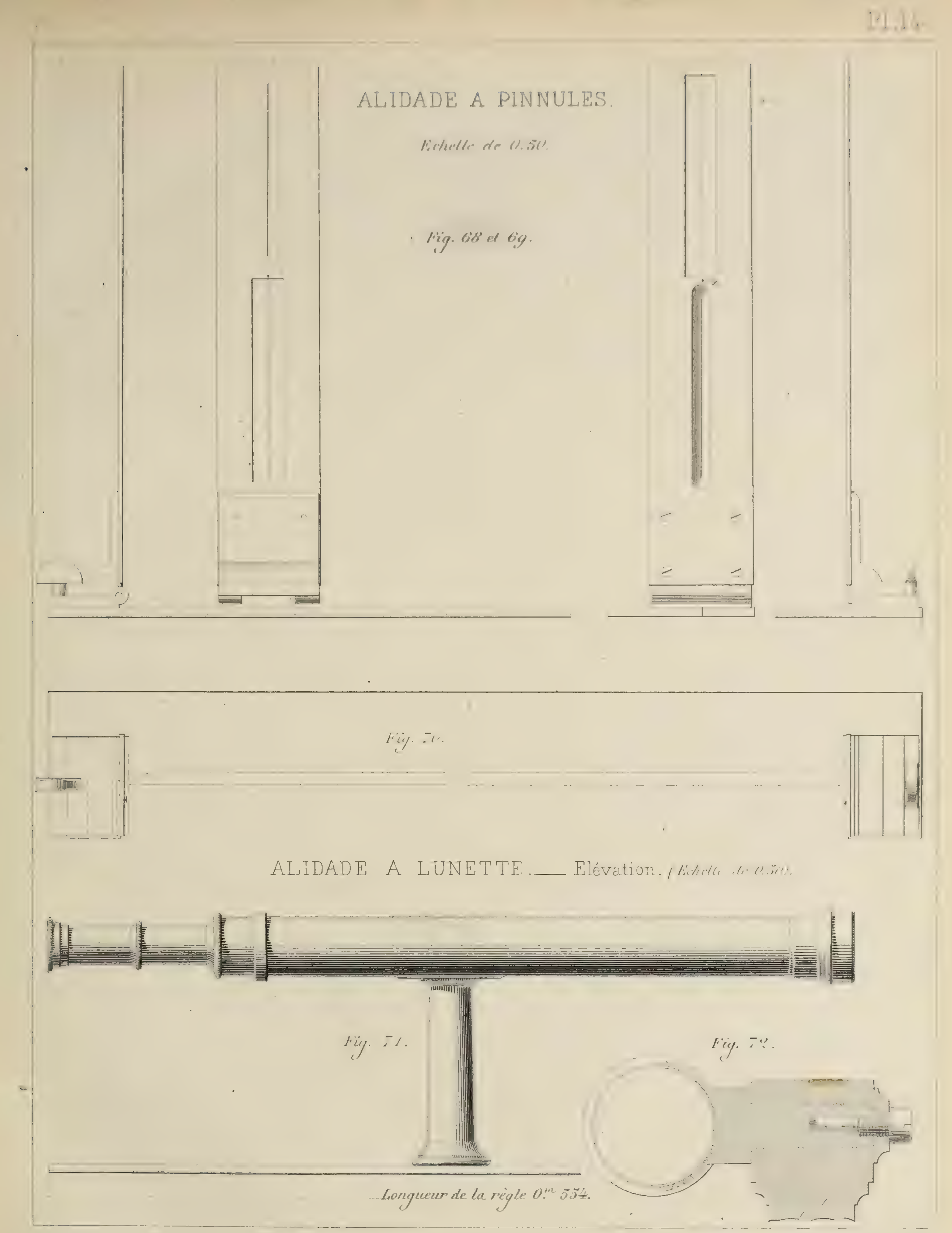
suivant m n.

Fig. 67. Détail du genou de la Planchette *(Échelle de 0.50)*





R


ALIDADE A PINNULES.
Echelle de 0.50.
Fig. 68 et 69.
Fig. 70.
ALIDADE A LUNETTE.___ Elévation. (Echelle de 0.50).
Fig. 71.
Fig. 72.
Longueur de la règle 0.m 554.

R

DÉCLINATOIRE. (*Grandeur d'exécution*)

Fig. 73. Plan.

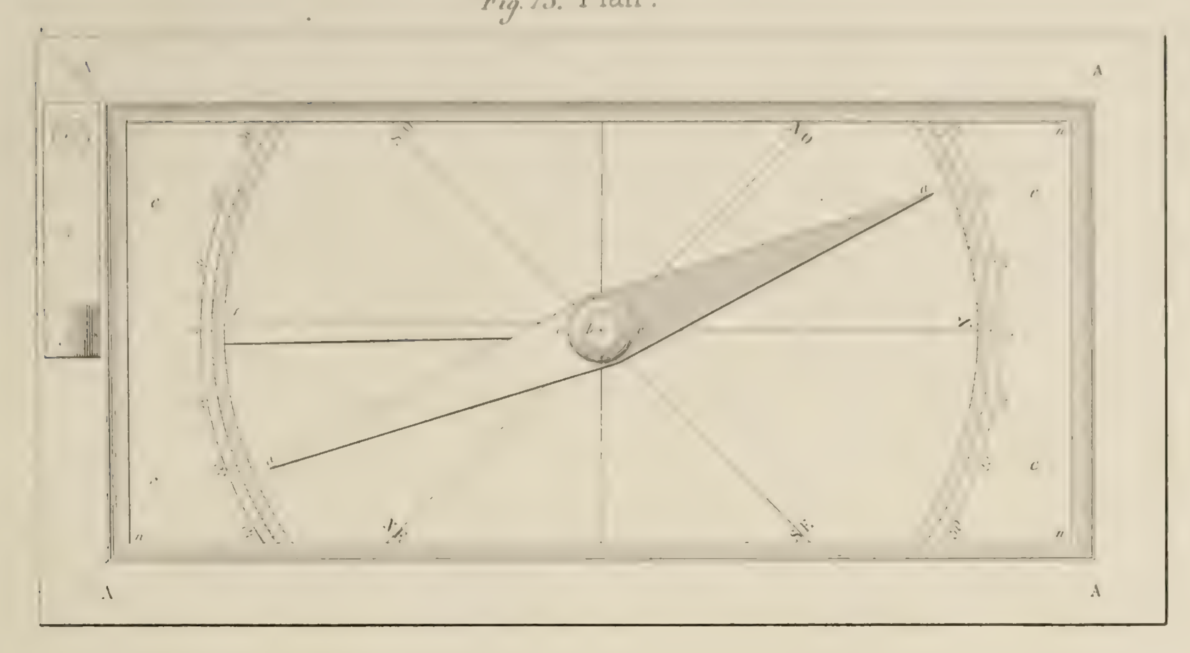
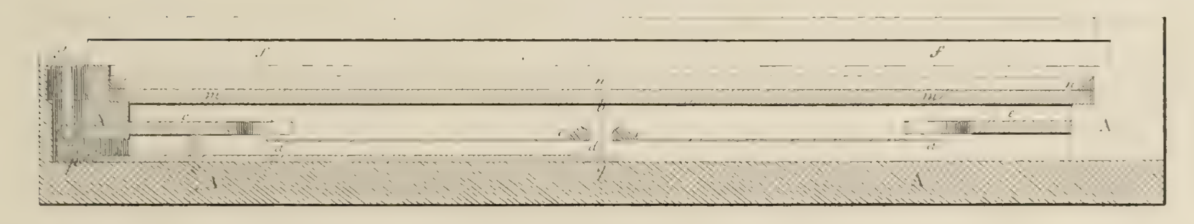
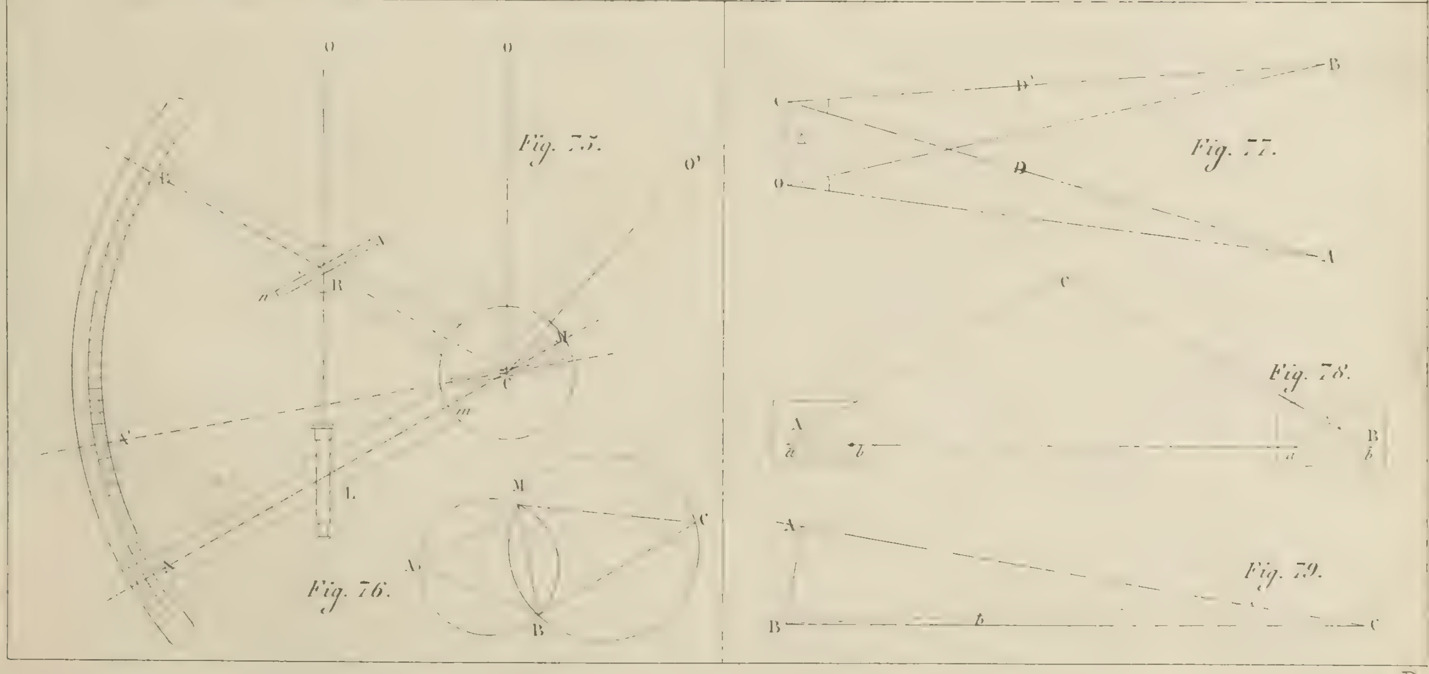
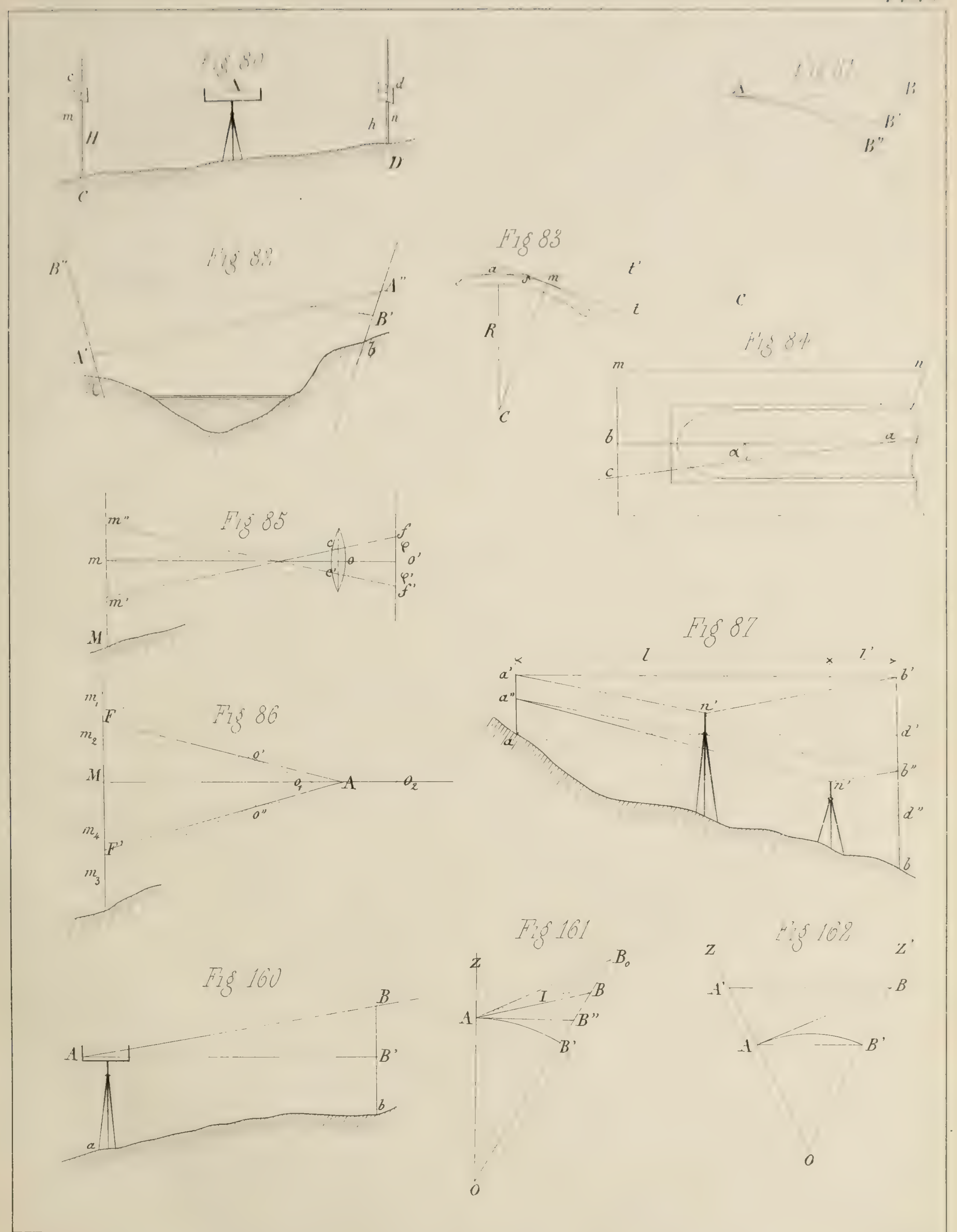


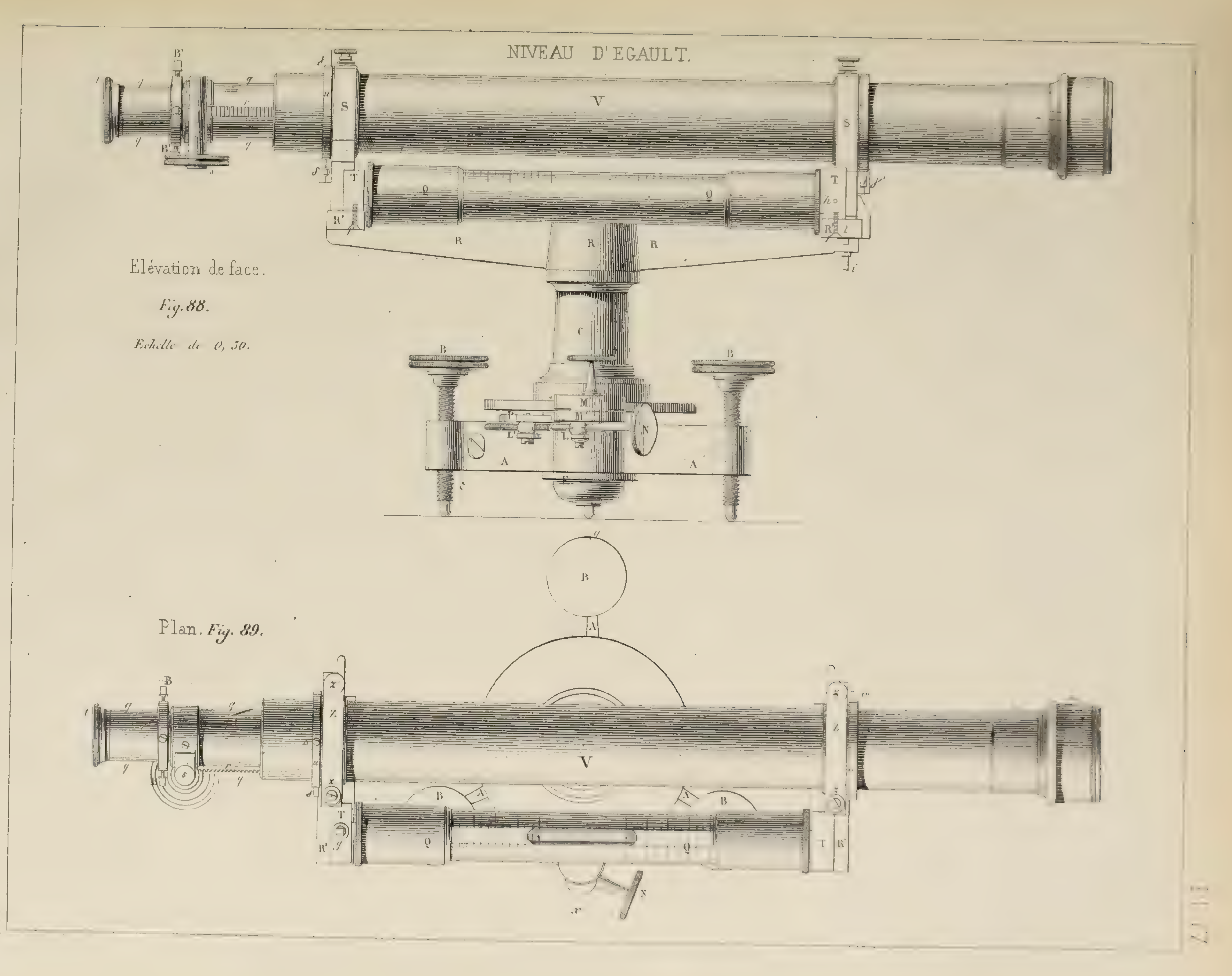
Fig. 74. Coupe longitudinale.

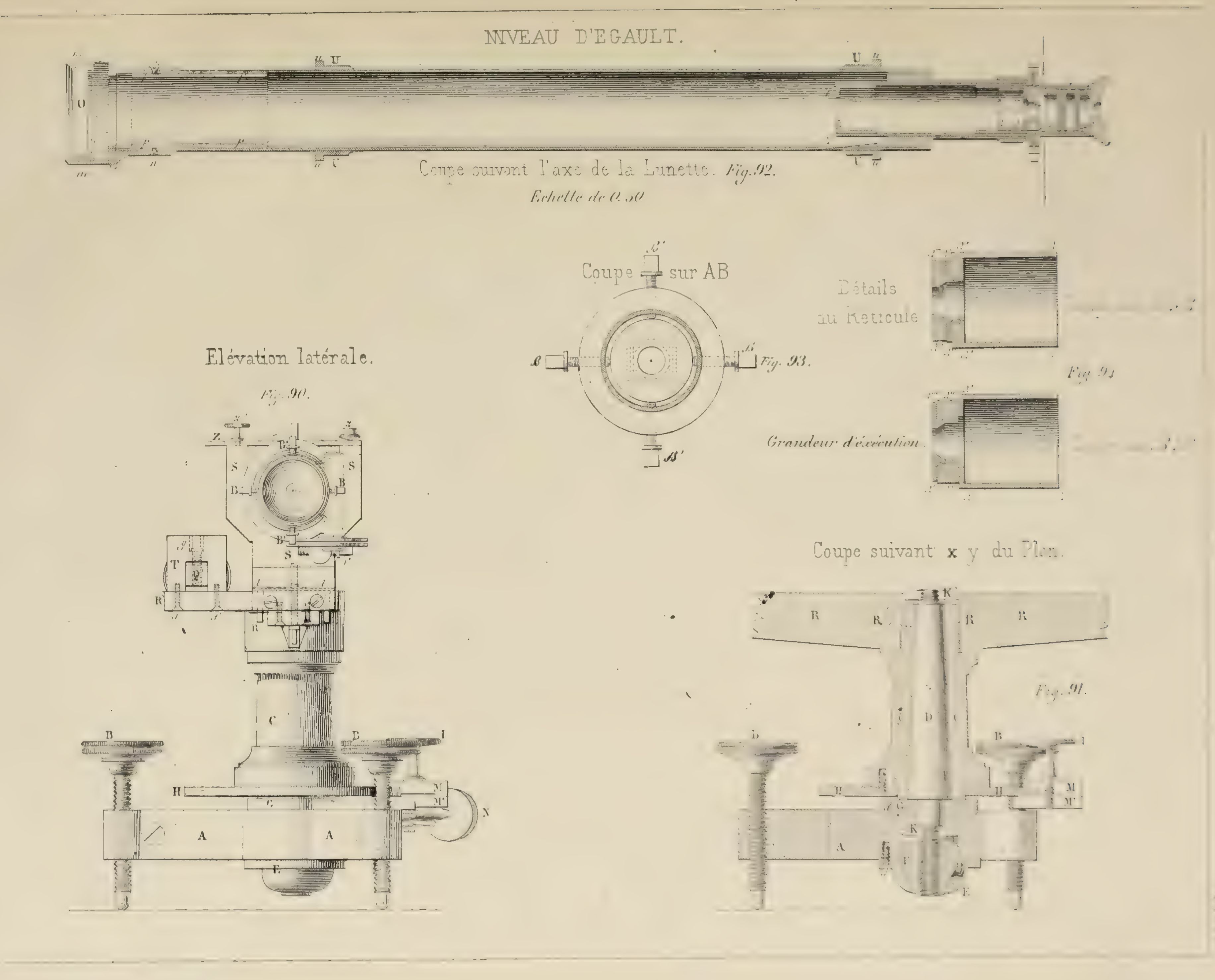




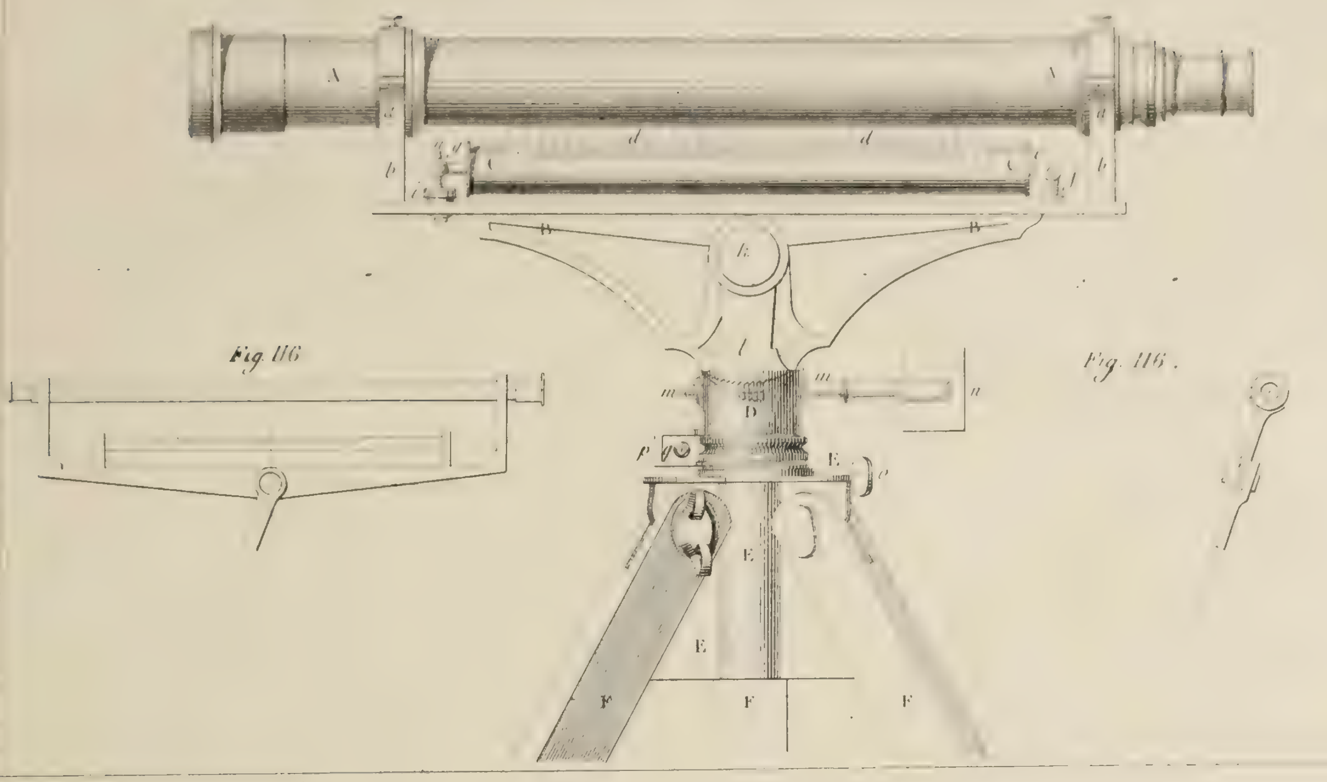

Fig 80
Fig 81
Fig 82
Fig 83
Fig 84
Fig 85
Fig 86
Fig 87
Fig 160
Fig 161
Fig 162

R


NIVEAU D'EGAULT.
Elévation de face.
Fig. 88.
Echelle de 0, 50.
Plan. Fig. 89.


NIVEAU D'EGAULT.
Coupe suivant l'axe de la Lunette. Fig. 92.
Echelle de 0.50
Coupe sur AB
Fig. 93.
Détails du Réticule
Fig. 94
Grandeur d'exécution.
Elévation latérale.
Fig. 90.
Coupe suivant x y du Plan.
Fig. 91.





CALAGE À DEUX RESSORTS (grandeur d'exécution)

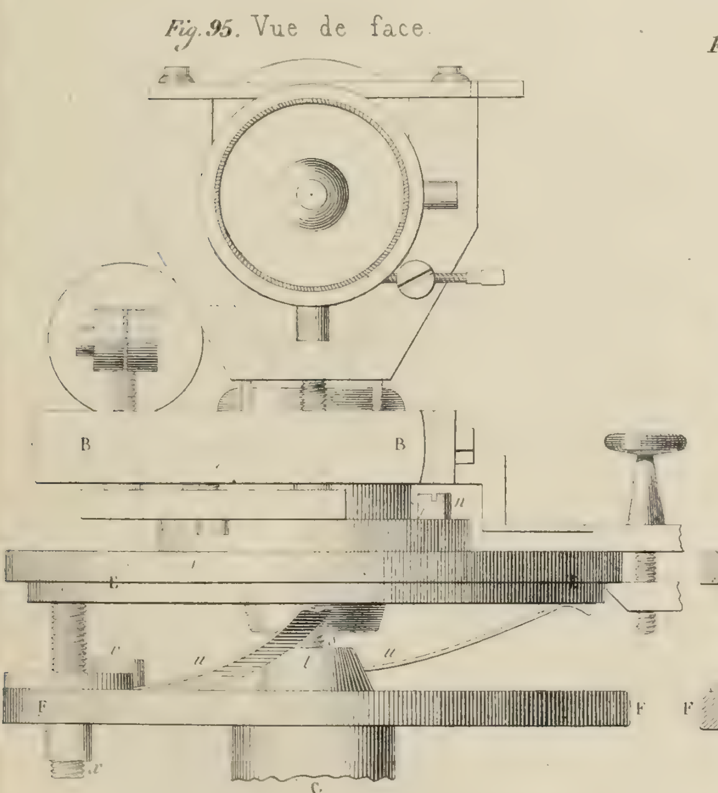


Fig. 95. Vue de face.

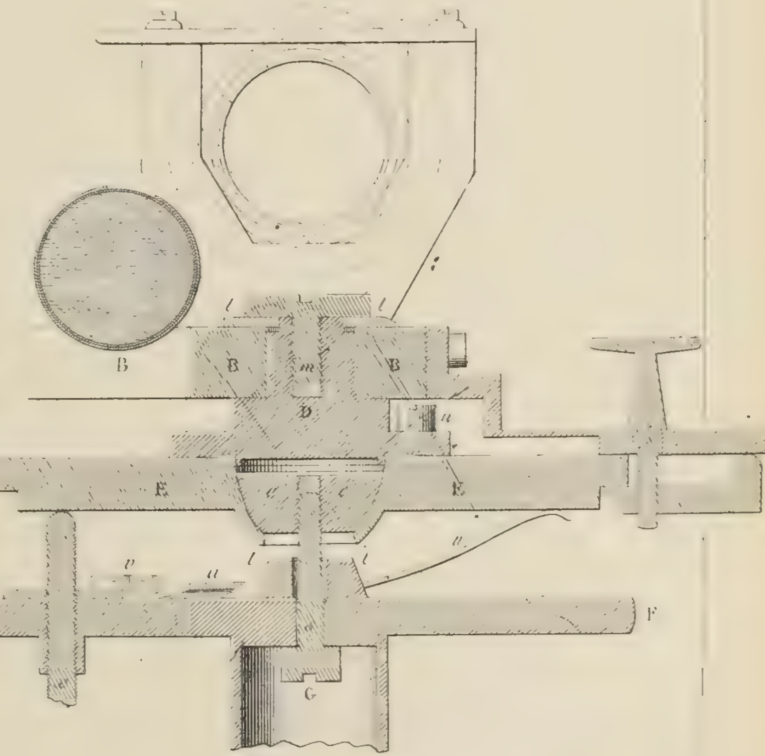


Fig. 96. Coupe suivant l'axe du pivot.

NIVEAU D'EGAULT

CALAGE A VIS ET A CHARNIÈRES

Élévation longitudinale

Fig. 97

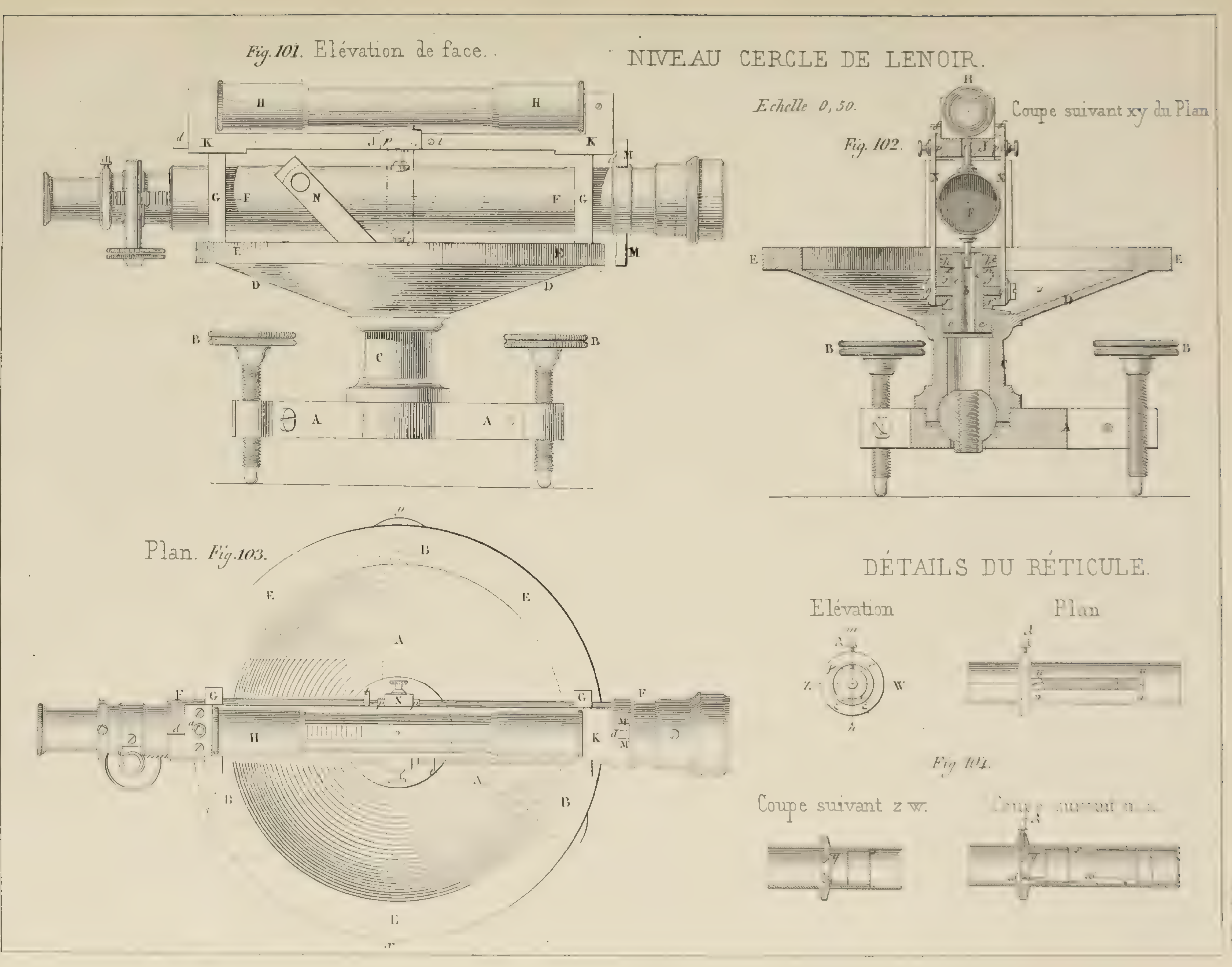
Fig. 98

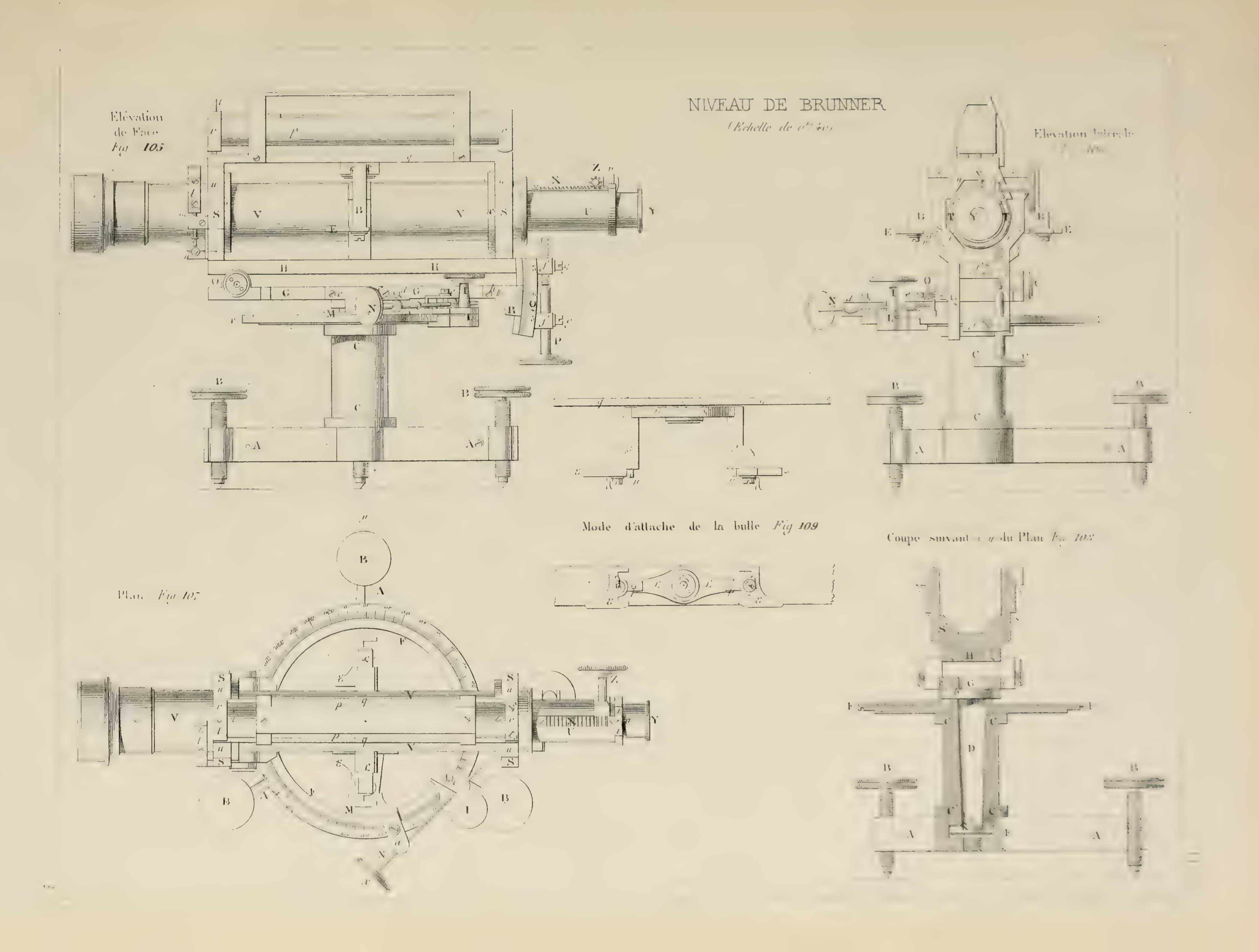
Échelle de 0. 50.

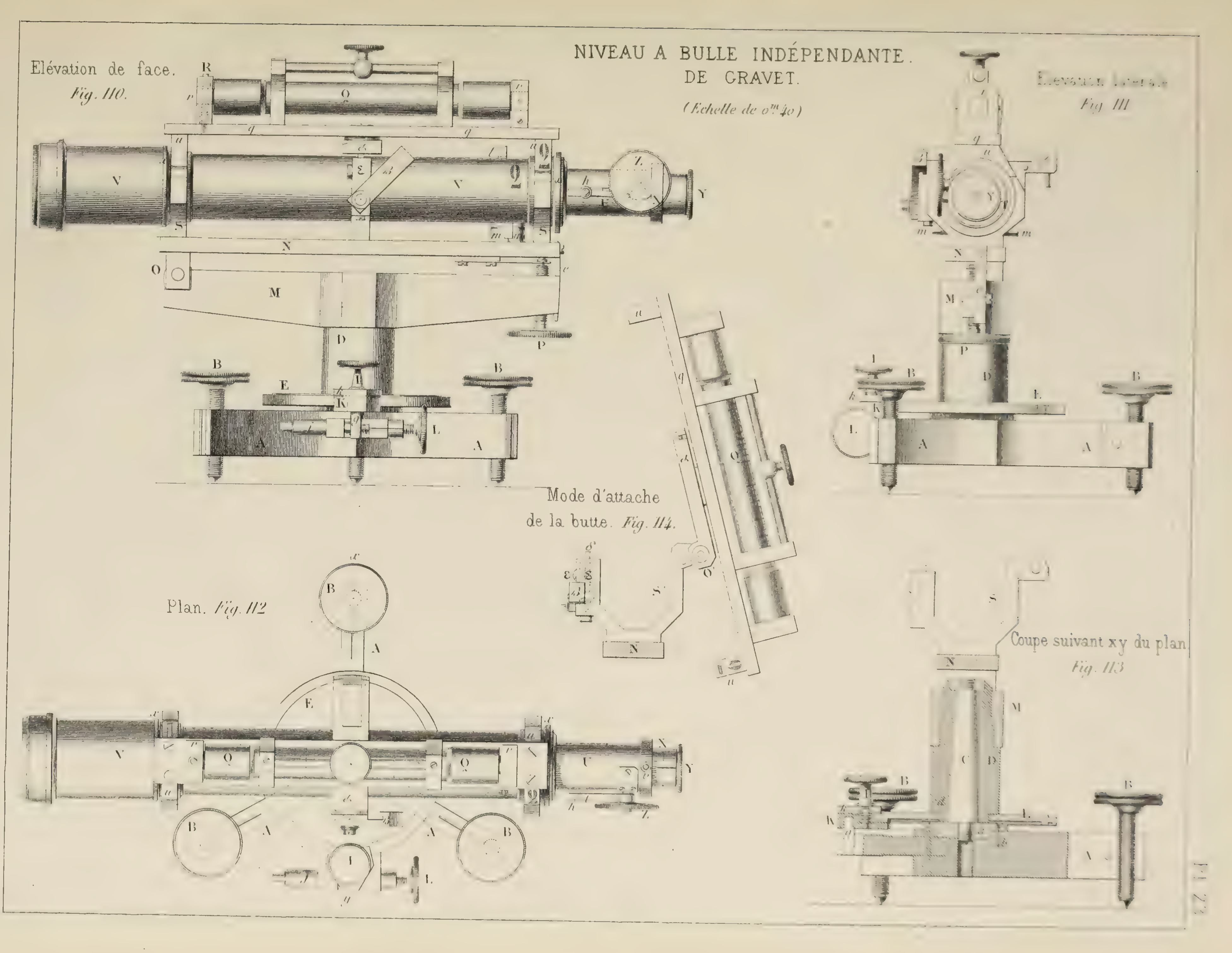
x y.

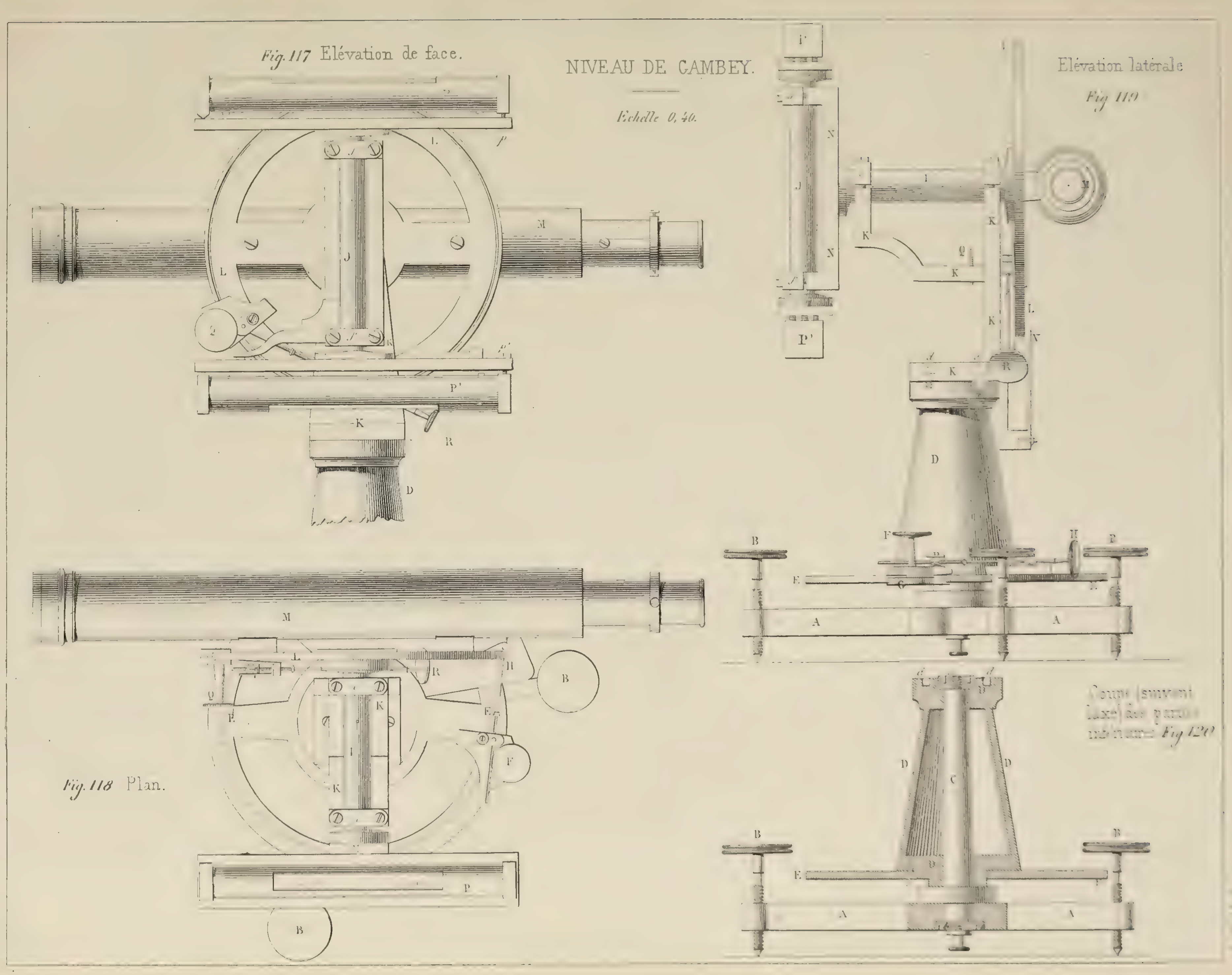
Fig 100

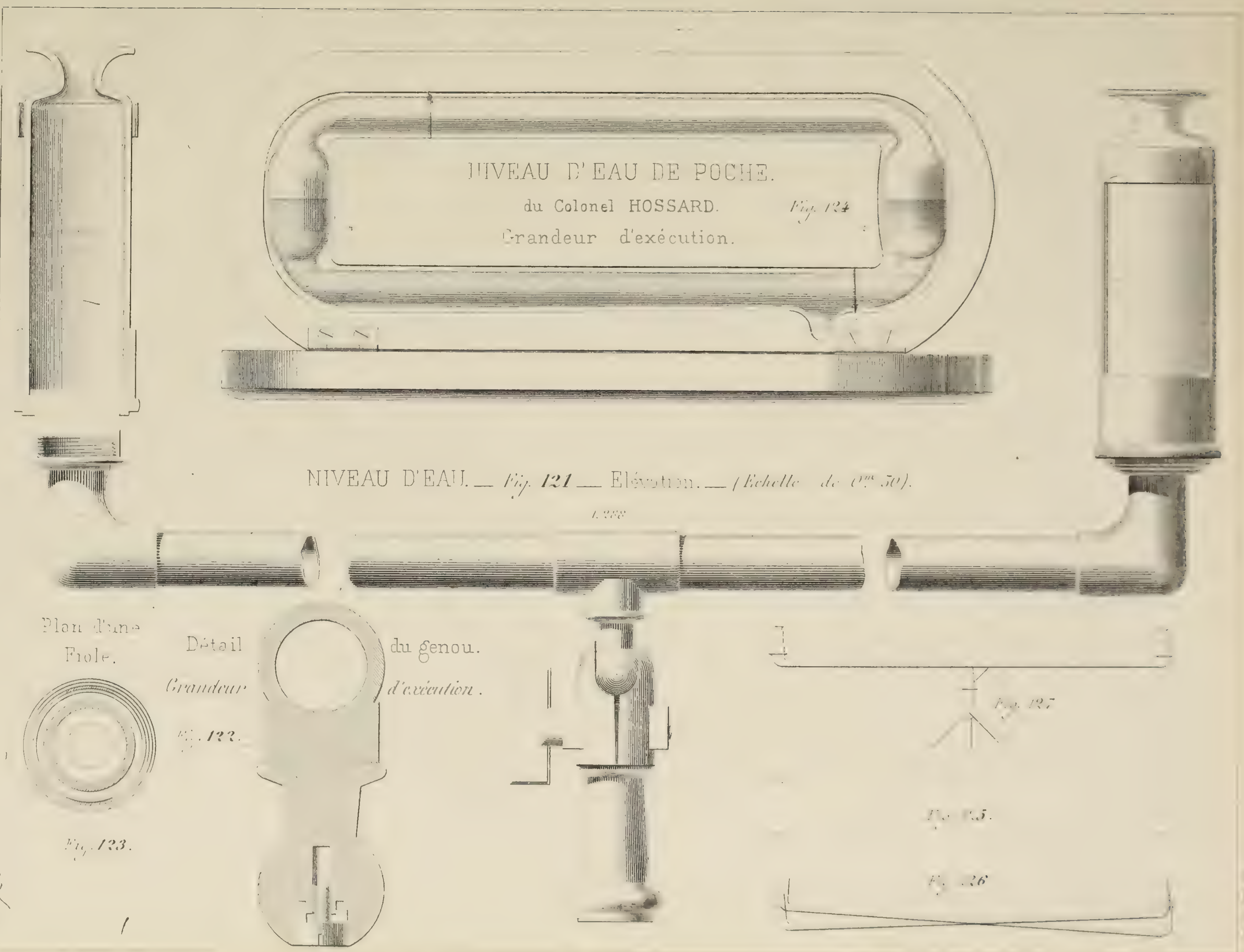
Plan. *Fig. 99*


Fig. 101. Elévation de face.
NIVEAU CERCLE DE LENOIR.
Echelle 0,50.
Fig. 102. Coupe suivant xy du Plan
Plan. Fig. 103.
DÉTAILS DU RÉTICULE.
Elévation
Plan
Fig. 104.
Coupe suivant z w.

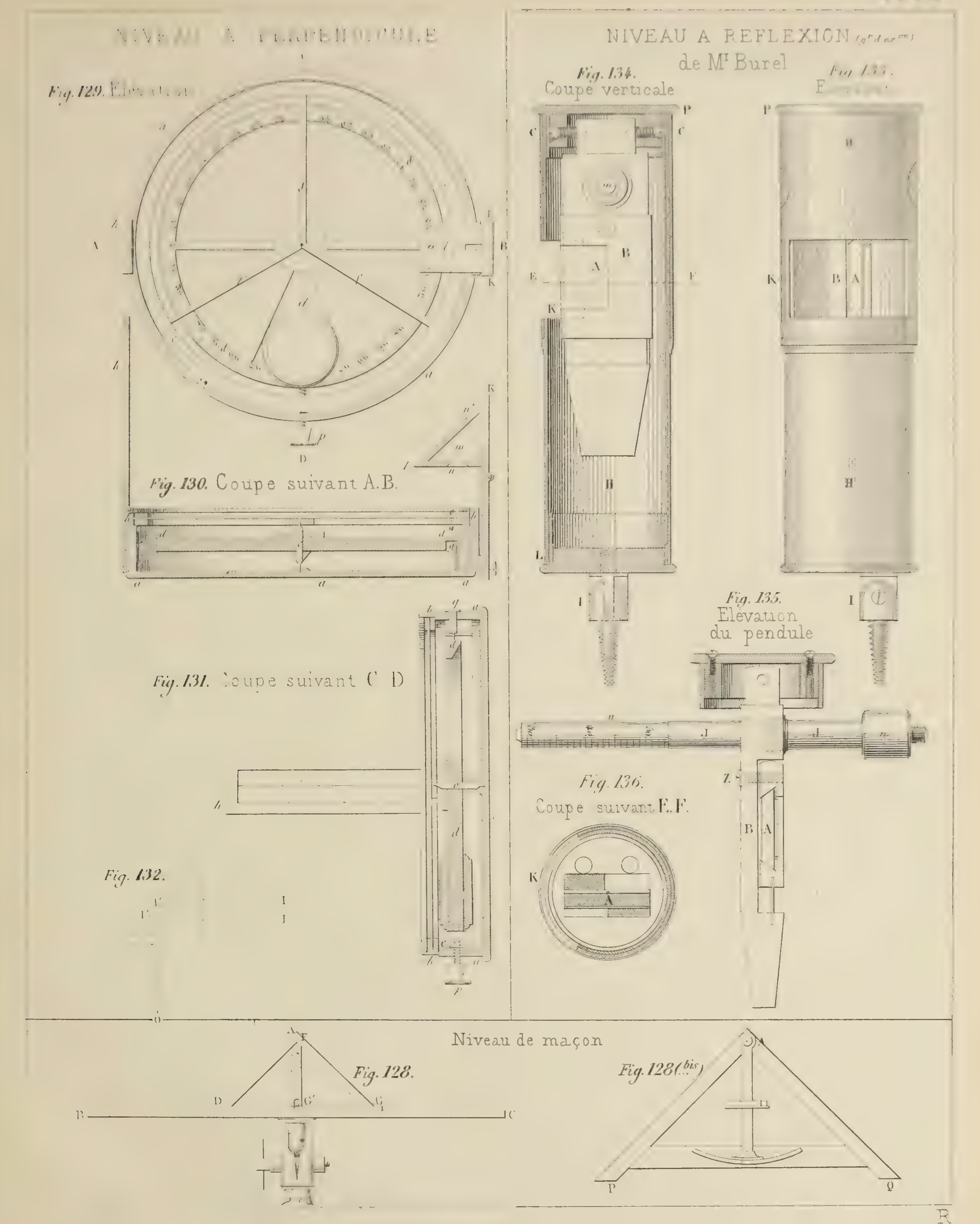

NIVEAU DE BRUNNER
Élévation de Face Fig 105
Élévation latérale
Plan Fig 107
Mode d'attache de la bulle Fig 109
Coupe suivant
du Plan

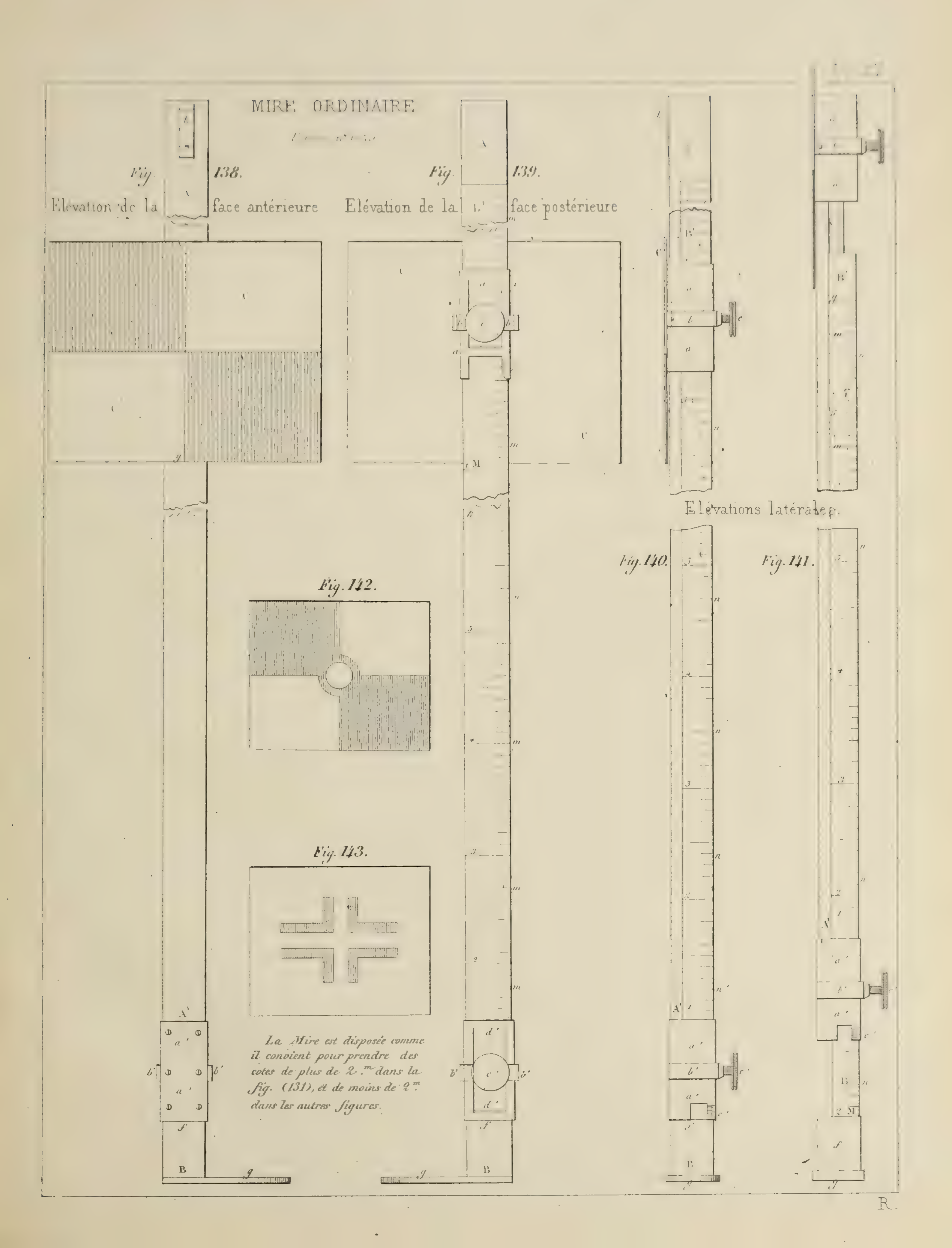

Pl. 23
NIVEAU A BULLE INDÉPENDANTE.
DE GRAVET.
(Echelle de 0m. 40)
Élévation de face.
Fig. 110.
Élévation latérale
Fig. 111
Mode d'attache
de la butte. Fig. 114.
Plan. Fig. 112
Coupe suivant xy du plan
Fig. 113
R.

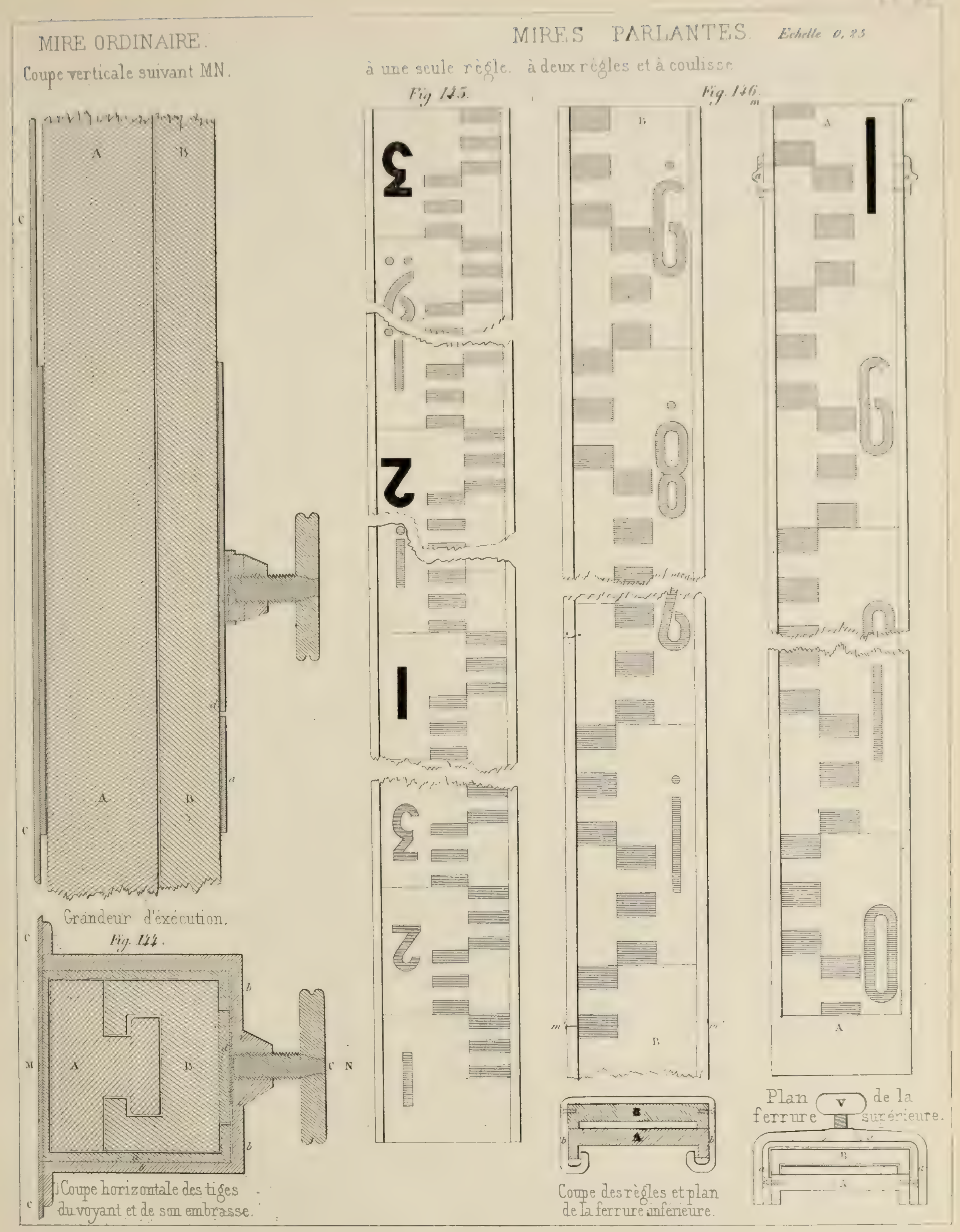

NIVEAU DE CAMBEY.
Echelle 0,40.
Fig. 117 Elévation de face.
Elévation latérale
Fig. 119
Fig. 118 Plan.
Coupe (suivant l'axe) des parties inférieures Fig. 120
R.


NIVEAU D'EAU DE POCHE.
du Colonel HOSSARD.
Grandeur d'exécution.
Fig. 124
NIVEAU D'EAU. — Fig. 121 — Elévation. — (Echelle de 0m.50).
Plan d'une Fiole.
Fig. 123.
Détail du genou.
Grandeur d'exécution.
Fig. 122.
Fig. 127
Fig. 126

R.


NIVEAU A PERPENDICULE
Fig. 129. Elévation
Fig. 130. Coupe suivant A.B.
Fig. 131. Coupe suivant C D
Fig. 132.
NIVEAU A RÉFLEXION
de Mr Burel
Fig. 134.
Coupe verticale
Fig. 135.
Elévation du pendule
Fig. 136.
Coupe suivant E.F.
Niveau de maçon
Fig. 128.
Fig. 128(bis)


MIRE ORDINAIRE
Fig. 138.
Élevation de la face antérieure
Fig. 139.
Élévation de la face postérieure
Élévations latérales.
Fig. 140.
Fig. 141.
Fig. 142.
Fig. 143.
La Mire est disposée comme il convient pour prendre des cotes de plus de 2.m dans la fig. (131), et de moins de 2.m dans les autres figures.
R.


MIRE ORDINAIRE.
Coupe verticale suivant MN.
MIRES PARLANTES. Echelle 0,25
à une seule règle.
à deux règles et à coulisse.
Fig. 145.
Fig. 146.
Grandeur d'exécution.
Fig. 144.
Coupe horizontale des tiges du voyant et de son embrasse.
Coupe des règles et plan de la ferrure inférieure.
Plan de la ferrure supérieure.



CLISIMÈTRE A BOUSSOLE *(Echelle de 0ᵐ 25)*

Fig. 147. Elévation

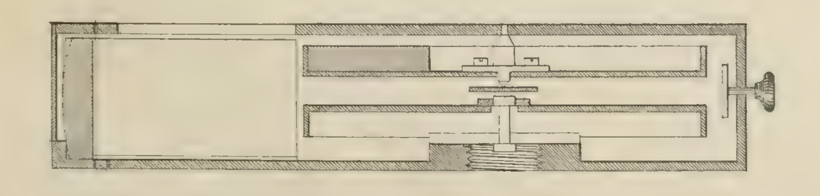
Plan. *Fig. 148.*

x

D

y

Fig. 149. Coupe suivant *x.y*



NIVEAU DE PENTE DE CHÉZY.

Echelle de 0, 50.

Elévation.

Fig. 153

Pinnule mobile.

Pinnule fixe.

Fig. 155

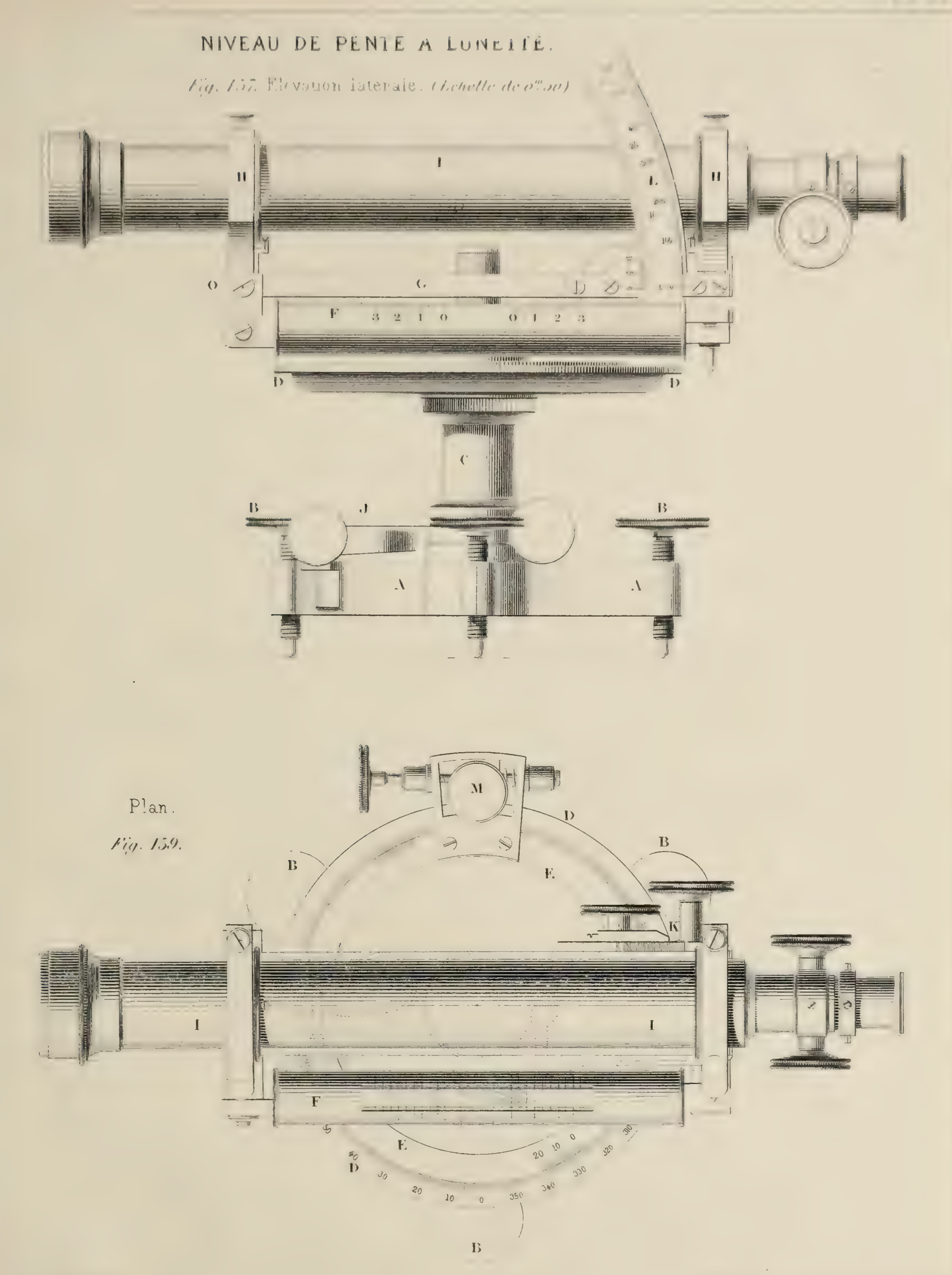
Fig. 156

Plan.

Fig. 154

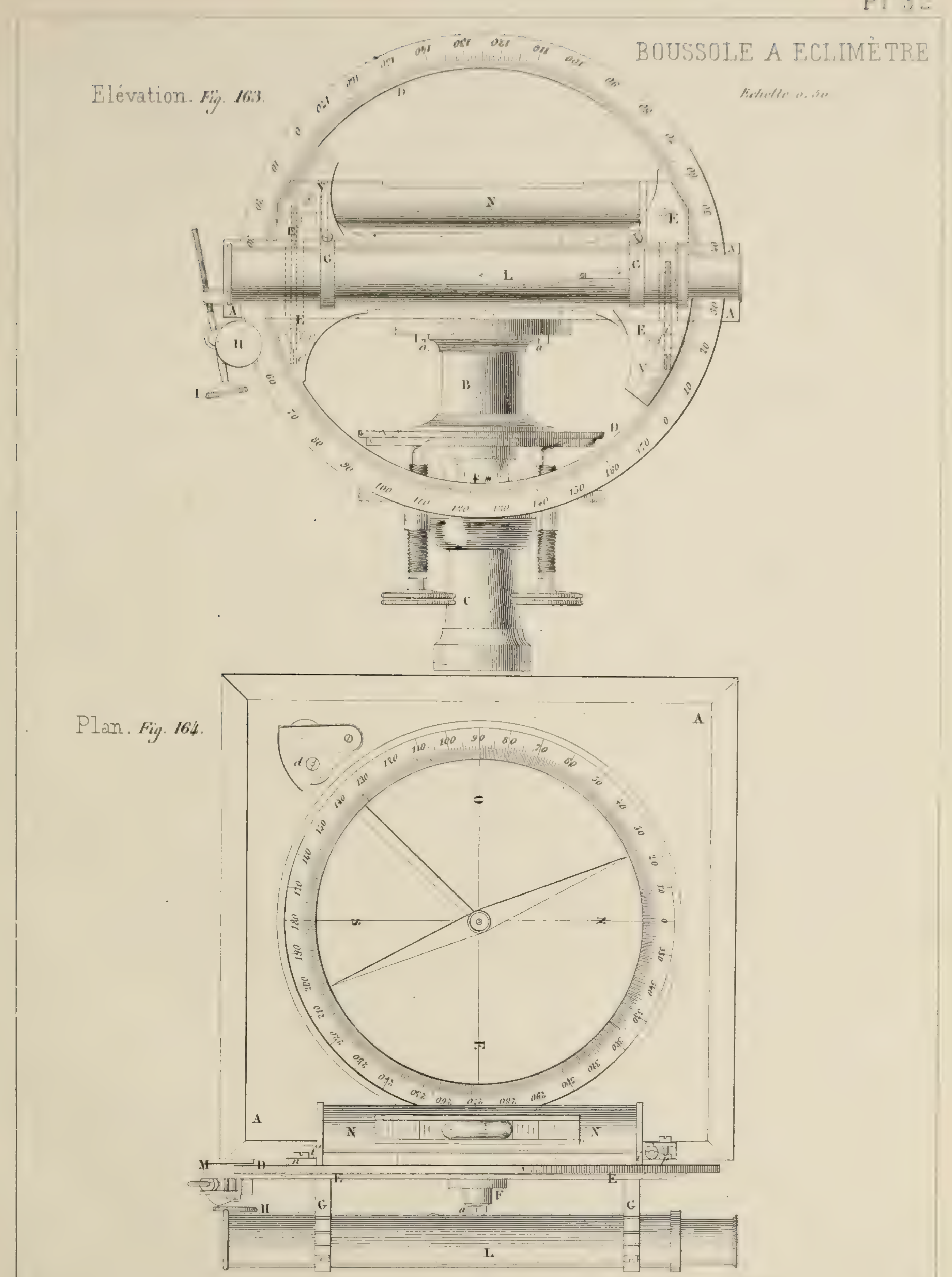
NIVEAU DE PENTE A LUNETTE.

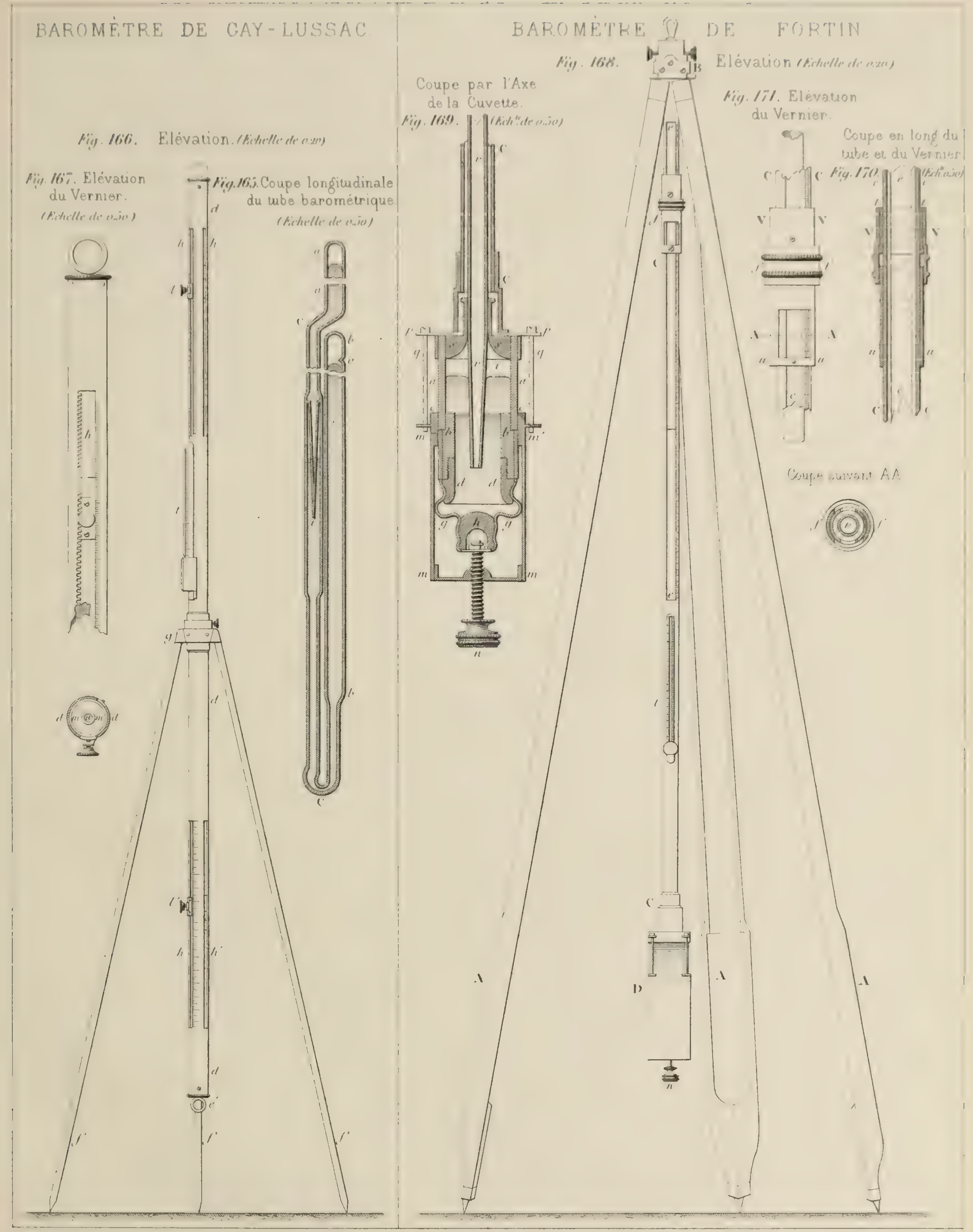
Fig. 157. Élévation latérale. *(Échelle de 0m,50)*

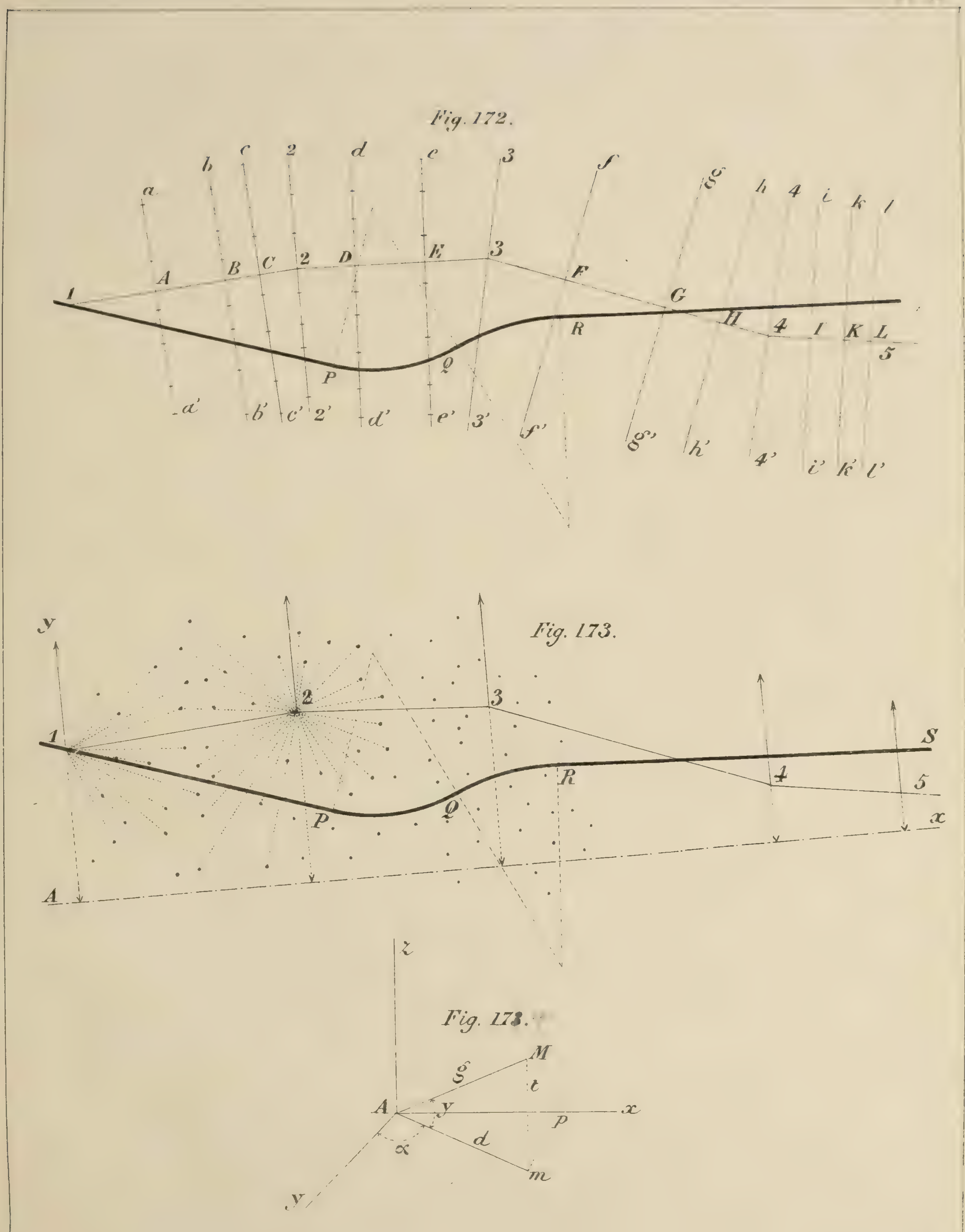


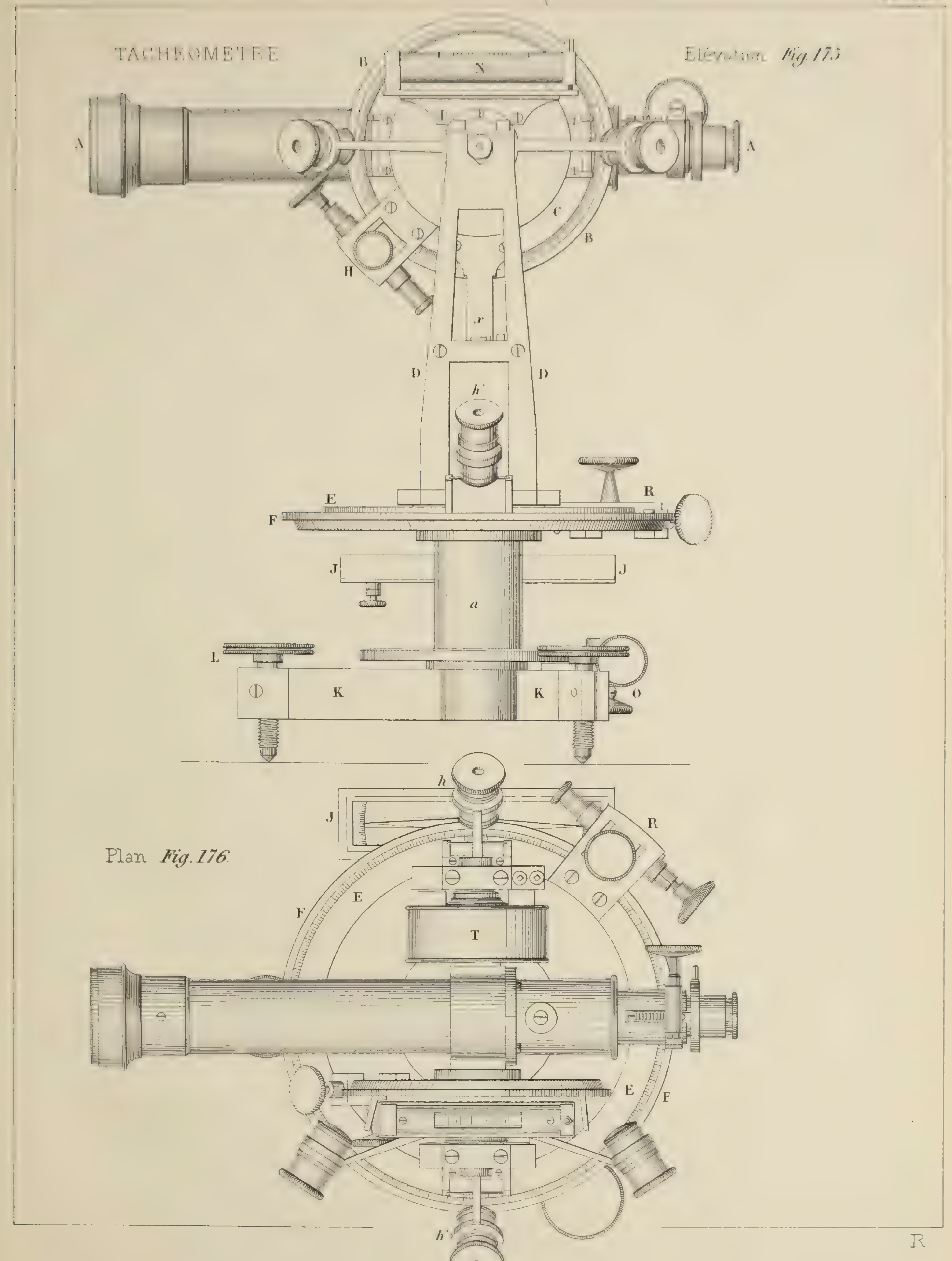
Plan.

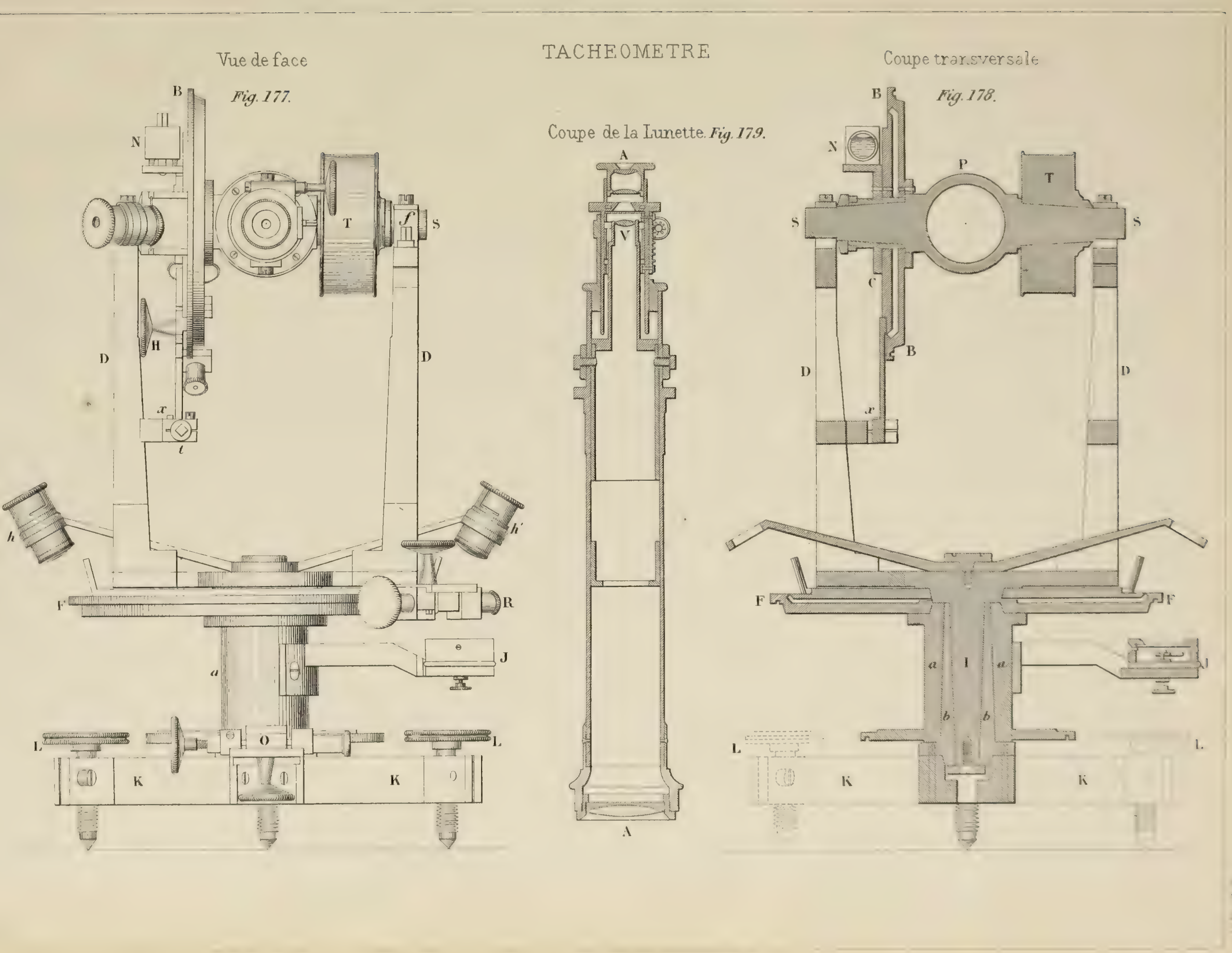
Fig. 159.

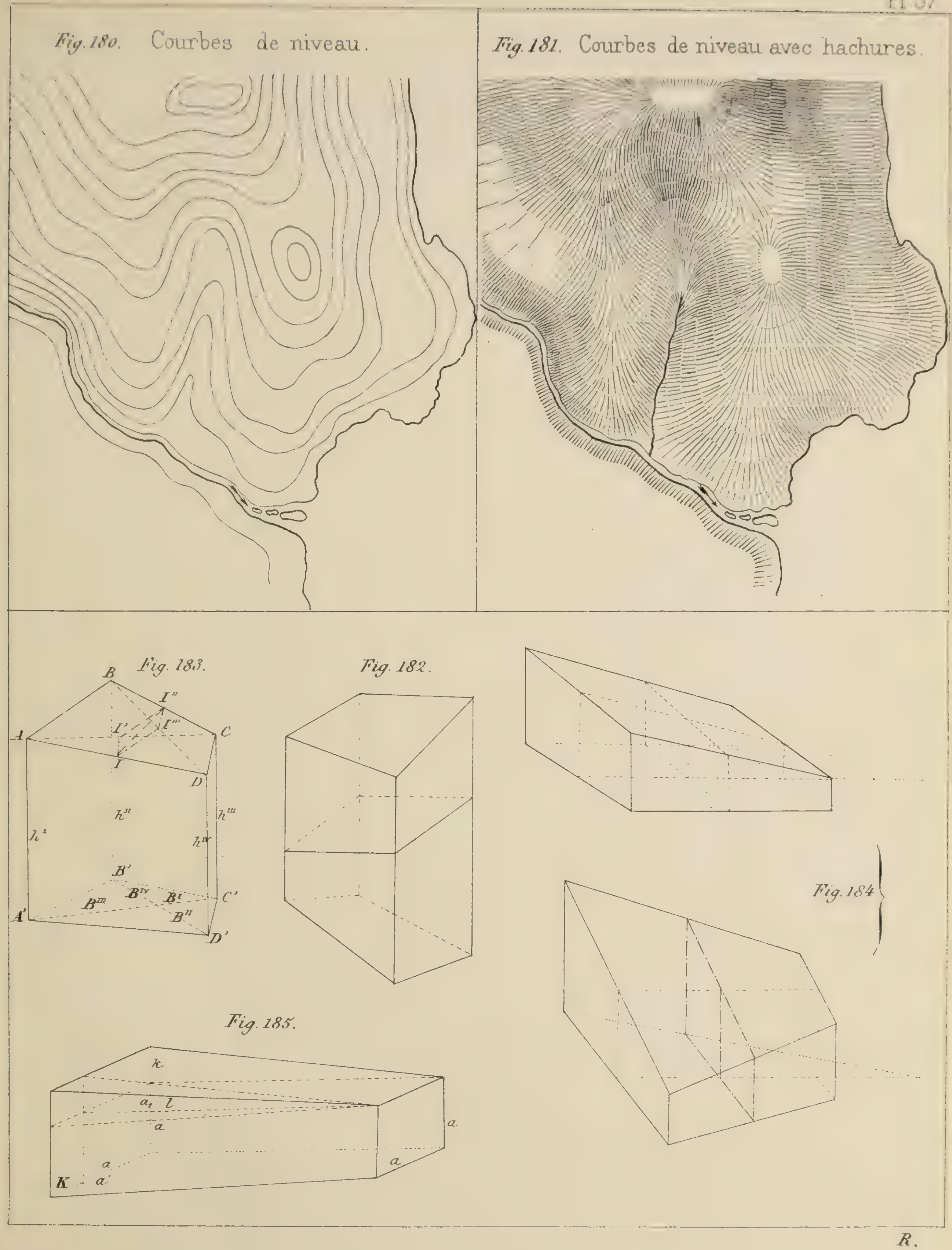

BOUSSOLE A ECLIMÈTRE
Échelle 0,50
Élévation. Fig. 163.
Plan. Fig. 164.
R.

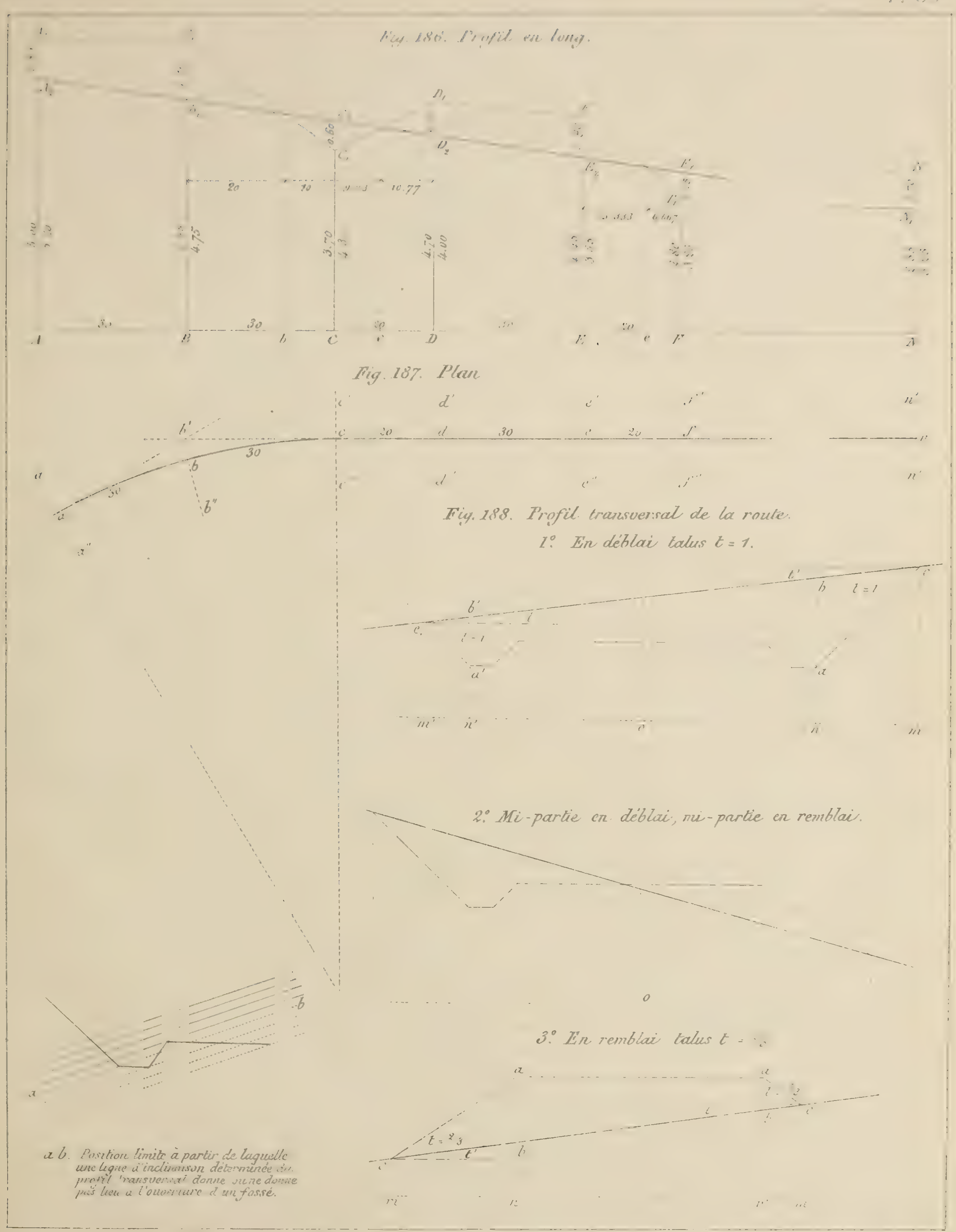

BAROMÈTRE DE GAY-LUSSAC
BAROMÈTRE DE FORTIN
Fig. 166. Elévation. (Echelle de 0.20)
Fig. 167. Elévation du Vernier. (Echelle de 0.50)
Fig. 165. Coupe longitudinale du tube barométrique. (Echelle de 0.50)
Fig. 168. Elévation (Echelle de 0.20)
Coupe par l'Axe de la Cuvette.
Fig. 169. (Echlle de 0.50)
Fig. 171. Elévation du Vernier.
Coupe en long du tube et du Vernier.
Fig. 170. (Echlle 0.50)
Coupe suivant AA


Fig. 172.
a
b
c
2
d
e
3
f
g
h
4
i
k
l
1
A
B
C
2
D
E
3
F
G
H
4
I
K
L
5
P
Q
R
a'
b'
c'
2'
d'
e'
3'
f'
g'
h'
4'
i'
k'
l'
Fig. 173.
y
1
2
3
4
5
S
P
Q
R
A
x
Fig. 174.
z
M
g
t
A
y
x
p
d
α
m
y


TACHEOMETRE
Elévation Fig. 175
Plan Fig. 176.
A
B
N
D
C
H
x
h'
E
R
F
J
a
L
K
O
h
T


TACHEOMETRE
Vue de face
Fig. 177.
Coupe de la Lunette. Fig. 179.
Coupe transversale
Fig. 178.
B
N
T
S
f
H
D
x
t
h
h'
F
R
J
a
O
L
K
A
V
P
C
I
b


Fig. 180. Courbes de niveau.
Fig. 181. Courbes de niveau avec hachures.
Fig. 183.
B
I''
A
I'
I'''
C
I
D
h''
h'''
h'
h^IV
B'
B^IV
B'
C'
B'''
A'
B''
D'
Fig. 182.
Fig. 184
Fig. 185.
k
a1
l
a
a
a
a
K
a'


Fig. 186. Profil en long.
Fig. 187. Plan
Fig. 188. Profil transversal de la route.
1°. En déblai talus t = 1.
2°. Mi-partie en déblai, mi-partie en remblai.
3°. En remblai talus t =
a b. Position limite à partir de laquelle une ligne d'inclinaison déterminée du profil transversal donne ou ne donne pas lieu à l'ouverture d'un fossé.

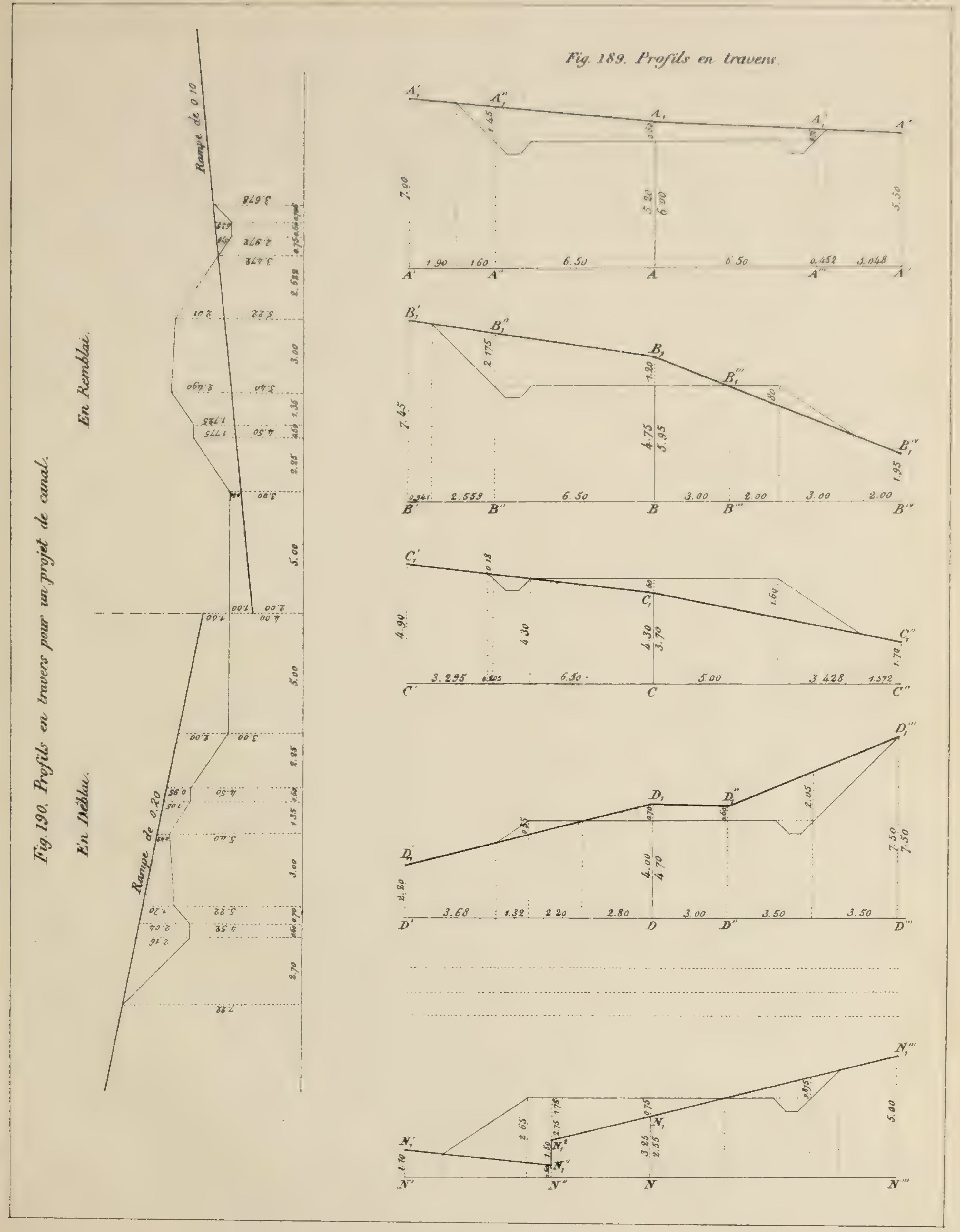
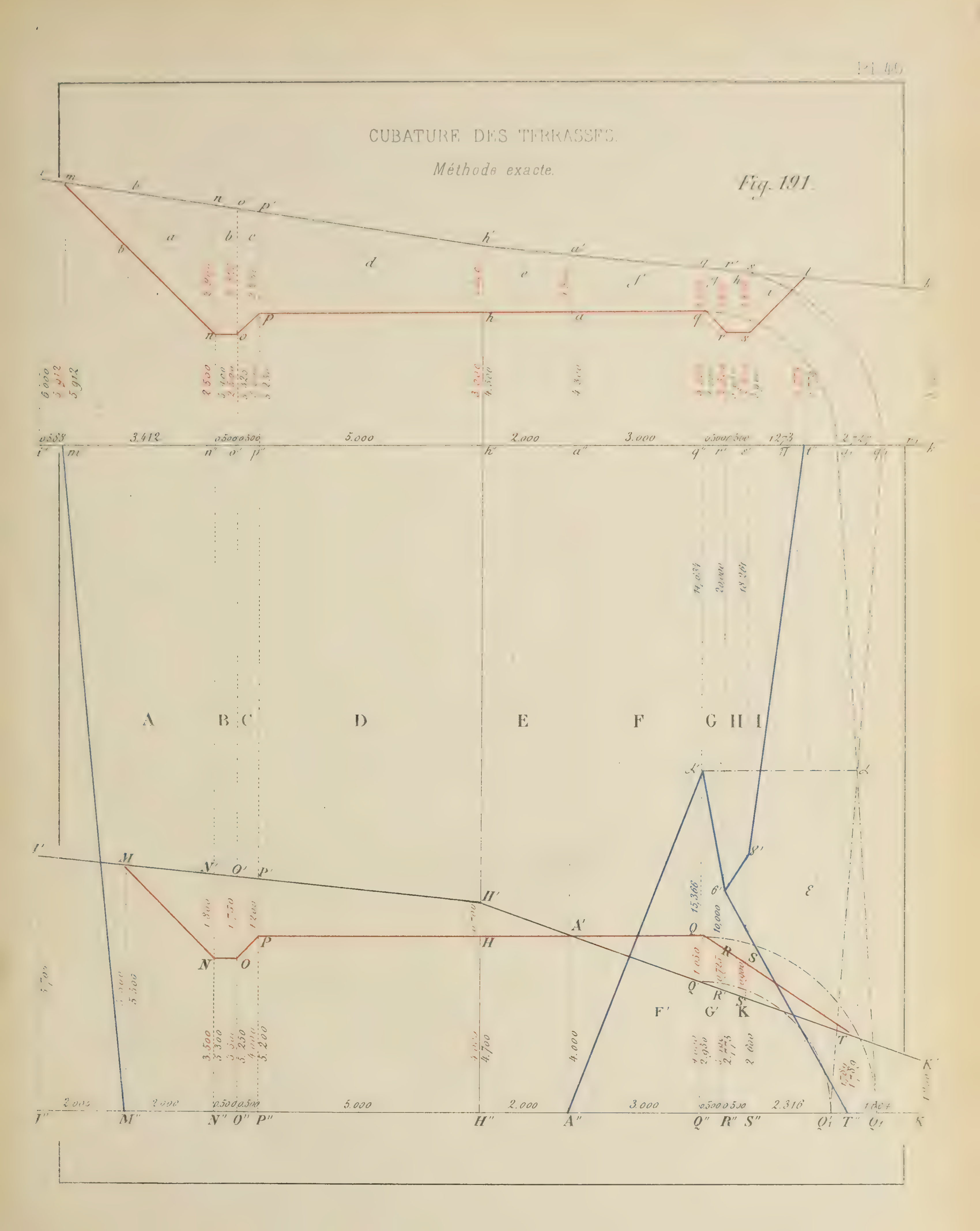
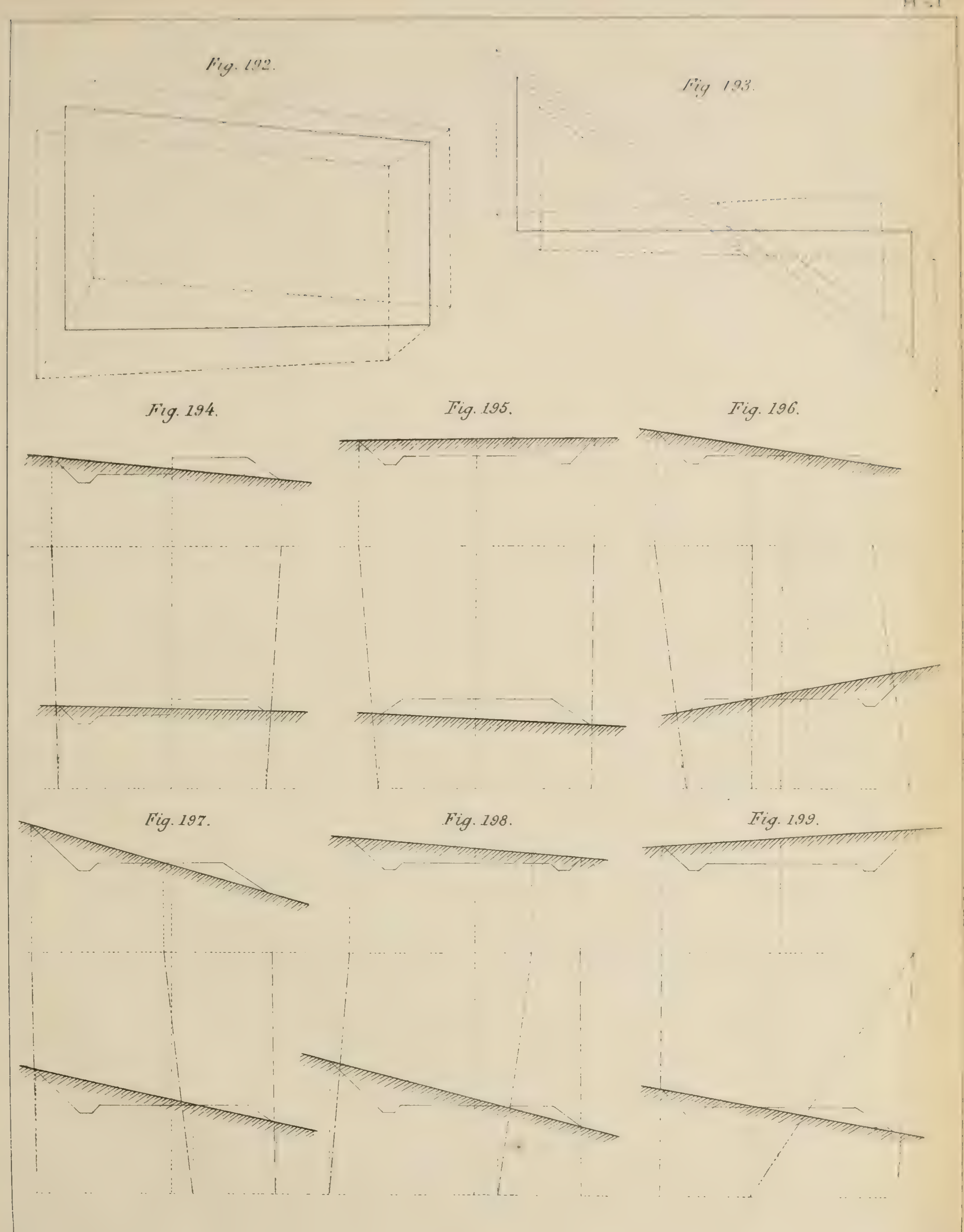


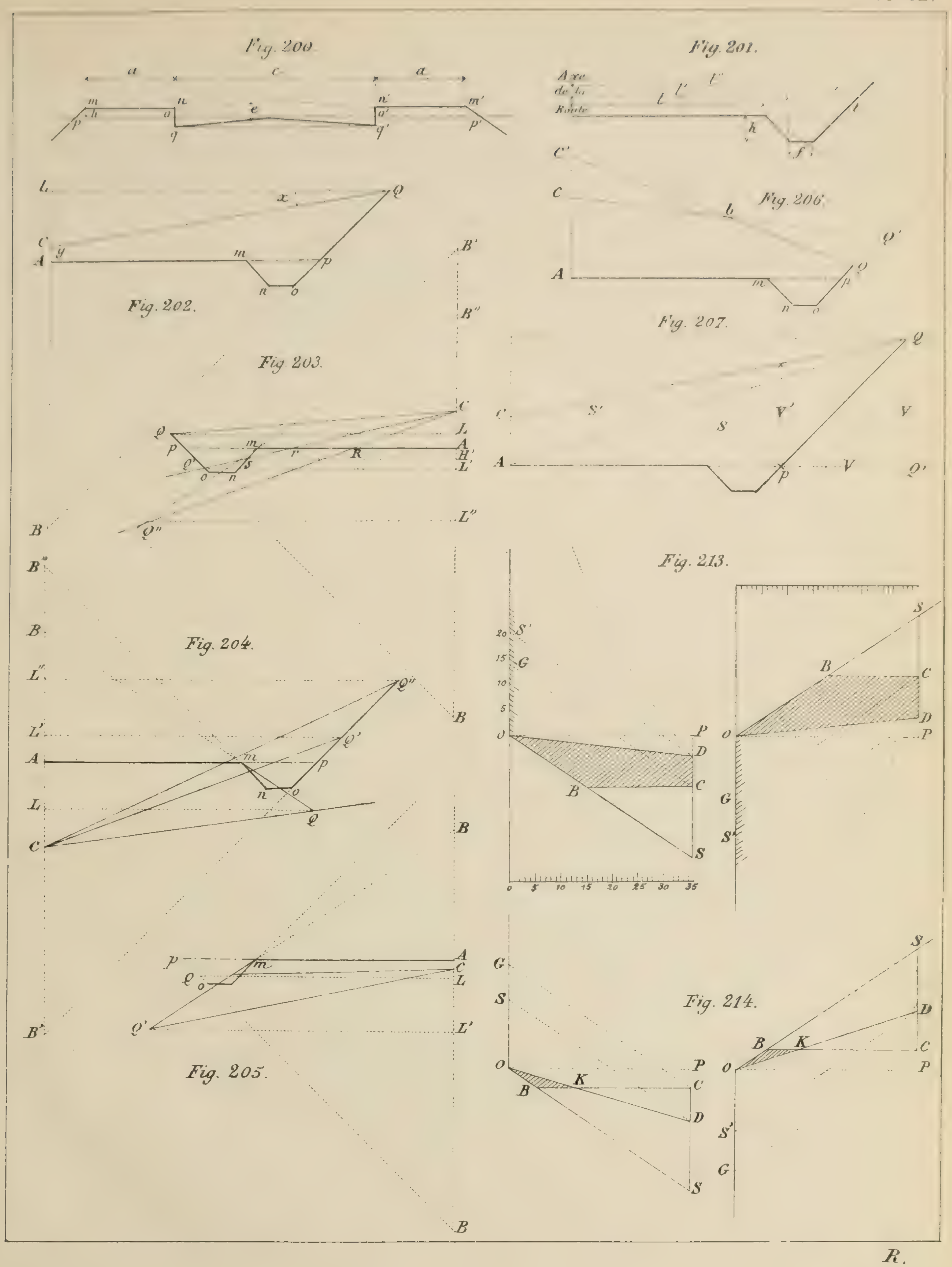
Fig. 189. Profils en travers.

Fig. 190. Profils en travers pour un projet de canal.

R.


CUBATURE DES TERRASSES.
Méthode exacte.
Fig. 191.
A B C D E F G H I
3.412
5.000
2.000
3.000
2.316
15,366
10,000
4.700
4.000
M N' O' P' H' A' Q R S
N O P H T
F' G' K
M'' N'' O'' P'' H'' A'' Q'' R'' S'' T''


Fig. 192.
Fig. 193.
Fig. 194.
Fig. 195.
Fig. 196.
Fig. 197.
Fig. 198.
Fig. 199.


Fig. 200
Fig. 201.
Axe de la Route
Fig. 202.
Fig. 203.
Fig. 204.
Fig. 205.
Fig. 206.
Fig. 207.
Fig. 213.
Fig. 214.

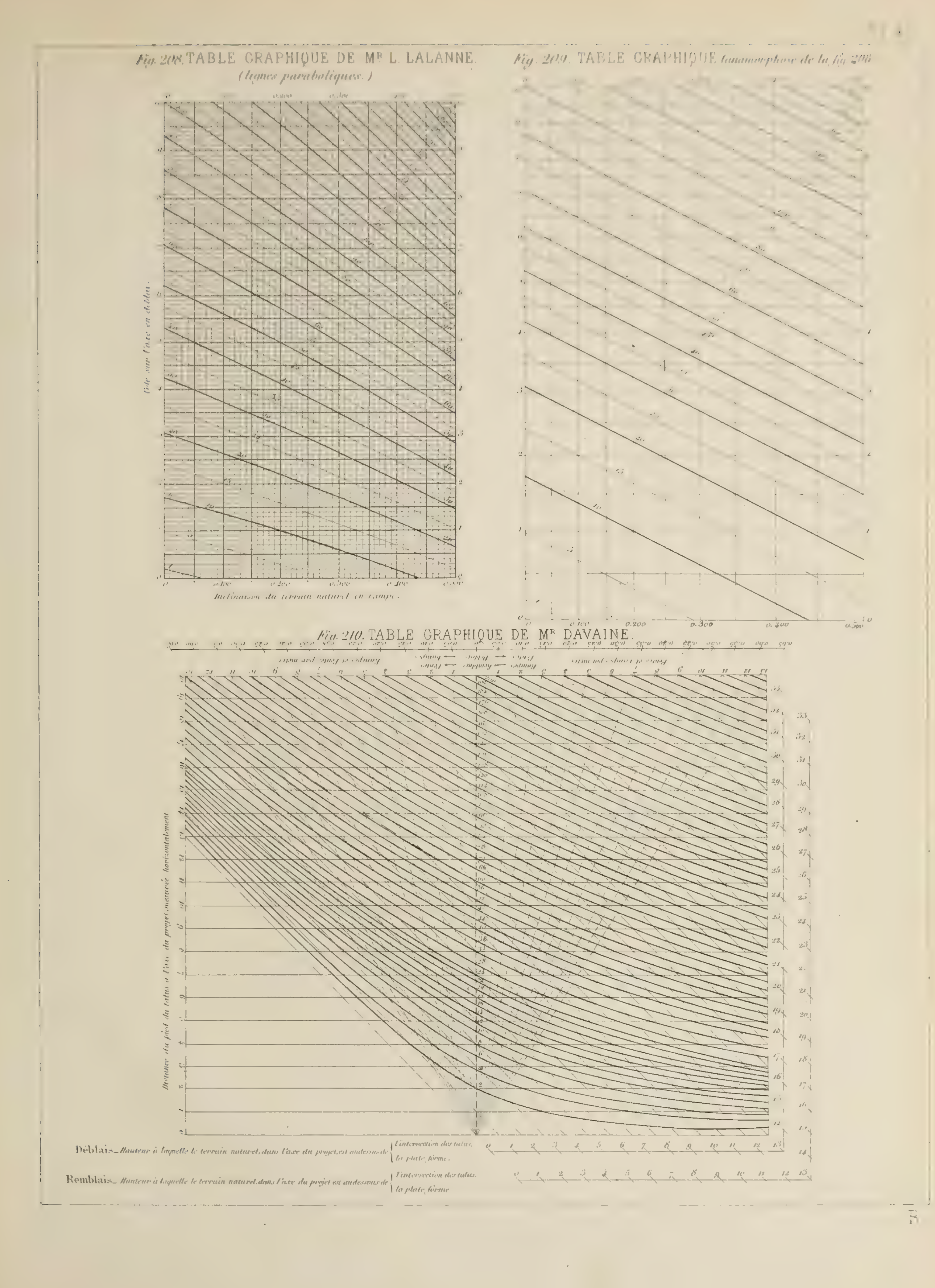


Fig. 208. TABLE GRAPHIQUE DE Mr L. LALANNE.
(lignes paraboliques.)
Cote sur l'axe en déblai.
Inclinaison du terrain naturel en rampe.
Fig. 209. TABLE GRAPHIQUE
0.100
0.200
0.300
0.400
0.500
Fig. 210. TABLE GRAPHIQUE DE Mr DAVAINE.
Rampes et Pentes par mètre
Distance du pied du talus à l'axe du projet mesurée horizontalement
Déblais_ Hauteur à laquelle le terrain naturel, dans l'axe du projet, est audessus de l'intersection des talus. la plate forme.
Remblais_ Hauteur à laquelle le terrain naturel, dans l'axe du projet est audessous de l'intersection des talus. la plate forme

NOUVEAUX TABLEAUX GRAPHIQUES

faisant connaître sans calcul : 1° Les superficies de déblai et de remblai
2° Les largeurs des emprises
3° Les longueurs des Talus

Réduction au 1/3 d'une partie des tableaux dressés pour la Cie des Chemins de fer de l'Est.

Gabarit compensé de la Plate-forme

Fig. 211.

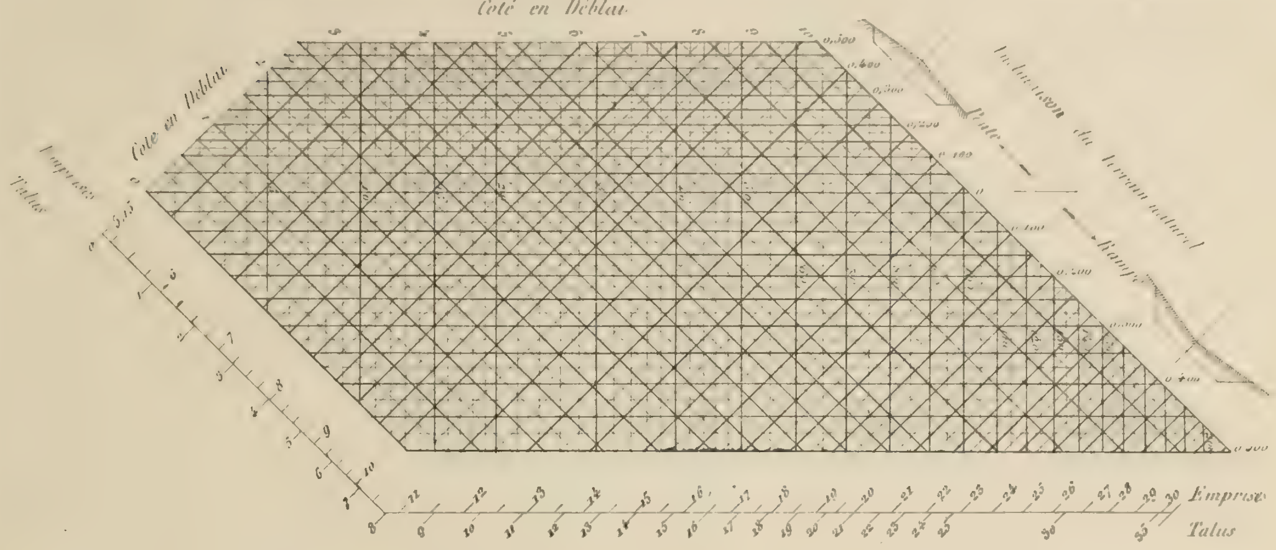
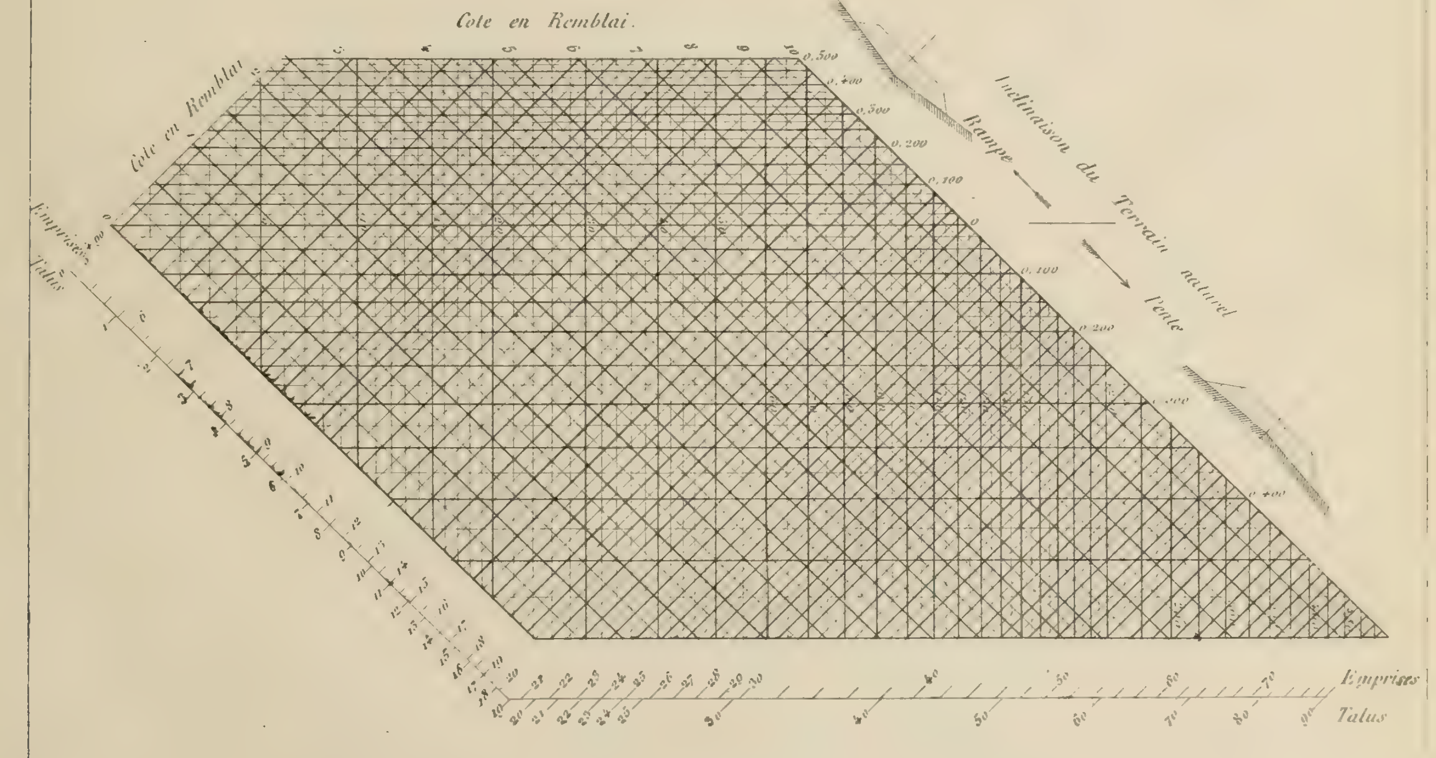
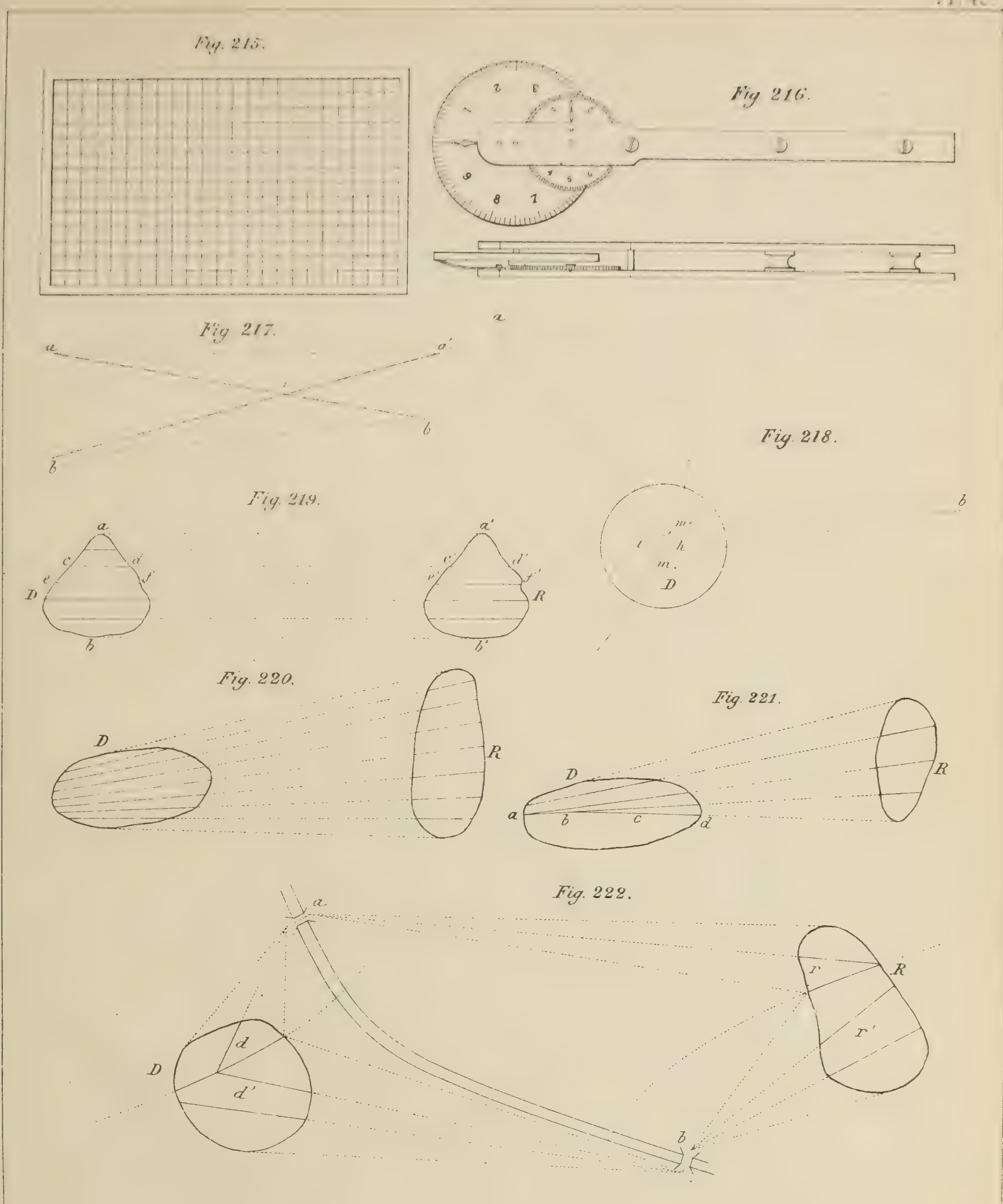


Fig. 212.



R.


Fig. 215.
Fig. 216.
a
Fig. 217.
a
a'
b
b
Fig. 218.
b
m'
h
m.
D
Fig. 219.
a
c
d
e
f
D
b
a'
c'
d'
e'
f'
R
b'
Fig. 220.
D
R
Fig. 221.
D
R
a
b
c
d
Fig. 222.
a
R
r
r'
d
D
d'
b

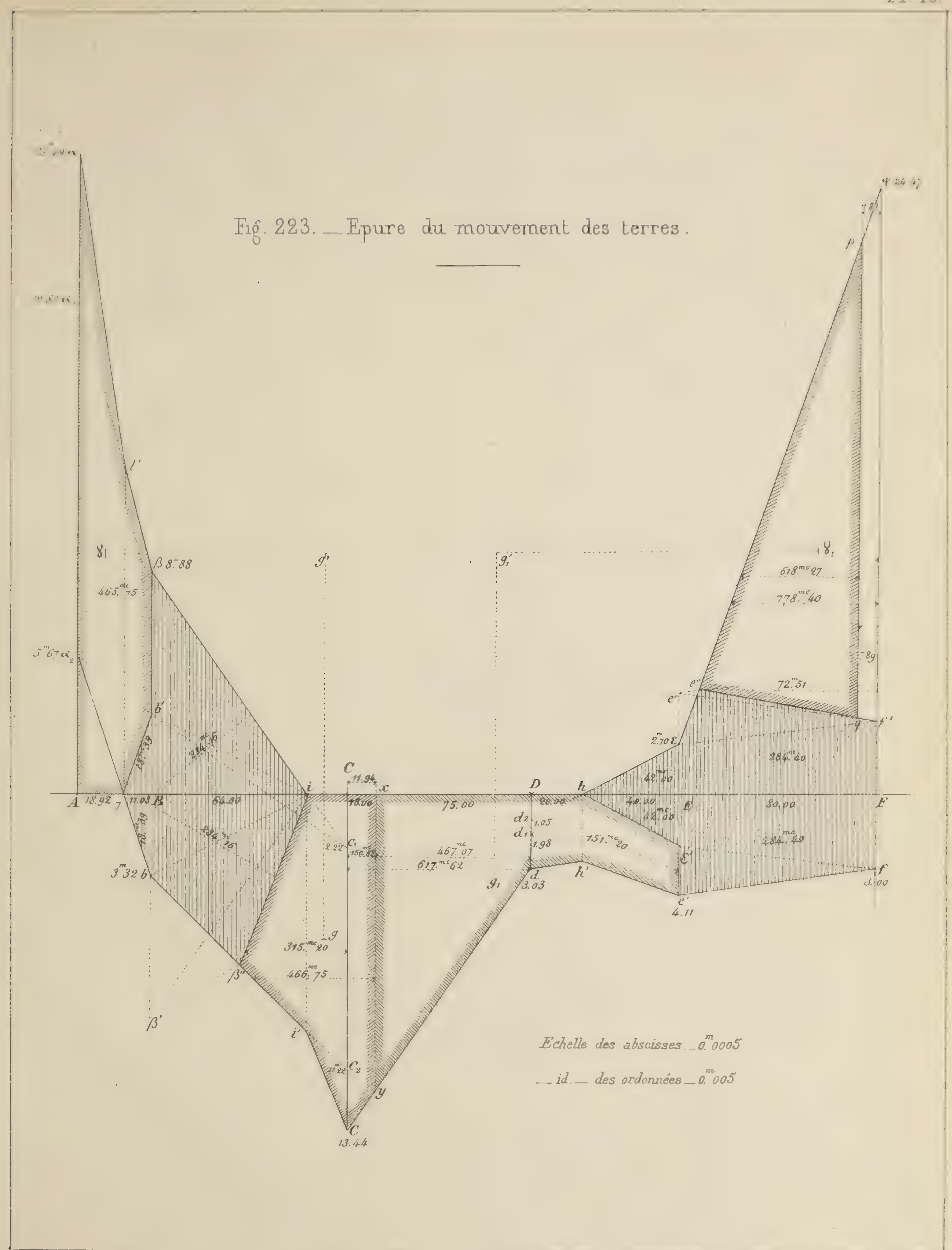


Fig. 223. _ Epure du mouvement des terres.
Echelle des abscisses _ 0.m0005
_ id. _ des ordonnées _ 0.m005

R.

Fig. 224. — Epure du mouvement des terres

Echelle des abscisses 0,00075

— id — des ordonnées 0,002

